

北京科学讨论会

1966年暑期物理讨论会

论文集
(二)

北京科学討論会1966年暑期物理討論会

論 文

用核乳胶分离初级宇宙线中的同位素核

智 利

智利大学物理及数学系宇宙線中心

G·阿尔維亚尔

北 京

1966年7月

用核乳胶分离初级宇宙线中的同位素核

智利大学物理及数学系宇宙线中心 G·阿尔维亚尔

摘要

作者测量了初级宇宙线中的原子核在核乳胶中的径迹，以便探索同位素可能的分离。

原子核的能量范围为 $200MeV/A - 600MeV/A$ ，所选择的径迹的原子序数大約相当于碳核的原子序数。

本文討論了径迹厚度的測量結果，也討論了质子与氘核， He^3 与 He^4 ， Li^8 （鏈形径迹）与 Li^7 之間的甄別。

本中心是沿着这些方向并以严格比較的結果而发现碳同位素核。

1. 导言

1954年12月吉奧賽浦·奧加林尼教授及和他共同工作的研究人員在意大利国家科学院會議上发表論文，介紹一种能测定核乳胶中核径迹厚度的新仪器^[1]。

后来他們又发表文章，对这些測量工作中所产生的方法問題和技术問題进行了很好的分析^[2]。所指出的某些主要問題涉及乳胶本身的各种性能，照相显影的物理化学过程、仪器的物理光学条件以及觀察人員的生理状态等等。研究人員所測得的径迹厚度約为 $1\mu m$ ，相对实验誤差为 3%。

这些結果表明，測量方法和技术已达到很高的精确度，能可靠地应用于研究核径迹象的形成过程以及照相显影的物理化学过程。

后来，智利大学的研究人員又用断面測量方法来取得有关区别核电荷以及原子核质量的有价值的經驗^{[3]、[4]}。

智利科学家所进行的研究工作已在去年伦敦宇宙線會議上宣讀^[5]。它表明，主要問題来自径迹本身的形成（有关径迹形成及其显影的过程）。已測量了断面相对于径迹平均厚度的調制，假設这个調制是根据庫仑定律形成的。

实际上，沿着非相对論性核的路径的 δ -射綫密度，按莫特公式 β^2 的倒数而增加，并依賴于所測量的 δ -射綫的能量。另一方面，如果初级核的能量不能提供产生一定能量的 δ -射綫所必需的动能，则这种射綫就不可能产生。因此，这两种效应都在一定的初级核速度下結合起来，并給出一定能量的 δ -射綫的最大密度值。用上述莫特公式，就能很容易計算出，在入射核的能量低于 $2.35MeV/A$ 时不能产生 $5KeV$ 或更高能量的 δ -射綫。而且， $5KeV$ 的 δ -射綫的最大密度是在入射核能量接近 $3MeV/A$ 时出現。第二类 δ -射綫就是 $10KeV$ 的 δ -射綫，其最大密度在入射粒子能量約为 $5MeV/A$ 之处，但是在这个能量範圍中，产生新的 δ -射綫，他使这个最大值看不清楚。根据这些計算，我們決定測定 $5KeV$ δ -射

線出現最大密度值或 $10KeV$ 或更高能的 δ -射線的出現最大密度值時入射核的能量範圍。如所周知，對於具有同一原子序數的原子核來說，相應於這些最大值的能量範圍正比於相應的核質量。

2. 實驗方法

按幾個作者[7]、[8]、[9]所得到的實驗結果，在G-5依爾福乳膠中產生只有一個銀晶粒的 δ -射線就需要接近 $5KeV$ 的能量。這種小的 δ -射線可以作為依附於入射核徑迹主體上的單個晶粒的形式而被觀察到。由於照相底片的顯影、乳膠在乾燥時的收縮、或者僅是底片溴化銀晶粒或其他晶粒的統計排列所引起的不均勻性，不能常常很清楚地計數這些 $5KeV$ 的 δ -射線。由於這些原因，我們認為測量這些小 δ -射線的最好辦法是測定核徑迹厚度作為剩餘射程的函數。

3. 實驗結果

圖1示出作為剩餘射程的函數的11條質子徑迹的平均厚度（上曲線）以及6條氫核徑迹的平均厚度（下曲線）。這些曲線表明，質子徑迹的最大平均厚度是在剩餘射程接近 $100\mu m$ 处出現，氫核徑迹的最大值在剩餘射程接近于 $200\mu m$ 处出現。二者剩餘射程之比值為 1.97 ± 0.09 。這個比值幾乎等於氫核與質子的相應質量之間的比值。剩餘射程的比值是從斷面測量結果中排除二個顆粒以上的 δ -射線而取得的。

圖2的上面的二個簡圖示出只有5條 He^3 的徑迹和3條 He^4 徑迹的類似的測量結果。 He^4 核與 He^3 核的最大平均厚度的平均剩餘射程之間的比值為 1.30 ± 0.08 。

圖2中央的二個簡圖示出鋰的4條鏈形徑迹和分類為普通鋰的7條徑迹的斷面測量結果。由此而推算得的它們的質量的比值為 1.18 ± 0.10 。

圖2的下面的兩個簡圖，對應著在高空照射過的，有碳核入射進來的乳膠疊上所進行的測量。最粗的射程分為不同的兩組。一組的平均射程對應於 C^{12} 的徑迹，而另一組的平均射程對應於 C^{13} 的徑迹。 C^{13} 和 C^{12} 的平均射程之比為 1.15 ± 0.08 。

圖2所示的曲線是由兩位觀測者在進行兩次不同的測量時得到的。相應於給定核徑迹的斷面幾乎都是相同的。這個圖也表示，射程的標度和倫敦會議發表的論文中給出的不同。這是由於測微千分尺的校正所引起的。

圖1和圖2所示的結果是不能比較的，因為在前圖中， $10KeV$ δ -射線的排除几乎等於零。

但圖1的兩條曲線是用同一標準得出的，並給出氫核質量與質子質量之比值的良好結果。

然而，關於兩組射程屬於上述兩個碳同位素的假設應該用與斷面測量無關的測量結果進一步加以証實。在下面各節中，將說明証實的過程並討論這些原子核本身電荷的辨認問題。

目前，圖1和圖2所示所有最大徑迹厚度的新測定的射程都相應於接近 $2.4MeV/A$ 的入射核能量。表1列出，計算的和測量的這些最大厚度的平均射程以及已測定的相應同位素質量的比值。

