中国人民大学高鸿业第三版

西方经济学

微观部分

教材习题全解

随书赠送

第一章　引论

复习与思考

1. 回想你看到或者接触过的西方经济学著作。它们各自属于本章所说的三种类别中的哪一种？

答： 第一类，企事业的经营管理方法和经验。如《现代企业财务管理》。

第二类，对一个经济部门或经济问题的集中研究成果。如《资源经济学》、《农业经济学》。

第三类，经济理论的研究和考察。如《宏观经济学》、《微观经济学》、《经济思想史》等。

2. 为什么我国学员学习西方经济学的目的不同于西方？

答： 由于西方经济学具有双重性质，它既是资本主义的意识形态，又是资本主义市场经济的经验总结，这就决定了我们对它所应持有的态度：在整个的理论体系上或整体倾向性上对它持否定的态度，而在具体的内容上应该看到它的有用之处，是否真正有用还需考虑到国情的差别，应结合我国的国情加以借鉴和吸收，做到“弃其糟粕、取其精华、洋为中用”。

3. 英国著名经济学家罗宾逊说：“宣传成分是这一学科（指西方经济学——引者）所固有的，因为它们是关于政策的；即使不是这样，就会无人过问。假如你需要一门值得为其内在的吸引力而探索的学科，但对其结果并无任何目的，那你就不会来参加经济学讲座，你就会去，譬如说，研究纯粹数学或者鸟类的活动。”你同意罗宾逊的说法吗？

答： 略（根据你自己学习西方经济学中的体会和认识答题，因为这是一个规范性的命题）。

4. 在你学过的或者目前学习的课程中，有哪几门与西方经济学相关？

答： 略（不同的年级和不同的专业学过的课程不同，根据自己的学习归纳）。

5. 为什么入门教科书的内容可以对初学者产生较大的影响？

答： 西方经济学教材或教科书所讲授的内容，不论其正确与否，往往很容易被学生一概接受，因为初学者一般没有能力辨别其内容的是非。在这种情况下，教材中所含的甚至是错误的东西可以成为学生头脑中先入为主的[illegible]思想。

6. 你能举出一些正确借鉴西方经济学取得成果的例子和误解或误用它所造成的危害的例子吗？

答： 略（这样的例子对于初学者可以参考国内和国外一些经济学家关于经济普及知识的随笔等）。

第二章　需求曲线和供给曲线概述以及有关的基本概念

复习与思考

1. 已知某一时期内某商品的需求函数为 $Q^d=50-5P$，供给函数为 $Q^s=-10+5P$。

（1）求均衡价格 P_e 和均衡数量 Q_e，并做出几何图形。

（2）假定供给函数不变，由于消费者收入水平提高，使需求函数为 $Q^d=60-5P$。求出相应的均衡价格 P_e 和均衡数量 Q_e，并做出几何图形。

（3）假定需求函数不变，由于生产技术水平提高，使供给函数变为 $Q^s=-5+5P$。求出相应的均衡价格 P_e 和均衡数量 Q_e，并做出几何图形。

（4）利用（1）、（2）和（3），说明静态分析和比较静态分析的联系和区别。

（5）利用（1）、（2）和（3），说明需求变动和供给变动对均衡价格和均衡数量的影响。

解：（1）根据均衡条件有以下等式成立：

$$Q^d=50-5P$$

$$Q^s=-10+5P$$

$$Q^d=Q^s$$

解得：$P_e=6$；$Q_e=20$。几何图形如图 2—1。

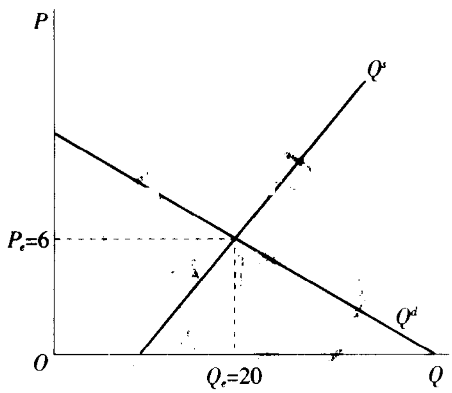

图 2—1

（2）根据均衡条件，联立供给曲线和新的需求曲线有下列等式成立：

$$Q^d=60-5P$$

$$Q^s=-10+5P$$

$$Q^d=Q^s$$

解得：$P_e=7$；$Q_e=25$。

几何图形如图 2—2。

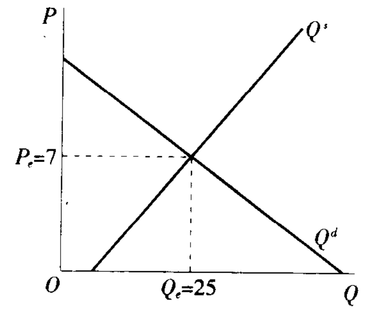

图 2—2

（3）根据均衡条件，联立需求曲线和新的供给曲线有下列等式成立：

$Q^d=50-5P$

$Q^s=-5+5P$

$Q^d=Q^s$

解得：$P_e=5.5$；$Q_e=25$。

几何图形如图 2—3。

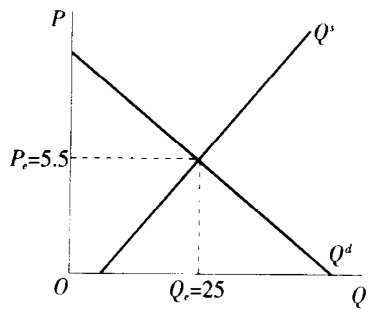

图 2—3

（4）（1）中，既定的需求曲线和供给曲线。这种根据既定的外生变量来求得的变量值的分析方法，被称为静态分析。（2）和（3）中，需求曲线或者供给曲线发生变化。这种研究外生变量变化对内生变量的影响方式，以及分析比较不同数值的外生变量下的内生变量的不同数值，被称为比较静态分析。

