高等师范院校

高等数学教学大纲

（供化学专业试用，地理专业参考）

人民教育出版社

一九八〇年八月

本大纲由教育部委托华东师范大学草拟，于一九八〇年五月在上海举行的高等学校理科数学、力学、天文学教材编审委员会扩大会议上，由东北师范大学、华中师范学院、华东师范大学等校的代表讨论修改，并经编委会审订。

高等师范院校化学专业
高 等 数 学 教 学 大 纲

说　　明

1．高等数学是高等师范院校化学专业的一门基础课.通过本课程的学习使学生获得高等数学最基本的知识和必要的基础理论以及比较熟练的运算技能，为学生学习化学、物理等基础课提供必要的数学工具，并为进一步学习数学和化学专业课打下初步基础.

2．本课程主要内容为一元微积分，常微分方程，无穷级数，向量代数与空间解析几何，多元微积分.

3．本课程以阐述数学的系统知识为主，适当联系化学、物理方面的实际.在深度或广度方面，应根据师范院校化学专业的实际需要来决定.由于本课程的性质和时间的限制，无须对所有定理与法则都加以严格证明，有些定理与法则不证或只加以几何说明.

4．本课程教学总时数为216学时，其中讲授总时数为162学时，习题课为54学时.大纲内容括弧内所注时数指讲授时数.教师在使用大纲时，对讲授次序及课时分配可以灵活掌握.

5．本大纲还列入曲面积分，场论初步与福里哀级数等打＊号的内容，其所需教学时间不计入本课程的教学总时数内．教师在提前完成本大纲所规定的基本要求后，可选教其中一部或全部．

大 纲 内 容

一．函数与极限（共21学时）

1．函数概念（7学时）

常量与变量．区间．邻域．绝对值．函数的定义．函数的表示法．函数的定义域．建立函数关系举例．函数的简单性态——有界性、奇偶性、单调性与周期性．复合函数的概念．反函数的概念及其图形．基本初等函数及其图形．初等函数．简单初等函数的作图．

附注：（1）建立函数关系举例中应包括化学方面的内容，例如融解热、萃取等．

（2）简单初等函数作图法应介绍伸缩法、平移法．

（3）指数函数与对数函数是化学专业两个常用的函数，讲授中应予以重视．

（4）注意讲清分段函数的概念．

2．极限概念（10学时）

由曲边梯形面积、自由落体的瞬时速度、萃取等问题引入极限概念．数列极限的ε-N定义．收敛数列的有界性．单调有界数列必有极限定理的叙述．e的定义：

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n.$$

函数极限的$\varepsilon-M$定义．函数极限的$\varepsilon-\delta$定义．函数的左右极限及其与函数极限的关系．

无穷小量及其基本性质，无穷小量与极限的关系．极限的四则运算，夹极限定理．两个重要的极限：

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\text{与}\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x.$$

无穷大量及其与无穷小量的关系．无穷小量的阶．等价无穷小量．

附注：（1）讲授极限的ε-M和ε-δ定义时要求着重讲清概念，不要求训练用这些定义求极限的技巧．

（2）关于无穷小量与极限运算的定理，只对函数当自变量趋向有限值时的极限情况予以证明．但应说明这些定理的结论对数列极限情况和其它各种极限情况都是成立的．

（3）$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$的单调有界性可通过列表加以说明．

3．函数的连续性（4学时）

自变量与函数的增量．函数在一点处连续的定义．间断点及其分类．连续函数的和、差、积、商、复合函数的连续性．反函数的连续性（几何说明）．基本初等函数的连续性（可选其中一部分函数如x^n，$\sin x$等为例加以证明）．初等函数的连续性．函数在闭区间上连续的定义．闭区间上连续函数的介值性及取得最大值最小值（几何说明）．

二．一元函数微分学（共25学时）

1．导数概念（4学时）

由质点在直线上运动的瞬时速度，线密度，化学反应速度等问题引入导数概念．导数的定义．导数作为变化率的概念．导数的几何意义．平面曲线的切线与法线．可导与连续的关系．无穷大导数．