圖3示出，每條徑迹的 $120\mu m$ 的剩餘射程的平均厚度與它在乳膠內深度的函數關係。

这个平均厚度排除了二个或更多晶粒的 δ -射线。这些径迹的倾斜的角度不超过 12° 。此外，我們也觀察到具有不同 Z 值的不同核群很清楚地分开，同时也看到照相显影对不同径迹的厚度都有一致的效应。这个情况使我們能把乳胶內位于不同平面的不同径迹的断面測量結果加以修正或归一化。

本文作者很好地意識到所討論的結果之間的严格比較的关系。这就是說，曾把径迹的測量結果，与假定是相应于已知电荷和质量的核径迹的其他測量結果相比。此外，絕大多数的实验誤差都是来自径迹断面的不規則性。

这种不規則性是由形成径迹的内在过程和照相显影所引起的。

为解决这些問題，我們必須制定一个新的研究計劃，其要点如下：

a) 对于由至少 $10MeV/A$ 的人工产生的离子所造成的核径迹重复进行上述的測量。这个工作可以对本文所討論的全部实验曲綫进行归一化。

b) 进行在不同灵敏度不同类型的另一乳胶中形成的人工产生的离子的径迹的断面測量。

c) 研究如何控制核照相过程，以便避免物理化学过程所引起的厚度变化。后者的化学活性影响了径迹的形成，以致不能用断面方法加以控制。

4. 初级宇宙線中碳同位素的相对丰度估计

这种估計是由智利大学G. Alvial、S. Stantic、J. RiQuelme及E. Silva等人所算出来的。

为了确定低能宇宙線中碳核的同位素組成，曾按下述标准进行了碳核的扫描：

径迹中晶粒密度等于或大于 $\frac{130 \text{ 个}}{100\mu m}$ ，同时投影长度等于或大于每张胶片 3mm 、投射天頂角等于或小于 35° ， $\frac{130 \text{ 个}}{100\mu m}$ 的密度相当于一个相对論性鋰核的密度。

曾对 200 张依尔福 G-5 型核乳胶进行了这种扫描，每张胶片长 15cm 、寬 15cm 、厚 $600\mu m$ 。整叠乳胶在 6g/cm^2 到 3g/cm^2 的高度变动范围内暴光了将近 15 小时 10 分钟。气球是由芝加哥大学的馬賽尔·相因教授（已故）和台佛·哈斯金于 1958 年 2 月在美国明尼苏达州明尼阿波利斯发放的。

扫描綫长 5cm ，位在乳胶版頂部边沿以下 7 mm 处。扫描了中間的 34 张乳胶版。

曾对所有在乳胶中停止或发生相互作用的核測量了 4 个或更多晶粒的 δ -射線的密度，以便把其电荷介乎鍶和氧之間的原子核区别开来。

为了重新測量这后一組的原子核，曾計数了能量等于或大于 $10KeV$ (2 个或更多晶粒) 的 δ -射線。这些測量結果允許我們测定高能和低能硼-碳-氮組原子核，不准确性为一个电荷单位。

現在，对于这个硼-碳-氮組原子核（其能量范围为 $200-500MeV/A$ ，并終止于乳胶內），每一径迹的剩余射程的 $120\mu m$ 的平均厚度的測定使得我們証实了过去对 16 条 碳径迹的判断，并且对两个划为碳核的临界的事例重新作出判断，把它们划入硼組，另一个硼核则重新判断为碳。碳与氮組之間沒有出現混淆不清的情况。

对 16 个碳核組的每一条径迹都測定了 δ -射綫最大密度的剩余射程。也对几乎所有的 B 和 N 核进行了这种測量工作。

δ -射綫密度微分曲綫最大值的射程的實驗測量誤差与最大值本身的誤差不同。而且，如果我們把有关径迹的断面最大厚度的剩余射程的測定值加起来，那末我們就能得出另一个也与 δ -射綫最大密度无关的有价值的参数。

10KeV 或更高能量的 δ -射綫的最大密度值的剩余射程是根据 δ -射綫的积分或总数的測量結果（作为剩余射程的函数）确定的。相应的實驗曲綫上有弯曲，其剩余射程相当于最大剩余射程。每一弯曲的位置是按通常的标准画出最小二乘法的一些綫而得出的。

实际上，从图 4 可以看到 16 个碳核的最大剩余射程的分布与 10KeV 或更高能量 δ -射綫的最大密度值的函数关系。可以看到对硼核和氮核的同样的測量結果。也可以看到碳核的相应射程分布于两組中。

图 5 中 x 軸代表上述图 4 的射程， y 軸代表每一径迹最大厚度的相应剩余射程。我們可以觀察到，在 16 条径迹中有 14 条是按同一方式分布的，即 8 条径迹属于对于 δ -射綫密度最大值或对于厚度最大值具有最大剩余射程的一組，6 条径迹属于最大值的剩余射程較小的一組。只在两种情况下結果不清楚（图 5 中的 A 与 B 点）。因此，可以說两种方法所取得的結果是一致的。

图 4 和图 5 所示的結果使我們认为，可以把 10KeV 或更高能量的 δ -射綫的总数按两組平均，平均数与剩余射程的函数关系示于图 6。該图也示出硼核和氮核的同样的关系。用最小二乘法算出的相应曲綫的弯曲点給出了两种碳同位素的相应剩余射程。

δ -射綫的密度最大值的剩余射程和厚度最大值的剩余射程很符合，这就說明，这些碳核极可能是 C^{12} 和 C^{13} 。由图 6 曲綫推算出的质量比值等于：

$$M_{C^{13}}/M_{C^{12}} = 1.18 \pm 0.12.$$

为了修正粒子通量的值，目前正在進行碳与碳相互作用，中等核和重核与碳的相互作用碎裂参数的測定工作。我們曾从 50 次相对論性碳核相互作用的測量結果中計算出碳对碳的碎裂参数。实际上，追踪了 3.30 m 的相对論性碳核的径迹后，我們只觀察到一次出現次級碳径迹的相互作用。这个現象使我們能够粗略計算出碳对碳的分裂参数約为 0.02。而且，这个結果与 HASEGAWA, AIZU 与 ITO^[10]等人所指出的觀察到的碳入射一碳出射相互作用的次数是相符合的。