（5）通过（1），（2）和（3）可以得出如下结论：

在其他条件不变的情况下，需求变动分别引起均衡价格和均衡数量的同方向的变动；供给变动分别引起均衡价格的反方向的变动和均衡数量的同方向变动。

2. 假定表 2—1 是需求函数 $Q^d=500-100P$ 在一定价格范围内的需求表：

表 2—1 **某商品的需求表**

价格（元）	1	2	3	4	5
需求量	400	300	200	100	0

（1）求出价格 2 元和 4 元之间的需求的价格弧弹性。

（2）根据给出的需求函数，求 $P=2$ 元时的需求的价格点弹性。

（3）根据该需求函数或需求表做出几何图形，利用几个方法求出 $P=2$ 元时的需求的价格点弹性。它与（2）的结果相同吗？

解：（1）当价格在 2 元和 4 元之间，根据需求价格的弧弹性计算公式：$e_d=-\frac{\Delta Q}{\Delta P}\cdot\frac{P_1+P_2}{Q_1+Q_2}$ 以及需求函数 $Q^d=500-100P$，可以得出：$e_d=1.5$。

（2）当 $P=2$ 时，根据需求的价格点弹性公式：$e_d=-\frac{dQ}{dP}\cdot\frac{P}{Q}$ 以及需求函数 $Q^d=500-100P$，可以得出：$e_d=\frac{2}{3}$。

（3）如图 2—4，A 点的价格为 2，根据需求曲线可得需求量为 300，根据点弹性的图形表示知道 A 点的点弹性为：$e_d=\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{200^2+2^2}}{\sqrt{300^2+3^2}}\approx\frac{2}{3}$ 大致相同。

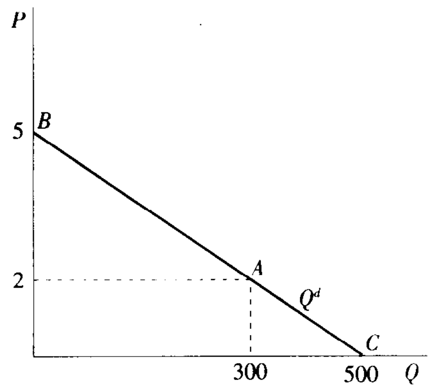

图 2—4

3. 假定表 2—2 是供给函数 $Q^s=-3+2P$ 在一定价格范围内的供给表：

表 2—2 **某商品的供给表**

价格（元）	2	3	4	5	6
供给量	1	3	5	7	9

（1）求出价格 3 元和 5 元之间的供给的价格弧弹性。

（2）根据给出的供给函数，求 $P=4$ 元时的供给的价格点弹性。

（3）根据该供给函数或供给表做出几何图形，利用几个方法求出 $P=4$ 元时的供给的价格点弹性。它与（2）的结果相同吗？

解：（1）当价格在 3 元和 5 元之间，根据供给的价格弧弹性计算公式 $e_s=\frac{\Delta Q}{\Delta P}\cdot\frac{P_1+P_2}{Q_1+Q_2}$ 以及供给函数 $Q^s=-3+2P$，可以得出：$e_s=1.6$。

（2）当 $P=4$ 时，根据供给的价格点弹性公式 $e_s=\frac{dQ}{dP}\cdot\frac{P}{Q}$ 以及供给函数 $Q^s=-3+2P$，可

以得出：$e_s=1.6$。

（3）根据该供给函数或供给表可描点画出几何图形如图 2—5。

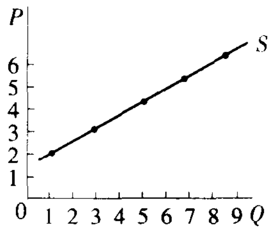

图 2—5

根据供给函数 $Q^s=-3+2P$

当 $P_1=3$ 时，$Q_1=3$

当 $P_2=4$ 时，$Q_2=5$

$e_s=\dfrac{Q_2-Q_1}{P_2-P_1}=2$

所以，用此方法算出的点弹性与（2）的结果不同。

4. 图 2—6 中有三条线形的需求曲线 AB、AC、AD。

（1）比较 a、b、c 三点的需求的价格点弹性的大小。

（2）比较 a、e、f 三点的需求的价格点弹性的大小。

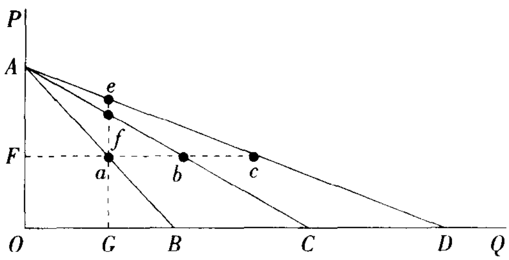

图 2—6

解：（1）根据点弹性的几何推导可知：$e_a=e_b=e_c$。

（2）根据点弹性的几何推导可知：$e_a=\dfrac{BG}{GO}$；$e_e=\dfrac{CG}{OG}$；$e_f=\dfrac{DG}{OG}$以及 $DG>CG>BG$，可以得出：$e_e>e_f>e_a$。