2．求导法则与求导公式（6学时）

函数的和，差，积，商，复合函数与反函数的求导法则．基本初等函数的导数公式．隐函数概念及其求导法则．对数求导法．

3．高阶导数（2学时）

高阶导数．二阶导数的力学意义．参量方程所确定的函数的求导法则．

附注：对参量方程所确定的函数只讲求一阶、二阶导数的法则．

4．微分（3学时）

微分的定义及其几何意义．微分的运算法则．微分形式不变性．微分在近似计算上的应用．

5．微分学中值定理与导数的应用（10学时）

拉格朗日中值定理与柯西中值定理（几何说明）．函数为常量的充要条件．函数的单调性及其判别法．函数的极值．函数在一点取极值的必要条件与充分条件．函数的最大值与最小值及其求法．曲线凹凸性及其判别法（几何说明）．拐点．水平与垂直渐近线．函数的作图．用切线法求方程的近似解．

不定式与洛必达法则。

附注：洛必达法则只证$\frac{0}{0}$型。

三．一元函数的积分学（共24学时）

1．不定积分概念及其计算（8学时）

原函数与不定积分的定义.不定积分的几何意义.不定积分的基本性质.基本积分公式.

换元积分法.分部积分法.有理函数的积分，三角函数的有理式的积分与简单无理函数的积分举例.积分表的使用.

2．定积分概念及其计算（8学时）

由求曲边梯形面积，已知瞬时速度求路程，已知热容求热量等问题引入定积分概念.定积分的定义.定积分的几何意义.连续函数的定积分存在定理的叙述.定积分的基本性质与中值定理（几何说明）.

上限为变量的定积分及其对上限的求导定理。牛顿－莱布尼兹公式.

定积分的换元法与分部积分法.

定积分的近似计算——矩形法，梯形法与抛物线法.

3．定积分的应用（5学时）

定积分在几何上的应用——平面图形的面积．曲线的弧长.弧长微分.已知平行截面面积的立体体积.旋转体的体积.旋转面的面积.

定积分在物理上的应用—— 平均值.非均匀棒的质量.变力作功等.

附注：在定积分的应用部分中，着重介绍“微元法”。

4．广义积分（3学时）

两种广义积分的定义及计算法．简单物理应用．

Γ函数的介绍．

四．无穷级数（共14学时）

1．常数项级数（6学时）

无穷级数及其收敛与发散的定义．收敛的必要条件．几何级数，调和级数与p级数．级数的基本性质．正项级数的判敛法则——比较判别法与达朗贝尔判别法．交错级数及其判敛法则．任意项级数．绝对收敛与条件收敛．

2．幂级数（8学时）

函数项级数及其收敛域．幂级数概念及其收敛区间．收敛半径的求法．幂级数的四则运算．幂级数的逐项积分与逐项求导定理的叙述．

函数的泰勒级数．马克劳林级数．带拉格朗日余项的泰勒公式的叙述．函数展开为幂级数的定理．函数e^x，$\sin x$，$\cos x$，$\ln(1+x)$，$(1+x)^\alpha$的幂级数展开式．

幂级数在近似计算上的应用．欧拉公式的形式推导．

附注：应介绍利用幂级数性质和变量代换将简单初等函数展开为幂级数的方法．

五．常微分方程（共18学时）

1．微分方程的一般概念（2学时）

由镭的蜕变规律等实际问题引入常微分方程概念．方程

的阶，通解，初始条件与特解。

2．一阶微分方程（3学时）

可分离变量的方程。线性方程。

3．二阶微分方程的三种特殊类型（2学时）

$y''=f(x)$，$y''=f(x, y')$，$y''=f(y, y')$。

4．二阶线性微分方程（6学时）

齐次方程与非齐次方程的解的结构，二阶常系数线性方程的解法。非齐次项为多项式，正（余）弦函数，指数函数的二阶常系数非齐次线性方程的解法。

5．幂级数解法举例——贝塞尔方程等（1学时）

6．微分方程的应用（4学时）

附注：（1）可介绍齐次方程，伯努利方程与欧拉方程的解法。

（2）微分方程的应用举例应包括化学方面的内容，如微分方程在化学反应规律中的应用等。

六．向量代数与空间解析几何学（共16学时）

1．空间直角坐标系（1学时）

空间点的直角坐标。两点间的距离。定比分点。

2．向量代数（6学时）

向量概念。向径。向量的加减法。向量与数量的乘法。向量的坐标表示。向量的模与方向余弦。向量的数量积。两向量的夹角。向量的向量积。两向量垂直与平行的条件。

3．平面与空间直线（4学时）

平面方程——点法式，一般式，截距式。两平面的夹角。

两平面平行与垂直的条件.