然而，即使我們对乳胶內的吸收进行修正，我們也能估計 C^{13} 与 C^{12} 的通量比（对所述的測量結果，能量范围为 200—500MeV/A）等于 1.29 ± 0.32 。

一直取到大气上层的次級原子核的修正，将能給出精确得多的結果。实际上，我們目前正在测定上述分裂参数，即对应于单个碳核的不同組的参数。

表 1

原 子 核	2.4MeV/A的計算剩余射程	厚 度 最 大 值 的 平 均 剩 余 射 程 值	同 位 素 质 量 比
He ³	41μm	44.48±1.08	
He ⁴	55μm	56.25±1.81	$\frac{M_{\text{He}^4}}{M_{\text{He}^3}} = 1.30 \pm 0.08$
Li ⁷	46μm	44.01±1.76	
Li ⁸	53μm	53.30±0.51	$\frac{M_{\text{Li}^8}}{M_{\text{Li}^7}} = 1.18 \pm 0.10$
C ¹²	24.5μm	22.51±0.52	
O ¹⁶	27.5μm	26.07±0.50	$\frac{M_{\text{C}^{13}}}{M_{\text{C}^{12}}} = 1.15 \pm 0.08$

参 考 文 献

- [1] OCCHIALINI, G., DILWORTH, C., BONETTI, A., and LADU, M., Rend. Acc. Naz. Lincei, 1954, S. VIII, **12**, fasc. 6.
- [2] OCCHIALINI, G., ALVIAL, G., BONETTI, A., DILWORTH, C., LADU, M., and MORGAN, J. Suppl. Nuovo Cimento, 1965, **2**, 244.
- [3] ALVIAL, G., Suppl. Nuovo Cimento, 1961, **19**, 18.
- [4] ALVIAL, G., Proceedings of the International Cosmic Ray Conference, Jaipur, 1963, **3**, 116.
- [5] ALVIAL, G., Proceedings of the International Conference on Cosmic Rays, London, 1965.
- [6] ALVIAL, G., STANTIC, S., RIQUELME, J., Proceedings of the International Conference on Cosmic Rays, London, 1965.
- [7] LONGCHAMP, J. P. and GEGAUFF, C., Journ. de Phys. et le Rad., 1956, **17**, 132.
- [8] PNIEWSKI, J., 1952, Acta Physica Polonica, **11**, 215.
- [9] SORENSEN, S. O., 1951, Thesis (Oslo).
- [10] HASEGAWA, H., AIZU, H. and ITO, K.; Proc. Int. Conf. on Cosmic Rays, Jaipur, 1963, **3**, 83.