5. 假定某消费者关于某种商品的消费数量 Q 与收入 M 之间的函数关系为 $M=100Q^2$。

求：当收入 $M=2500$ 时的需求的收入点弹性。

解：当 $M=2500$ 时，根据需求的收入点弹性公式 $e_M=\dfrac{\Delta Q}{\Delta M}\cdot\dfrac{M}{Q}$ 以及函数 $M=100Q^2$，可以得出：$e_M=2.5$。

6. 假定需求函数为 $Q=MP^{-N}$，其中 M 表示收入，P 表示商品价格，N（$N>0$）为常数。

求：需求的价格点弹性和需求的收入点弹性。

解：价格点弹性：根据价格点弹性计算公式 $e_d=-\dfrac{dQ}{dP}\cdot\dfrac{P}{Q}$ 以及需求函数 $Q=MP^{-N}$ 可以得

出：$e_d = NM\frac{P^{-N}}{Q}$。

收入点弹性：根据需求的收入点弹性公式 $e_M = -\frac{\Delta Q}{\Delta M} \cdot \frac{M}{Q}$ 以及需求函数 $Q = MP^{-N}$，可以得出：$e_M = P^{-N}\frac{M}{Q}$。

7. 假定某商品市场上有 100 个消费者，其中，60 个消费者购买该市场 $\frac{1}{3}$ 的商品，且每个消费者的需求的价格弹性均为 3；另外 40 个消费者购买该市场 $\frac{2}{3}$ 的商品，且每个消费者的需求的价格弹性均为 6。

求：按 100 个消费者合计的需求的价格弹性系数是多少？

解： 根据需求市场理论以及弹性的概念，可以得到：$e_d = \frac{60}{100} \times 3 + \frac{40}{100} \times 6 = 4.2$。

8. 假定某消费者的需求的价格弹性 $e_d = 1.3$，需求的收入弹性 $e_M = 2.2$。

求：(1) 在其他条件不变的情况下，商品价格下降 2% 对需求数量的影响。

(2) 在其他条件不变的情况下，消费者收入提高 5% 对需求数量的影响。

解： (1) $e_d = 1.3$，商品价格下降的时候，需求数量会增加。

(2) $e_M = 2.2$，消费者收入提高的时候，需求数量也会相应增加。

9. 假定在某市场上 A、B 两厂商是生产同种有差异的产品的竞争者；该市场对 A 厂商的需求曲线为 $P_A = 200 - Q_A$，对 B 厂商的需求曲线为 $P_B = 300 - 0.5Q_B$；两厂商目前的销售量分别为 $Q_A = 50$，$Q_B = 100$。求：

(1) A、B 两厂商的需求的价格弹性 e_{dA} 和 e_{dB} 各是多少？

(2) 如果 B 厂商降价后，使得 B 厂商的需求量增加为 $Q'_B = 160$，同时使竞争对手 A 厂商的需求量减少为 $Q'_A = 40$。那么，A 厂商的需求的交叉价格弹性 e_{AB} 是多少？

(3) 如果 B 厂商追求销售收入最大化，那么，你认为 B 厂商的降价是一个正确的行为选择吗？

解： (1) 当 $Q_A = 50$，根据 $e_{dA} = -\frac{dQ_A}{dP_A} \cdot \frac{P_A}{Q_A}$ 以及函数 $P_A = 200 - Q_A$，可以得出：$e_{dA} = 3$；同理可以得到：$e_{dB} = 5$。

(2) 根据交叉弹性公式，可知 $e_{AB} = \frac{\Delta Q_A}{\Delta P_B} \cdot \frac{P_B}{Q_A}$，可以得到：$e_{AB} = \frac{22}{3}$。

(3) 由于 BJ 的弹性大于 1，所以 BJ 降低价格是一个正确的行为选择。

10. 利用图阐述需求的价格弹性的大小与厂商的销售收入之间的关系，并举例加以说明。

答： 第一种情况：当商品的需求价格弹性 $e_d > 1$ 时候，厂商的边际收益 $MR > 0$，这说明厂商的总收益与商品的销售量成同方向的变动。如图 2—7 所示。

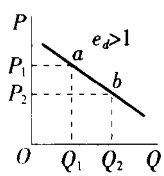

图 2—7

第二种情况：当商品的需求价格弹性 $e_d<1$ 时候，厂商的边际收益 $MR<0$，这说明厂商的总收益与商品的销售量成反方向的变动。如图 2—8 所示。

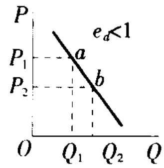

图 2—8

第三种情况：当商品的需求价格弹性 $e_d=1$ 时候，厂商的边际收益 $MR=0$，这说明厂商的总收益达到极值点，还说明厂商的总收益不受商品销售量变化的影响。如图 2—9 所示。

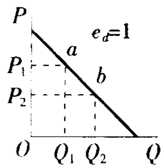

图 2—9

11. 利用图说明蛛网模型的三种情况。

答：第一种情况：供给曲线斜率的绝对值等于需求曲线斜率的绝对值。当市场由于受到外力的干扰偏离原有的均衡状态以后，实际产量和实际价格始终按同一幅度围绕均衡点上下波动，既不进一步偏离均衡点，也不逐步趋向均衡点。这种情况见图 2—10。