空间直线的方程——点向式，参量式，两面式．两直线的夹角.直线与平面的夹角.

4．简单曲面与空间曲线（5学时）

球面方程．柱面方程与锥面方程.旋转面方程.二次曲面标准方程举例.

空间曲线作为两曲面的交线.空间曲线的参量方程（螺旋线）.空间曲线在坐标面上的投影.

附注：教会学生使用平行截面法来讨论曲面的形状，并能作一些简单曲面的草图．特别通过布置画一些由平面与曲面围成的空间立体图形的习题，来加强培养学生的空间想象力.

七．多元函数的微分学（共20学时）

1．多元函数（3学时）

多元函数的定义.二元函数及其定义域的几何表示.二元函数的极限与连续性.闭域上连续函数的性质的叙述.

2．偏导数与全微分（8学时）

偏导数的定义.二元函数的偏导数的几何意义.高阶偏导数.高阶偏导数与求导次序无关的条件的叙述.函数的全增量.全微分的定义.全微分存在的充分条件的叙述．全微分在近似计算中的应用.

多元函数的复合函数及其求导法则.全导数.隐函数的求导公式.

3．偏导数的应用（9学时）

二元函数的极值．极值的必要条件．二元函数的极值的充分条件的叙述．最大值与最小值的求法．条件极值与拉格朗日乘数法．最小二乘法．空间曲线的切线与法平面．曲面的法线与切平面．

八．多元函数的积分学（共21学时）

1．二重积分的概念及计算（7学时）

由计算曲顶柱体的体积与非均匀板的质量等问题引入二重积分概念．二重积分的定义及基本性质．矩形区域和任意区域上二重积分的计算法——化为二次积分．极坐标下二重积分的计算法．

附注：介绍极坐标下面积元素的几何意义．

2．三重积分的概念及计算（5学时）

三重积分的定义及基本性质．三重积分的计算法．柱面坐标与球面坐标下三重积分的计算法．

附注：介绍柱面坐标和球面坐标下体积元素的几何意义．

3．重积分的应用（4学时）

平面面积．立体体积．曲面面积．重心．

4．曲线积分（8学时）

由计算不均匀曲线物体的质量引入第一型曲线积分．第一型曲线积分的基本性质，计算公式及其应用——柱面面积．

由计算沿曲线路径变力作功引入第二型曲线积分．第二型曲线积分的基本性质及计算公式的叙述．格林公式．平面

线积分与路径无关的条件.全微分的条件.全微分方程的解法.

附注：重积分的性质和计算法均用几何直观加以说明.

5．曲面积分*

由计算不均匀曲面的质量引入第一型曲面积分．第一型曲面积分的定义及其计算公式.

由流量问题引入第二型曲面积分．第二型曲面积分的定义及其计算公式的叙述.奥高定理.斯托克斯定理的叙述．空间线积分与路线无关的条件.全微分方程的解法.

6．场论初步*

数量场与向量场．方向导数与梯度.哈密尔登算子∇.梯度，散度与旋度的符号及运算公式．用这些符号来表示奥高定理与斯托克斯定理.

九．无穷级数（续）——福里哀级数*

三角函数系的正交性.福里哀系数公式.函数的福里哀级数．函数展开成福里哀级数收敛的充分条件——狄里赫莱条件的叙述.

偶函数与奇函数的福里哀级数．函数展开为正弦级数与余弦级数.函数在任意区间上的福里哀级数.

用福里哀级数解热传导方程，拉普拉斯方程，弦振动方程等举例.