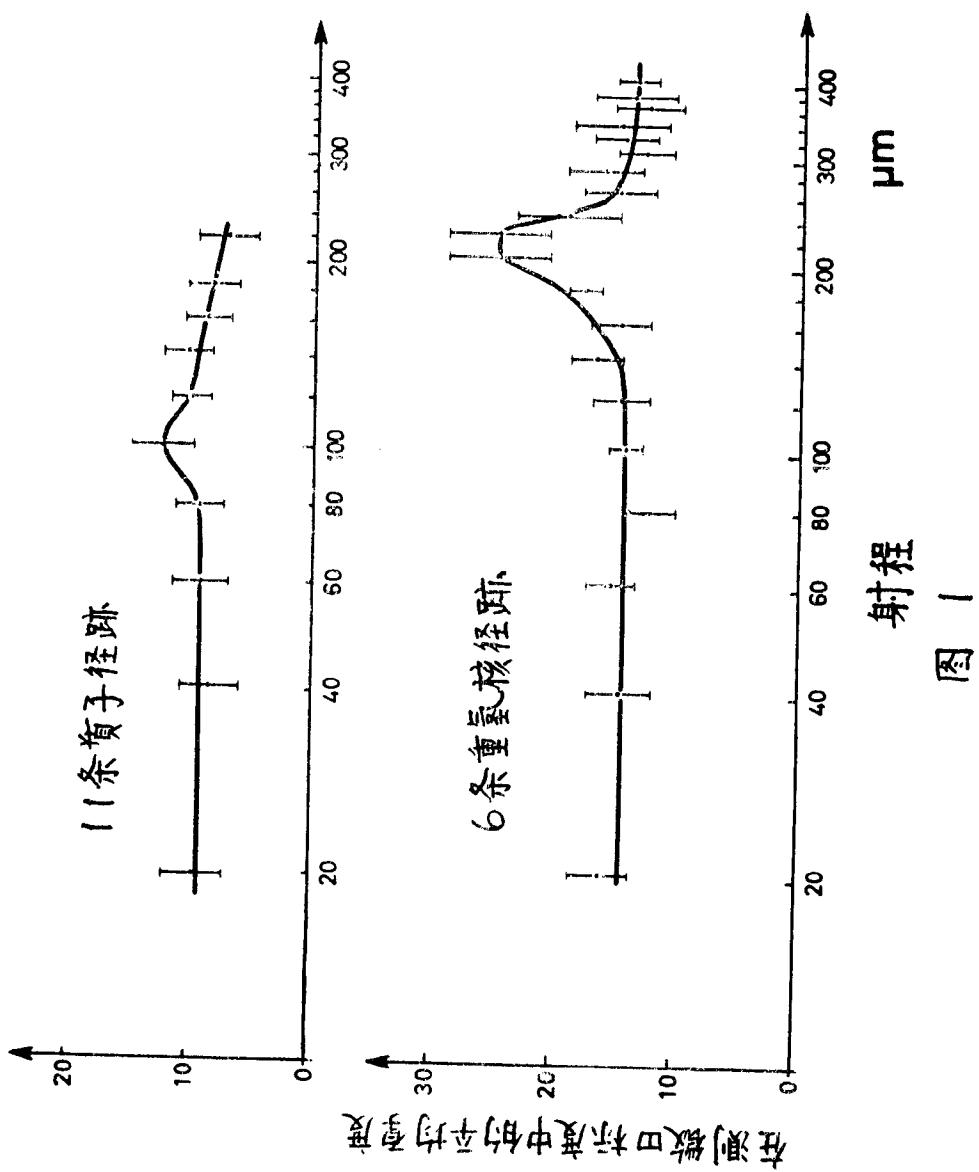


图 1

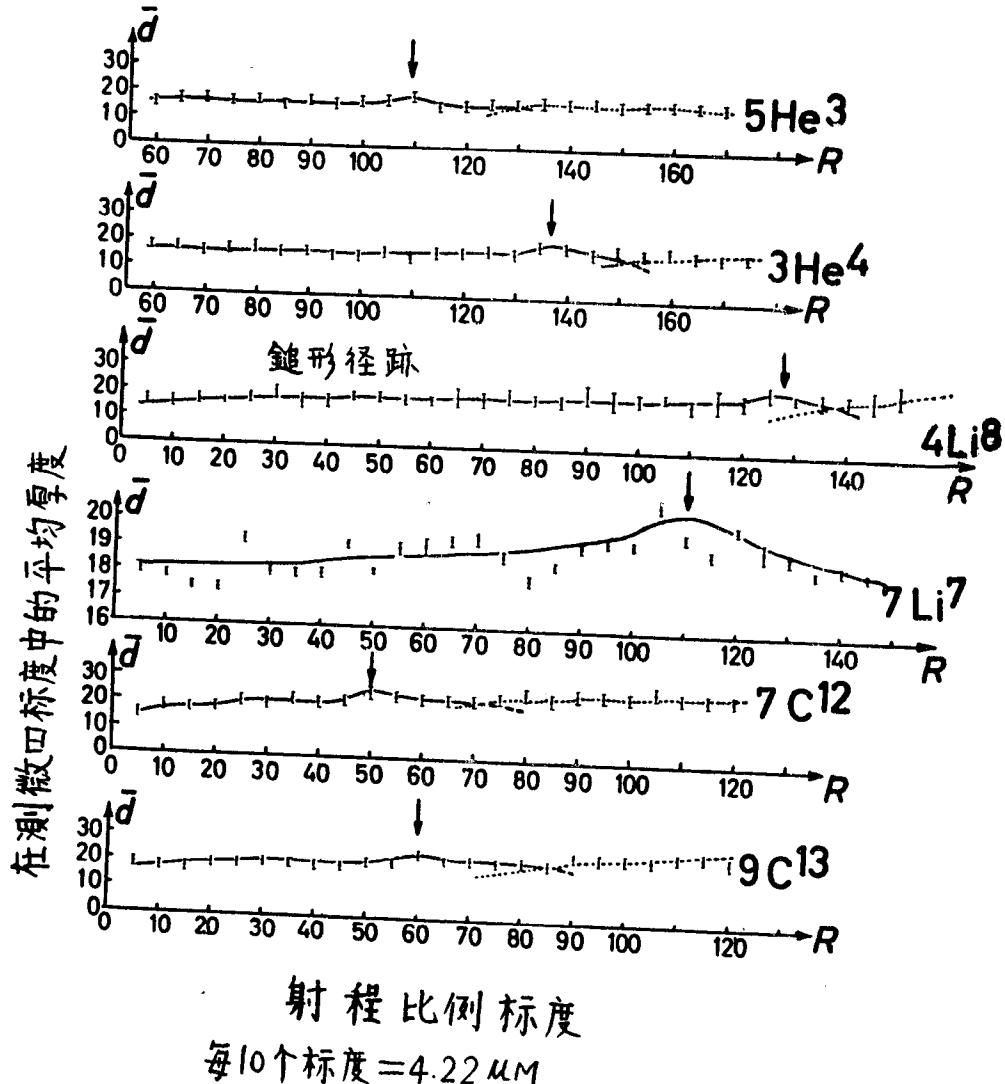