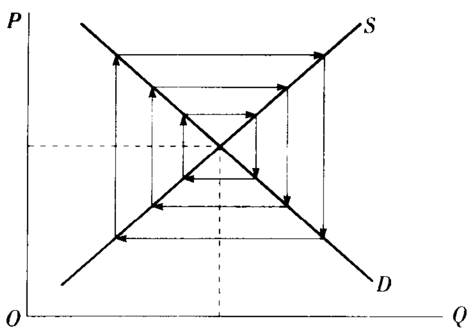

图 2—10　价格蛛网

因此，供给曲线斜率的绝对值等于需求曲线斜率的绝对值时，即供给曲线与需求曲线具有相同的陡峭或平坦的程度，为蛛网以相同的幅度上下波动的条件，相应的蛛网被称为“封闭型蛛网”。

第二种情况：供给曲线斜率的绝对值大于需求曲线斜率的绝对值。当市场由于受到干扰偏离原有的均衡状态后，实际价格和实际产量会围绕均衡水平上下波动，但波动的幅度越来越小，最后会回复到原来的均衡点。见图 2—11。

从图中可以看到只有当供给曲线斜率的绝对值大于需求曲线斜率的绝对值时，即供给曲线比需求曲线陡峭时，才能得到蛛网稳定的结果，所以，两条曲线的上述关系是蛛网趋于稳定的

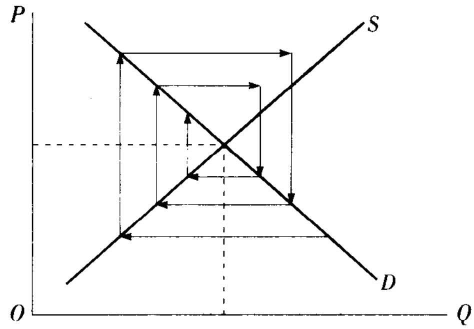

图 2—11　价格蛛网

条件，相应的蛛网被称为“收敛型蛛网”。

第三种情况：供给曲线斜率的绝对值小于需求曲线斜率的绝对值。当市场由于受到外力干扰偏离原有的均衡状态后，实际价格和实际产量上下波动的幅度会越来越大，偏离均衡点越来越远。如图 2—12 所示。

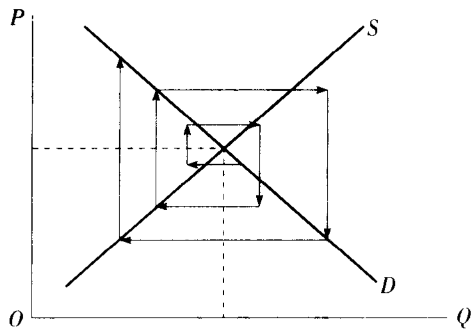

图 2—12　价格蛛网

因此，供给曲线斜率的绝对值小于需求曲线斜率的绝对值时，即供给曲线比需求曲线为平坦时，才能得到蛛网不稳定的结果，所以，两条曲线的上述关系是蛛网趋于不稳定的条件，相应的蛛网被称为“发散型蛛网”。

12. 利用图 2—13 简要说明微观经济学的理论体系框架和核心思想。

答：如图 2—13 所示，该图的左、右两个方框分别表示公众和企业。公众指的是消费者，企业指的是厂商。这里每一个消费者和每一个厂商都具有双重身份：单个消费者和单个厂商分别以产品的需求者和产品的供给者的身份出现在产品市场上，又分别以生产要素的供给者和生产要素的需求者的身份出现在生产要素市场上。图的上方和下方分别表示产品市场和生产要素市场。消费者和厂商的经济活动通过产品市场和生产要素市场的供求关系的相互作用而联系起来。

从图中的公众方面看，处于对自身经济利益的追求，消费者的经济行为表现为在生产要素市场上提供生产要素，如提供一定数量的劳动、土地等，以取得收入。然后，在产品市场上购买所需要的商品，如一定数量的咖啡、茶叶等，进而在消费中得到最大的效用满足。从图中的企业方面看，同样也出于对自身经济利益的追求，厂商的经济行为表现为在生产要素市场上购

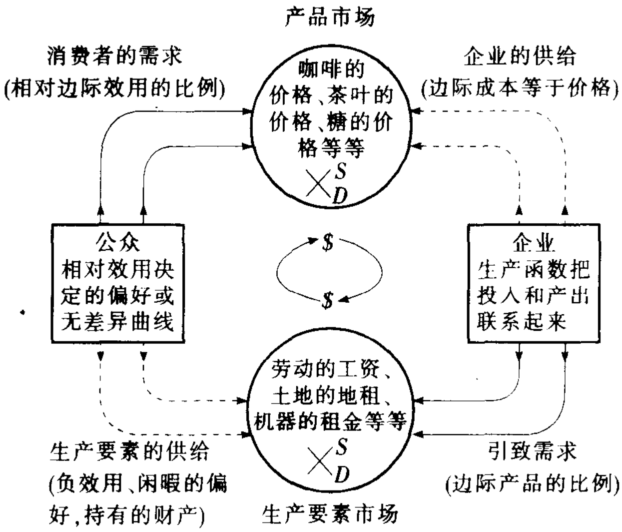

图 2—13　产品市场和生产要素市场的循环流动图

买生产所需的要素，如雇佣一定数量的工人、租用一定数量的土地等，然后，进入生产的过程进行生产，如生产一定数量的咖啡、茶叶等，进而通过商品的出售获得最大的利润。

在图的上半部，消费者对产品（如咖啡、茶叶）的需求和厂商对产品（如咖啡、茶叶）的供给相遇于产品市场，由此决定了每一种产品的市场的均衡价格和均衡数量。在完全竞争的产品市场的长期均衡条件下，厂商的利润是零，产品市场的均衡价格会降至平均成本的最低水平，也就是说，厂商是以最低的价格出售商品的。在图的下半部，消费者对生产要素（如劳动、土地）的供给和厂商对生产要素的引致需求相遇于生产要素市场，由此又决定了每一种生产要素的市场的均衡价格和均衡数量。厂商购买生产要素所支付的总价格等于工资、利息、地租和利润的总和，这四部分分别构成劳动、资本、土地和企业家才能的提供者的报酬收入。

在以上内容基础上，微观经济学中的一般均衡理论进一步证明完全竞争条件下各个市场同时均衡的状态是可以存在的。福利经济学则以一般均衡理论为出发点，进而论述一般均衡状态符合“帕累托最优状态”。这样整个经济实现了有效率的资源配置。这就是微观经济学所要论证的核心思想。

第三章　效用论

复习与思考

1. 根据基数效用论的消费者均衡条件，若$\frac{MU_1}{P_1}\neq\frac{MU_2}{P_2}$，消费者应如何调整两种商品的购买

量？为什么？若$\frac{MU_i}{P_i}\neq\lambda$，$i=1$、2，又应如何调整？为什么？

答：$\frac{MU_X}{P_X}$表示消费者购买的最后一美元的商品 X 所提供的边际效用。

（1）当$\frac{MU_1}{P_1}\neq\frac{MU_2}{P_2}$时，也就是说消费者花在商品 1 上的最后一单位美元所提供的边际效用与花在商品 2 上的最后一单位美元多提供的边际效用不相等。

当$\frac{MU_1}{P_1}>\frac{MU_2}{P_2}$，也就是说消费者花在商品 1 上的最后一单位美元所提供的边际效用大于商品 2 所提供的边际效用，所以消费者会购买更多的商品 1，减少对商品 2 的购买，直到$\frac{MU_1}{P_1}=\frac{MU_2}{P_2}$为止，这时他所能得到的效用最大。

当$\frac{MU_1}{P_1}<\frac{MU_2}{P_2}$正好与上述情况相反，在这种情况下，消费者会减少对商品 1 的购买，同时增加对商品 2 的购买，直到$\frac{MU_1}{P_1}=\frac{MU_2}{P_2}$为止，这时他能得到的效用最大。

（2）当$\frac{MU_1}{P_1}\neq\lambda$时，也就是说消费者花在商品 i 上的最后一单位美元所提供的边际效用与货币提供的的边际效用不相等。

当$\frac{MU_1}{P_1}>\lambda$，也就是说消费者花在商品 i 上的最后一单位美元所提供的边际效用大于货币所提供的边际效用，所以消费者会购买更多的商品 i，这时他所能得到的效用最大。

当$\frac{MU_1}{P_1}<\lambda$ 正好与上述情况相反，在这种情况下，消费者会减少对商品 i 的购买，这时他能得到的效用最大。

2. 根据序数效用论的消费者均衡条件，在 $MRS_{12}>\frac{P_1}{P_2}$或者 $MRS_{12}<\frac{P_1}{P_2}$时，消费者应如何调整两商品的购买量？为什么？

答：序数效用论认为消费所获得的效用只可以进行排序，效用的大小及特征表现在无差异曲线中，消费者实现自身的效用最大化，则需不断的在预算线上对两种商品的消费量做出调整，预算线的斜率为两种商品价格之比，无差异曲线的斜率为两种商品的边际替代率。均衡条件是：

$$MRS_{12}=\frac{MU_1}{MU_2}=\frac{P_1}{P_2}。$$

当 $MRS_{12}>\frac{P_1}{P_2}$，消费者应该沿着预算线多购买商品 1，同时减少对商品 2 的购买，直到 $MRS_{12}=\frac{P_1}{P_2}$为止，因为多购买商品 1 消费者可以获得更高效用且买得起得商品组合。

当 $MRS_{12}<\frac{P_1}{P_2}$时，消费者应该沿着预算线多购买商品 2，同时减少对商品 1 的购买，直到 $MRS_{12}=\frac{P_1}{P_2}$为止，因为多购买商品 2 消费者可以获得更高效用且买得起得商品组合。

3. 已知一件衬衫的价格为 80 元，一份肯德基快餐的价格为 20 元，在某消费者关于这两种商品的效用最大化的均衡点上，一份肯德基快餐对衬衫的边际替代率 MRS 是多少？

答：在消费者效用最大化的均衡条件上：$MRS=\frac{P_X}{P_Y}$，所以一份肯德基快餐对衬衫的边际替

代率为 $MRS=\frac{p_{蛋}}{p_{肉}}=\frac{20}{80}=\frac{1}{4}$。

4. 假设某消费者的均衡如图 3—1 所示。其中，横轴 OX_1 和纵轴 OX_2 分别表示商品 1 和商品 2 的数量，线段 AB 为消费者的预算线，曲线 U 为消费者的无差异曲线，E 点为效用最大化的均衡点。已知商品 1 的价格 $P_1=2$ 元。