图 2

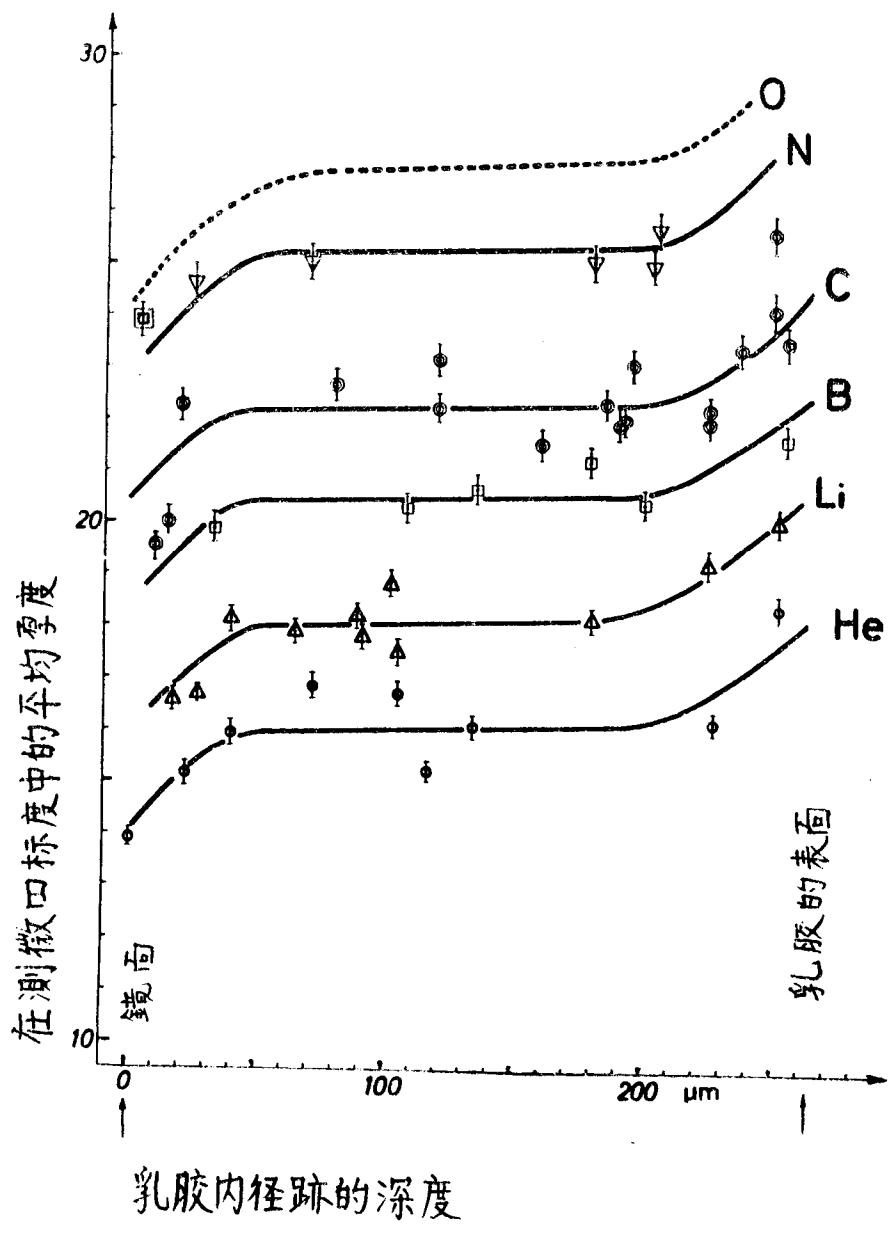
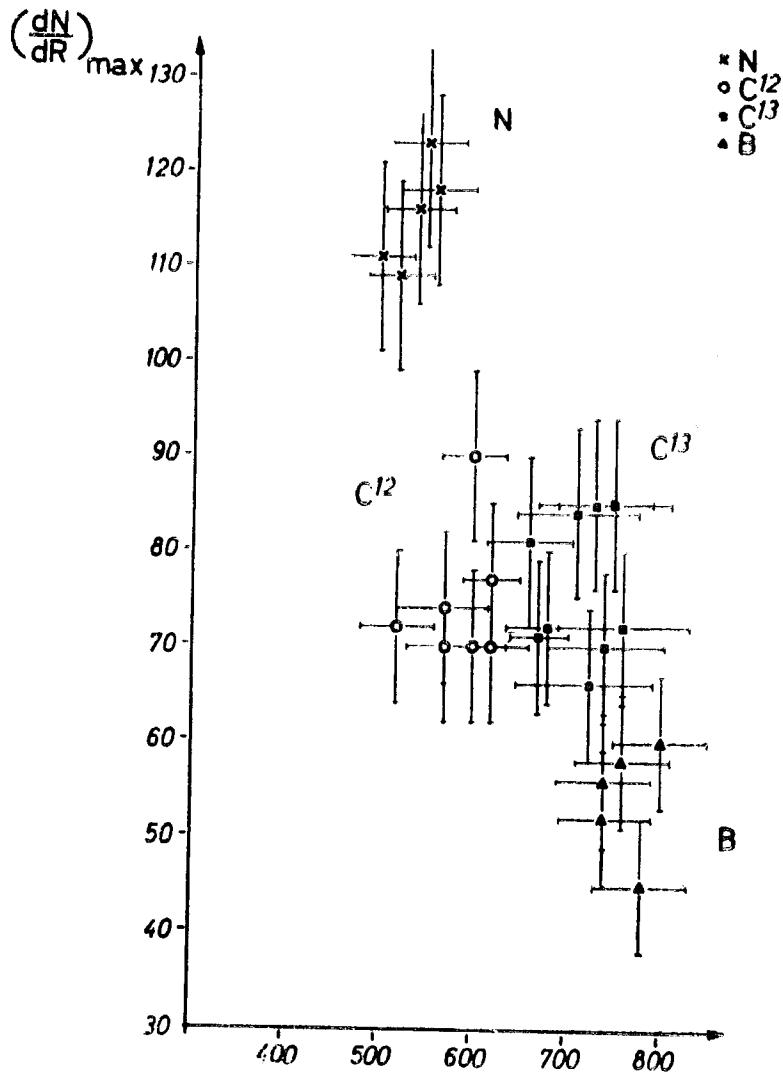