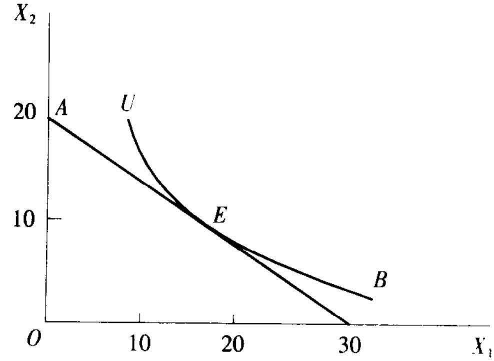

图 3—1

（1）求消费者的收入；

（2）求商品 2 的价格 P_2；

（3）写出预算线方程；

（4）求预算线的斜率；

（5）求 E 点的 MRS_{12} 的值。

解：（1）因为将消费者的全部收入用来购买商品 1 可以购买 30 单位，所以消费者的收入为：

$I=P_1\times Q_1=2\times 30=60$（元）。

（2）因为将消费者的收入全部用来购买商品 2 可以购买 20 单位，所以 $P_2=\frac{I}{Q_2}=\frac{60}{20}=3$（元）。

（3）预算线方程为：$2X_1+3X_2=60$。

（4）预算线的斜率为：$k=-\frac{2}{3}$。

（5）因为 E 点为效用最大化的均衡点，所以 $MRS=\frac{P_1}{P_2}=\frac{2}{3}$。

5. 已知某消费者每年用于商品 1 和商品 2 的收入为 540 元，两商品的价格分别为 $P_1=20$ 元和 $P_2=30$ 元，该消费者的效用函数为 $U=3X_1X_2^2$，该消费者每年购买这两种商品的数量应各是多少？每年从中获得的总效用是多少？

解：（1）根据消费者效用最大化的均衡条件为：$\frac{MU_{X_1}}{P_1}=\frac{MU_{X_2}}{P_2}$，因为效用函数为 $U=3X_1X_2^2$，得出：$MU_{X_1}=3X_2^2$，$MU_{X_2}=6X_1X_2$，所以$\frac{3X_2^2}{20}=6X_1X_2$，即 $4X_1=3X_2$。因为 $I=P_1X_1+P_2X_2=540$，所以得出：$X_1=9$，$X_2=12$。

（2）每年获得的总效用为 $U=3\times 9\times 12^2=3888$。

6. 假设某商品市场上只有 A、B 两个消费者，他们的需求函数各自为 $Q_A^d=20-4P$ 和 $Q_B^d=$

$30-5P$。

(1) 列出这两个消费者的需求表和市场需求表；

(2) 根据 (1)，画出这两个消费者的需求曲线和市场需求曲线。

解：消费者的需求表和市场需求表：

单位商品价格	单位时间内个人需求量		单位时间市场需求量
	A	B	
1	16	25	41
2	12	20	32
3	8	15	23
4	4	10	14
5	0	5	5

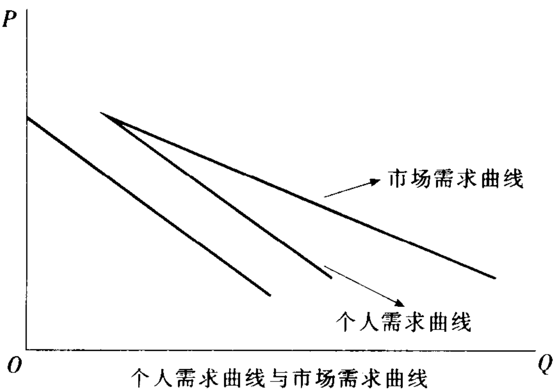

图 3—2

7. 假定某消费者的效用函数为 $U=x_1^{0.5}x_2^{0.5}$，两商品的价格分别为 P_1，P_2，消费者的收入为 M。分别求该消费者关于商品 1 和商品 2 的需求函数。

解：因为消费者效用最大化的均衡条件为 $\frac{MU_{x_1}}{P_1}=\frac{MU_{x_2}}{P_2}$，根据消费者的效用函数为 $U=x_1^{0.5}x_2^{0.5}$，得出 $MU_{x_1}=0.5x_1^{-0.5}x_2^{0.5}$，$MU_{x_2}=0.5x_1^{0.5}x_2^{-0.5}$，所以可以推出：$\frac{P_1}{P_2}=\frac{x_2}{x_1}$。又因为 $P_1x_1+P_2x_2=M$，所以商品 1 的需求函数为 $x_1=\frac{M}{2P_1}$，商品 2 的需求函数为 $x_2=\frac{M}{2P_2}$。

8. 令某消费者的收入为 M，两商品的价格分别为 P_1、P_2。假定该消费者的无差异曲线是线性的，且斜率为 $-\alpha$。

求：该消费者的最优商品消费组合。

解：因为预算线方程为：$P_1X_1+P_2X_2=M$，其斜率为 $-\frac{P_1}{P_2}$。由于无差异曲线是线性的，且斜率为 $-a$，所以 $MRS_{X_1X_2}=-a$，而且有角解。

(1) 当 $a>\frac{P_1}{P_2}$ 时，A 点为最优商品组合，如图 3—3 (a)，$X_1=\frac{M}{P_1}$，所以最优商品组合

为$\left(\frac{M}{P_1}, 0\right)$。

(2) 当$a<\frac{P_1}{P_2}$时，B点为最优商品组合，如图3—3（b），$X_2=\frac{M}{P_2}$，所以最优商品组合为$\left(0, \frac{M}{P_2}\right)$。