图 3

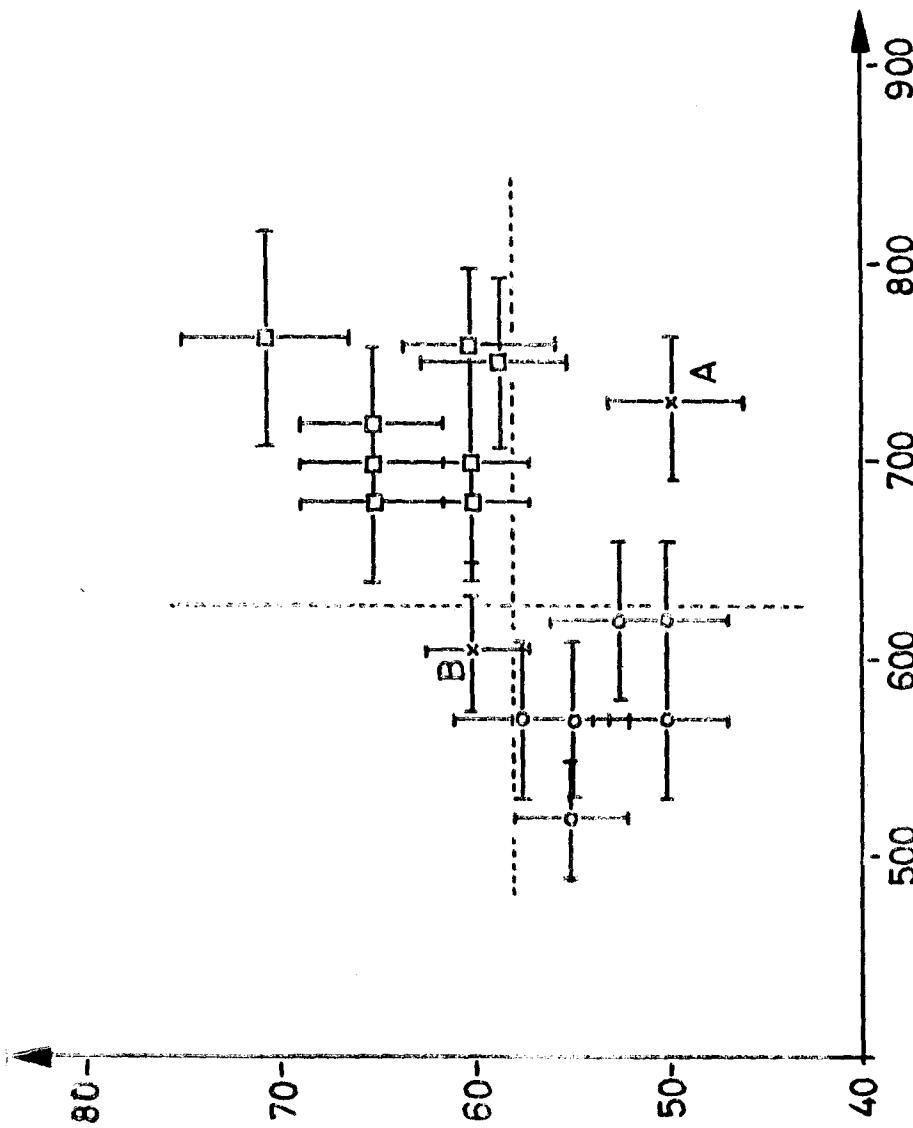


$(\frac{dN}{dR} - R)$ 曲线最大射程

图 4

图 5

$(\frac{d_N}{d_R} - R)$ 曲线最大射程



在曲线上单位中量度最大的射程

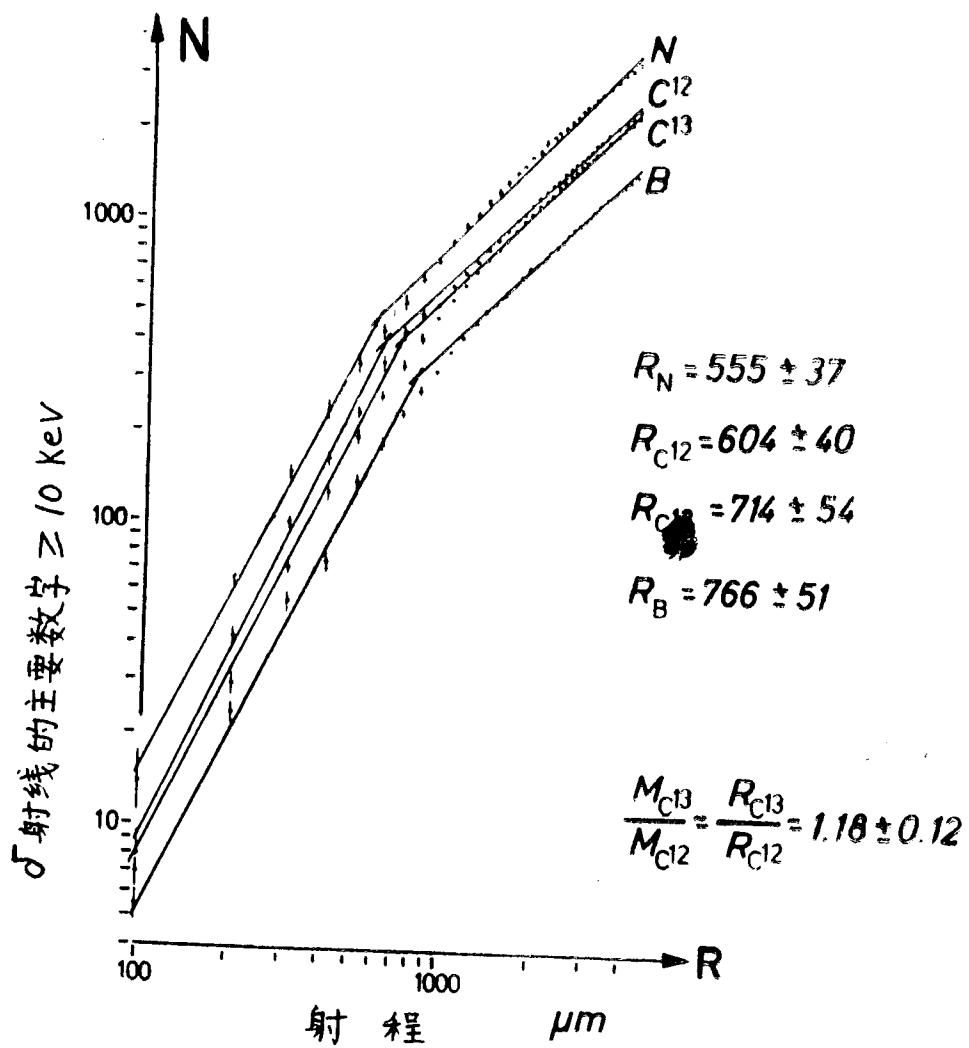


图 6

ES

北京科学討論会1966年暑期物理討論会

論 文

在 $SU(6)$ 对称性理论范围内强子高 共振态的分类

中华人民共和国

山东大学物理系基本粒子理論組

北 京

1966年7月

在 $SU(6)$ 对称性理論範圍內强子 高共振态的分类

山东大学物理系基本粒子理論組

摘要

本文在 $SU(6)$ 对称性理論範圍內考查了 $J \leq 2$ 的正宇称介子共振态和 $J \leq 5/2$ 的負宇称重子共振态的分类和质量譜問題以及正宇称介子的衰变問題。計算結果表明，目前虽然还不能排除介子 405 重态存在的可能性，但对重子的高激发态來說 $SU(6)$ 理論是不适用的。

$SU(6)$ 对称性理論对于稳定的基本粒子及低共振态（包含在 $SU(6)$ 的介子 35 重态和重子 56 重态之中）的分类和质量关系給出了同實驗符合得較好的結果，因而国外很多人把它看作比較滿意的靜態理論，并由此出发进行相对論推广，提出 $SL(6, C)$ 和 $\tilde{SU}(12)$ 对称性理論。对于較高共振态的分类和质量关系， $SU(6)$ 对称性理論究竟合理到什么程度，有沒有什么严重的矛盾，至今并沒有人作过认真系統的考查。任何事物都是一分为二的， $SU(6)$ 理論亦如此。我們必須分清 $SU(6)$ 理論在哪些地方适用，在哪些地方不适用，它的合理內核是什么以及它的哪些部分是不合理的。

“真理的标准只能是社会的实践”*。不入虎穴，焉得虎子，只有把 $SU(6)$ 理論拿到高激发态分类問題上系統地用一用，并同實驗材料进行比較，才能找出它的适用范围。基于这种认识，我們对正宇称的介子共振态和負宇称的重子共振态的分类問題进行了初步的研究。考查的結果表明，虽然对 $SU(6)$ 理論能否适用于介子高共振态的分类尚不能作出最后定論，但对重子的高激发态來說， $SU(6)$ 理論是不适用的。看来，如果只是在基本粒子的唯象对称性理論上打轉轉，而不深入其内部結構和内部运动，基本粒子高激发态质量譜的特征是无法解释的。

二

近几年来實驗上陸續發現了許多正宇称的介子共振态^[1]，如 $f(1253)$, $A_2(1320)$, $D(1280)$, $A_1(1070)$, $S^0(710)$ 等等（括号內的数字代表該粒子的质量，单位为 Mev）。我們曾試圖把 $J^P = 1^+$ 的介子共振态放在 $SU(3)$ 群的 27 維表示中，但并未成功^[2]。后来我

* 《毛泽东选集》，第一卷，第 273 頁，人民出版社，1965。

們又試圖利用类似于处理 $\varphi - \omega$ 混合的办法研究了不同的 $SU(3)$ 多重态可能发生混合的情形，发现混合的可能性是存在的^[3]。

从实验结果的分析来看， $K^*\bar{K}$ 共振态 $E(1420)$ 和 $\pi\rho$ 共振态 $H(975)$ 很可能具有量子数 $IJ^{PG} = 01^{+-}$ ，而 $K\bar{K}\pi$ 共振态 $D(1280)$ 的量子数为 $IJ^{PG} = 01^{++}$ 。在 $SU(6)$ 理论里我们知道，能够包含三个 $IJ^{PG} = 01^+$ 粒子的 $SU(6)$ 超多重态的最低维数是 405。

实验上还有一些值得注意的事实，就是 K^+K^+ 共振态 (1280) 和 $I = \frac{3}{2}$ 的介子共振态 $K_{3/2}^*(1265)$ 的发现，从强子的层子模型的观点来看，认为介子只是由一个层子和一个反层子构成的显然不能解释这一事实，因而有必要进一步考查由两个层子和两个反层子组成的情形。

另一方面我们注意到在苏联有人试图把正宇称的介子共振态归入 $SU(6)$ 群的 189 维表示^[4]，但是在他们的工作里没有把两类荷称不同的赝矢量介子区分开，而且许多粒子的奇异旋也指定错了。例如：把 $f'(1520)$ 和 $f(1253)$ 的奇异旋颠倒了， A_1 的奇异旋本应为零，而作者却指定为 1。即使这样指定也没有得出确切的结论。如果更正了这些错误，理论计算的结果将同实验发生更大的偏离。

基于上述考虑，我们尝试把正宇称的介子共振态归入 $SU(6)$ 群的 405 维表示。

$SU(6)$ 群包含两个子群链：

P 链： $SU(6) \supseteq SU(3) \otimes SU(2)_I \supseteq SU(2)_I \otimes U(1)_Y \otimes SU(2)_I$

U 链： $SU(6) \supseteq SU(4) \otimes SU(2)_S \otimes U(1)_Y \supseteq SU(2)_N \otimes SU(2)_S \otimes SU(2)_S \otimes U(1)_Y$
其中 J 、 I 、 Y 、 S 、 N 分别代表自旋、同位旋、超荷、奇异旋、正常旋。 P 链基矢由量子数 J^2 、 J_3 、 I^2 、 I_3 、 Y 及 $C_2^{(3)}$ 来描述， U 链基矢由量子数 J^2 、 J_3 、 I^2 、 I_3 、 N^2 、 S^2 、 Y 及 $C_2^{(4)}$ 来描述。

以 $H_{\nu\delta}^{ab} = H_{cc,dd}^{aa,bb}$ 记介子 405 重态。（这里的希腊字母、小写的拉丁字母、大写的拉丁字母分别代表 $SU(6)$ 、 $SU(2)$ 、 $SU(3)$ 指标）。在 P 链中 $H_{\nu\delta}^{ab}$ 可分解为下面的形式：