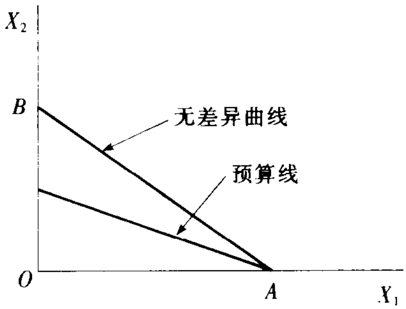

图3—3（a）

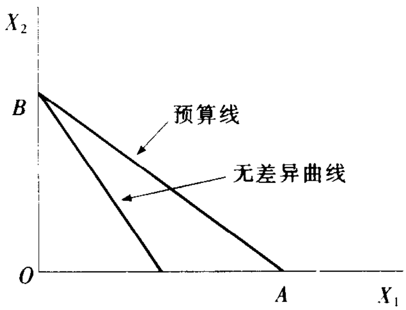

图3—3（b）

(3) 当$a=\frac{P_1}{P_2}$时，预算线上各点都是最优商品组合点。

9. 假定某消费者的效用函数为$U=q^{0.5}+3M$，其中，q为某商品的消费量，M为收入。求：

(1) 该消费者的需求函数；

(2) 该消费者的反需求函数；

(3) 当$p=\frac{1}{12}$，$q=4$时的消费者剩余。

解：(1) 商品的边际效用为$MU=0.5q^{-0.5}$

单位货币的效用为$\lambda=\frac{\partial U}{\partial M}=3$

因为$\lambda=\frac{MU}{p}$，所以$3=\frac{0.5q^{-0.5}}{P}$得$q=\frac{1}{36p^2}$，即为需求曲线。

(2) 由$q=\frac{1}{36p^2}$得$p=\frac{1}{6\sqrt{q}}$，即为反需求曲线。

(3) 消费者剩余 $\int_0^q \frac{1}{4\sqrt{q}}dq - pq = \frac{1}{2q^{\frac{1}{2}}} - pq$，

因为 $p=\frac{1}{12}$，$q=4$，所以消费者剩余为0.67。

10. 设某消费者的效用函数为所谓柯布—道格拉斯类型的，即 $U=x^{\alpha}y^{\beta}$，商品 x 和商品 y 的价格分别为 P_x 和 P_y，消费者的收入为 M，α 和 β 为常数，且 $\alpha+\beta=1$。

(1) 求该消费者关于商品 x 和商品 y 的需求函数。

(2) 证明当商品 x 和 y 的价格以及消费者的收入同时变动一个比例时，消费者对两商品的需求关系维持不变。

(3) 证明消费者效用函数中的参数 α 和 β 分别为商品 x 和商品 y 的消费支出占消费者收入的份额。

解：(1) 根据题意，可知预算约束为 $M=P_x \cdot X+P_y \cdot Y$

又已知消费者的效用函数 $U=x^{\alpha}y^{\beta}$

则构造相应的拉格朗日函数为：

$L=L(X,Y,\lambda)=U(X,Y)+\lambda(M-P_xX-P_yY)=X^{\alpha}Y^{\beta}+\lambda(M-P_xX+P_y \cdot Y)$

式中，λ 为拉格朗日乘数，效用最大化的一阶条件为：

$$\frac{\alpha L}{\alpha X}=\alpha X^{\alpha-1}Y^{\beta}-\lambda P_x=0 \quad ①$$

$$\frac{\alpha L}{\alpha Y}=\beta X^{\alpha}Y^{\beta-1}-\lambda P_y=0 \quad ②$$

$$\frac{\alpha L}{\alpha \lambda}=M-P_xX-P_yY=0 \quad ③$$

由一阶条件中的①②两个式子可得：$\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{P_x}{P_y}$

即 $\frac{\alpha X^{\alpha-1}Y^{\beta}}{\beta X^{\alpha}Y^{\beta-1}}=\frac{P_x}{P_y}$

$\frac{\alpha Y}{\beta X}=\frac{P_x}{P_y}$

那么 $\beta P_x \cdot X=\alpha \cdot P_y \cdot Y$ ④ P_y

将④代入③得：$M-\frac{x}{\beta}P_y \cdot Y-P_yY=0$

由此可知商品 Y 的需求函数为 $Y=\frac{M}{\left(1+\frac{\alpha}{\beta}\right) \cdot P_y}$

同理：将④代入③得 $M-P_x \cdot X-\frac{\beta}{\alpha}P_x \cdot X=0$

由此可知商品 x 的需求函数为 $X\frac{M}{\left(1+\frac{\beta}{\alpha}\right)P_x}$。

证明：(2) 设商品 x 和 y 的价格以及消费者的收入同时变动 K 倍，

那么 $KM=KP_x \cdot X+KP_y \cdot Y$

构造相应的拉格朗日函数为：

$L=L(X,Y,\lambda)=U(X,Y)+\lambda(KM-KP_xX-KP_y \cdot Y)$

$=X^{\alpha}Y^{\beta}+\lambda(KM-KP_x \cdot X+KP_y \cdot Y)$

式中，λ 为拉格朗日乘数。效用最大化的一阶条件为：

$$\frac{\alpha L}{\alpha X}=\alpha X^{\alpha-1}Y^{\beta}-\lambda KP_x\cdot X=0 \qquad ⑤$$

$$\frac{\alpha L}{\alpha Y}=\beta X^{\alpha}Y^{\beta-1}-\lambda KP_y\cdot Y=0 \qquad ⑥$$

$$\frac{\alpha L}{\alpha\lambda}=KM-KP_x\cdot X+KP_y\cdot Y=0 \qquad ⑦$$

由一阶条件中的⑤⑥两个式子可得：$\frac{MU_x}{MU_y}=\frac{P_x}{P_y}$

即$\frac{\alpha X^{\alpha-1}Y^{\beta}}{\beta X^{\alpha}Y^{\beta-1}}=\frac{KP_x}{KP_y}$

$$\frac{\alpha Y}{\beta X}=\frac{KP_x}{KP_y}$$

那么　$\alpha Y\cdot KP_y=\beta X\cdot KP_x$

$$\alpha KP_y\cdot Y=\beta KP_x\cdot X \qquad ⑧$$

将⑧代入⑦得：$M-\frac{\alpha}{\beta}P_y\cdot Y-P_y\cdot Y=0$

由此可知商品 y 的需求函数为　$Y=\frac{M}{\left(1+\frac{\alpha}{\beta}\right)P_y}$

可见与价格和收入不发生变动时的需求函数一样。

同理：将⑧代入⑦得：$M-P_x\cdot X-\frac{\beta}{\alpha}P_x\cdot X=0$

由此可知商品 x 的需求函数为　$X=\frac{M}{\left(1+\frac{\beta}{\alpha}\right)P_x}$

可见与价格和收入不发生变动时的需求函数一样。

所以可以证明当商品 x 和 y 的价格以及消费者的收入同时变动一个比例时，消费者对两商品的需求关系维持不变。

（3）根据效用最大化的必要条件　$\frac{MU_x}{P_x}=\frac{MU_y}{P_y}$

$$\frac{\alpha X^{\alpha-1}Y^{\beta}}{P_x}=\frac{X^{\alpha}\beta Y^{\beta-1}}{P_y}$$

$$\frac{\alpha Y}{P_x}=\frac{P_x}{P_y}$$

$$\alpha=\frac{P_x\cdot X}{P_y\cdot Y}\cdot\beta$$

又由题意可知 $\alpha+\beta=1$

所以　$1-\beta=\frac{P_x\cdot X}{P_y\cdot Y}\cdot P$

$$1=\left(1+\frac{P_x\cdot X}{P_y\cdot Y}\right)\beta$$

$$1=\frac{P_x\cdot X+P_y\cdot Y}{P_y\cdot Y}\cdot P$$

$\beta=\frac{P_y\cdot Y}{M}$　同理 $\alpha=\frac{P_x\cdot X}{M}$。

所以由此可知 α、β 分别为商品 x 和商品 y 的消费支出占消费者收入的份额。

11. 基数效用论者是如何推导需求曲线的？

答：基数效用论的消费者均衡条件为：$\frac{MU_1}{P_1}=\lambda$，它表示消费者对任何一种商品的最优购买量应该是使最后一元钱购买该商品所带来的边际效用和付出的这一元钱的货币的边际效用相等。由于边际效用递减规律的存在，随着消费者对某种商品的不断增加，MU 不断递减，在货币的边际效用 λ 不变的前提下，商品的需求价格 P 会下降，所以，商品的需求价格必然随需求量的增加而下降。

12. 用图说明序数效用论者对消费者均衡条件的分析，以及在此基础上对需求曲线的推导。

答：

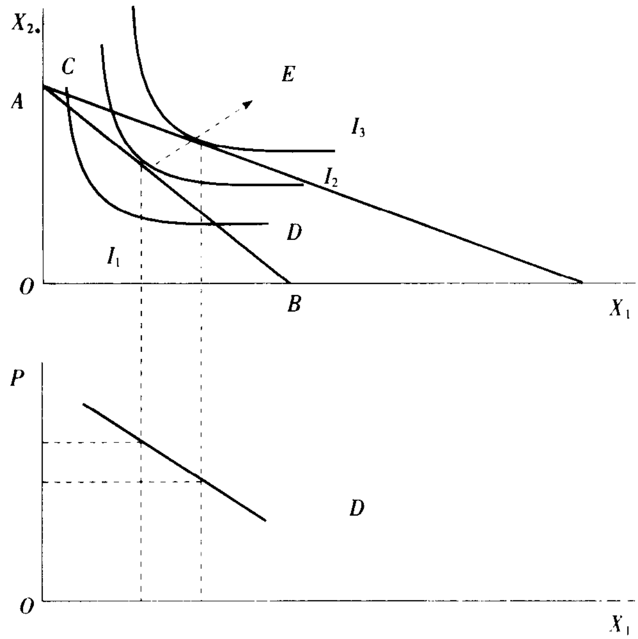

图 3—4

如图 3—4 所示，AB 为消费者在收入既定及商品价格已知条件下的预算线，就无差异曲线 I_1 来说，它与预算线相交于 C，D 两点，消费者虽然能够购买到这两点的商品组合，但是，这两点不能给消费者带来更大的满足，因为 C，D 之间的任意一点都是消费者可以获得更高效用且买得起的商品组合，这种沿着 AB 线段由 C 点往右，D 点往左的运动，最后运动到 E 点，即无差异曲线。I_2 与预算线的切点，达到均衡，即 $MRS_{12}=\frac{MU_1}{MU_2}=\frac{P_1}{P_2}$。无差异曲线 I_3，虽然它代表的效用水平高于 I_2，但它与预算线无交点也无切点。这说明消费者在既定的收入下是无法实现对无差异曲线 I_3 上的任何一点的商品组合的购买的。

序数效用论的消费者均衡条件是 $MRS_{12}=\frac{MU_1}{MU_2}=\frac{P_1}{P_2}$。通过一种商品价格变动，可以得到不同价格水平下的均衡点，也就可以找到在这个价格水平下所对应的消费量。再将消费量和价格的对应值表示在坐标轴上，即为需求曲线。

13. 分别用图分析正常物品、低档物品和吉芬物品的替代效应和收入效应，并进一步说明这三类物品的需求曲线的特征。