$$\begin{aligned} H_{\nu\delta}^{ab} = & \chi_{cd}^{ab} \left[T_{CD}^{AB} + \frac{1}{2\sqrt{5}} \delta_{(C}^{(A} \psi_{D)}^{B)} + \frac{1}{4\sqrt{6}} \delta_{(C}^{(A} \delta_{D)}^{B)} \varphi \right] + \frac{1}{4} \delta_{(c}^{(a} \chi_{d)}^{b)} T_{CD}^{AB} + \\ & + \frac{1}{\sqrt{320}} \delta_{(c}^{(a} \chi_{d)}^{b)} \delta_{(C}^{(A} \psi_{D)}^{B)} + \sqrt{\frac{5}{16}} \left[\epsilon^{ab} \chi_{cd} \epsilon^{ABE} (\epsilon_{CEG} \psi_D^G + \epsilon_{DEG} \psi_C^G) + \right. \\ & \left. + \epsilon_{cd} \chi^{ab} \epsilon_{CDE} (\epsilon^{AEG} \psi_G^B + \epsilon^{BEG} \psi_G^A) \right] + \frac{1}{4\sqrt{3}} \left[\epsilon^{ab} \chi_{cd} \epsilon^{ABE} (\epsilon_{CEG} \psi_D^G + \right. \\ & \left. + \epsilon_{DEG} \psi_C^G) - \epsilon_{cd} \chi^{ab} \epsilon_{CDE} (\epsilon^{AEG} \psi_G^B + \epsilon^{BEG} \psi_G^A) \right] + \frac{1}{2} \epsilon^{ab} \chi_{cd} \epsilon^{ABE} d_{CDE} + \\ & + \frac{1}{2} \epsilon_{cd} \chi^{ab} \epsilon_{CDE} d^{ABE} + \frac{1}{4\sqrt{3}} \delta_{(c}^{(a} \delta_{d)}^{b)} T_{CD}^{AB} + \frac{1}{\sqrt{15}} \left[\frac{1}{32} \delta_{(c}^{(a} \delta_{d)}^{b)} \delta_{(C}^{(A} \psi_{D)}^{B)} + \right. \\ & \left. + \frac{15}{16} \epsilon^{ab} \epsilon_{cd} \epsilon^{ABE} \epsilon_{CDF} \psi_E^F \right] + \frac{1}{2\sqrt{14}} \left[\frac{1}{24} \delta_{(c}^{(a} \delta_{d)}^{b)} \delta_{(C}^{(A} \delta_{D)}^{B)} - \epsilon^{ab} \epsilon_{cd} \epsilon^{ABE} \epsilon_{CDE} \right] \varphi. \end{aligned}$$

式中 χ_{cd}^{ab} 、 χ_c^a 分别代表自旋为 2 和 1 的自旋波函数，而 T_{CD}^{AB} 、 d_{ABC} 、 ψ_C^A 和 φ 则分别代表 $SU(3)$ 的 27 重态、10 重态、8 重态和单态的么旋波函数，小括号代表对称化。

在 U 鏈中有如下分解：

$$405 = (84, 1) + (36, 2) + (36, 2) + (15, 3) + (15, 1) + (10, 3) + \\ + (4, 4) + (4, 4) + (4, 2) + (4, 2) + (1, 5) + (1, 3) + (1, 1)。$$

括号里的第一个数字代表 $SU(4)$ 群不可約表示的維数，第二个数字代表奇异旋多重态数。

利用群共轭 $R = Ce^{i\pi\sigma_2}$ 来定义电荷共轭算符 C ^[5]，其中 σ_2 是泡利自旋矩阵的第二分量， R 是 $SU(6)$ 群的共轭变换。由此定义不难看出，在 405 重态中

$J=2, 0, Y=0$ 同位旋为整数的諸粒子荷称为正；

$J=1, Y=0$ 同位旋为整数的粒子有两种：

由 $SU(3)$ 的 T^{27} ， ψ_s^8 及 $d_{10} + d^{10}$ 混合而得的諸粒子的荷称为负，而由 $SU(3)$ 的 ψ_a^8 及 $d_{10} - d^{10}$ 混合而得的諸粒子荷称为正。

这样，405 重态中諸粒子的量子数便可完全定下来了。

在計算介子质量分裂时，我們采用如下质量公式：

$$m^2 = a + bJ(J+1) + c \left[2S(S+1) - C_2^{(1)} + \frac{Y^2}{4} \right] + \\ + d \left[I(I+1) - \frac{Y^2}{4} + N(N+1) - S(S+1) \right] + eC_2^{(3)}.$$

这里忽略了 $m_{189}^{2(8)}$ 及高于 1000 維的表示对质量算符的貢献。在 U 鏈中质量算符只有 $C_2^{(3)}$ 是非对角化的，經過計算发现其非对角項对质量的影响很小。这表明 U 鏈可以近似地代表真实的物理鏈，因此在最后的計算中我們便完全丢了非对角項的供獻。

實驗上 $I J^{P_G} = 01^{++}$ 的共振态 $D(1280)$ 和 $J^P = 2^+$ 的几个粒子，如 $f(1253)$ ， $f'(1500)$ ， $A_2(1320)$ 和 $K^*(1405)$ 都是比較肯定的。以这些粒子的质量作輸入，便可得到以下結果：(1) $J^P = 1^+$ 的共振态，例如 $A_1(1070)$ ， $B(1220)$ ， $E(1420)$ ， $K_{3/2}^*(1270)$ ， $C(1215)$ ， $K\pi\pi(1175)$ 和 $K\pi\pi(1320)$ ，其质量的理論值与實驗值符合得較好。看来，已发现的 $J^P = 1^+$ 的大部分共振态都可以归入介子 405 重态。(2) $K_{3/2}^*(1270)$ 和 $K^+K^+(1280 \pm 20)$ 的存在得到了滿意的解釋。(3) 預言了 6 个 $J^P = 2^+$ 和 7 个 $J^P = 0^+$ 的粒子的存在。(4) 但在計算的結果里沒有 $\kappa(725)$ 和 $H(975)$ ，它們可能属于另外的多重态，或者也可能不是共振粒子。

质量譜的計算結果同現有實驗符合尚好，但对此分类方案还不能作出完全肯定的結論。是否存在 $SU(3)$ 的 27 重态，此方案所預言的 $J^P = 0^+$ ， 2^+ 的許多高共振态是否存在，尚待實驗进一步检验。

对于 405 重态介子的 S 波两体强衰变，其 S 矩陣形式如下：

$$S = a_0 I_0 + \sum_{i=1}^2 b_i I_{i\mu}^\nu \tau_\nu^\mu,$$

其中 a_0, b_1, b_2 是三个 $SU(6)$ 不变的参数，

$$I_0 = H_{\beta\mu}^{\gamma\delta} \left[M_\gamma^\beta(1) M_\delta^\mu(2) + M_\delta^\mu(1) M_\gamma^\beta(2) \right],$$

$$I_{1\mu}^\nu = H_{\beta\mu}^{\gamma\nu} \left[M_\gamma^\beta(1) M_\delta^\nu(2) + M_\delta^\nu(1) M_\gamma^\beta(2) \right],$$

$$I_{2\mu}^\nu = H_{\beta\mu}^{\gamma\nu} \left[M_\gamma^\beta(1) M_\delta^\nu(2) + M_\delta^\nu(1) M_\gamma^\beta(2) \right] +$$