航空摄影测量学

（航内中等科用）

下　册

中国人民解放军测绘学院

一九八一年九月

航空摄影测量学

下　　册

（航内中等科用）

中国人民解放军测绘学院

一九八一年十二月

目　　录

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

右

第四章　立体象对的解析基础和象对的立体观察

§4—1　概　　述

以单张航摄象片为基础的摄影测量方法只能确定平坦地区地面点的平面位置，不能确定点的高程。而以从不同摄影站摄取的、具有一定重迭的两张象片所组成的立体象对为基础的摄影测量方法可以确定地面点的平面位置和高程。所以，前者适用于平坦地区的测图，后者适用于丘陵地和山地的测图。利用立体象对确定所摄物体的形状、大小及其空间位置的方法叫做立体摄影测量。立体摄影测量通常用于下面的二个方面：一是利用对地球表面摄影的立体象对测制各种比例尺的地形图、正射影象图及各种工程用图；二是利用对某物体（如大型工程建筑物等）摄影的立体象对确定该物体的形状、大小、变形及移位情况。

摄取地球表面的象片时，摄影机可以放在卫星和飞机上，也可以直接放在地面上对地面摄取立体象对，由于它们各有不同的特点，而分别把处理卫星、飞机和地面上获得的立体象对的方法称为卫星摄影测量、航空摄影测量和地面立体摄影测量。卫星摄影测量是人造地球卫星出现之后所产生的新的摄影测量方法，目前还处于研究和发展阶段；地面立体摄影测量由于摄影范围有限，摄影站受地形条件限制，一般作为工程测量和局部地区的地形测图方法。大面积的大、中比例尺地形图测制工作，目前主要是采用航空摄影测量方法。

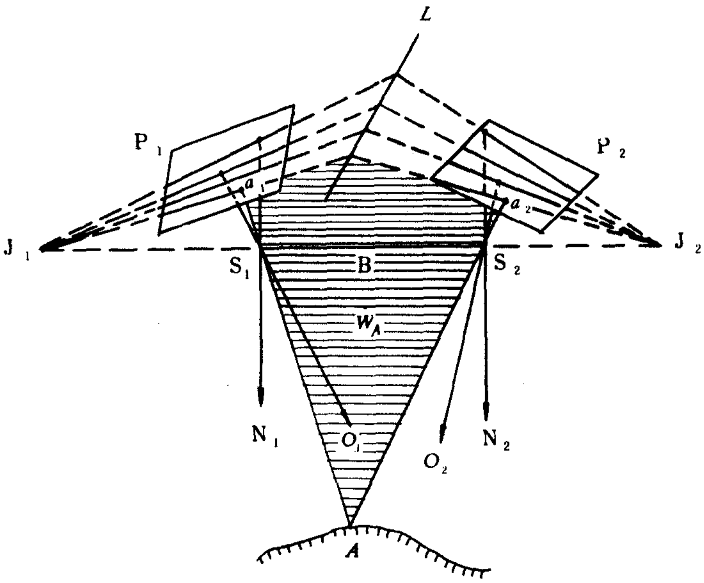

图　4—1

以立体象对为基础的立体摄影测量，利用立体象对内部及其对所摄地面的固有几何关系，并利用立体象对重迭范围内的四个角上布设的四个平、高控制点，就可以确定象对重迭范围内任一点的地面坐标X、Y和高程，並绘出等高线和地物的平面位置。

本章着重研究立体象对内部及其与所摄地面之间的几何关系和基本解析公式，並简介象对立体观察的条件和方法。

下面先阐述摄影测量中常用的术语。图4—1中，P_1、P_2 分别为处于摄影位置上的一个立体象对的左、右象片，S_1 和 S_2 分别为左、右摄影中心，S_1O_1 和 S_2O_2 分别为左、右摄影光束的主光线（主光轴），n_1、O_1 和 n_2、O_2 分别为左、右象片的象底点和象主点，L为右、左象平面的交线。

相应光线：为任一地面点射向立体象对的不同摄影中心的两条中心光线。如 AS_1 和 AS_2 就是相应光线。

相应象点：为相应光线与两象平面的交点。如相应光线 AS_1 和 AS_2 分别与左、右象平面的交点 a_1 和 a_2 就是地面A点的相应象点。地面点及其象点和投影中心这三点必在同一条摄影光线上，我们称它们为三点共线。如点A、a_1 和 S_1，点A、a_2 和 S_2 分别位于摄影光线 AS_1a_1 和 AS_2a_2 上。

摄影基线：为立体象对的两摄影中心间的线段 S_1S_2。一般摄影基线用B（$=S_1S_2$）表示。

核面：为摄影基线B与任一个地面点所决定的平面。摄影基线B与A点决定的平面 W_A 叫做A点的核面，立体象对所摄地面点是无数的，所以，立体象对中有无数个核面。其中，过地主点和地底点的核面分别称为主核面和垂核面，过左、右地主点的核面分别称为左、右主核面，左、右主核面一般是不重合的。一个立体象对中只有一个垂核面。由核面的定义可知：地面点的相应光线必在其核面内、并相交于该地面点上，这就是相应光线共面条件。

核线：为核面与象平面的交线。地面点的核面与立体象对左、右象平面的交线称为相应核线。如A点的核面 W_A 与左、右象片的交线 ℓ_1 和 ℓ_2 为相应核线。过左、右象主点的核线称为左、右主核线；过象底点的核线称为垂核线（过左、右象底点的核线就是相应核线）。由于相应光线和相应象点位于其地面点的核面内，所以，相应象点也必位于相应核线上，而在同一个核面上之所有地面点的相应象点也一定在同一对相应核线上。

核点：为摄影基线的延长线与左、右象平面的交点，如图4—1中的 J_1 和 J_2。由于所有核面均通过摄影基线，于是同一张象平面上的所有核线均相交于核点J。

核面与两个相交于L的象平面的交线即相应核线也相交在两象平面的交线L上。

立体摄影测量往往要借助于立体象对在专门的立体测图仪器上，直接或间接地建立立体模型来量测地面点的平面位置和高程。在仪器上建立立体模型应用了摄影过程的几何反转特性，从而实现相应光线共面，即相应光线在核面内並且相交于一点，这样就确定了地面点的空间位置。利用立体象对确定地面点空间位置的方法也就是前方交会。如图4—2所示，P_1、P_2 为摄影时所取得的立体象对，AS_1a_1 和 AS_2a_2 为相应光线，a_1 和 a_2 为相应象点。摄影时物点A、摄影中心S和象点a三点共线，相应光线 AS_1a_1 和 AS_2a_2 共面並交于地面点A，这就是摄影时地面点和象点之间所存在的几何关系。将经过摄影处理后的没有畸变的立体象对 P_1 和 P_2 放在两个与摄影机完全相同的投影器内，恢复底片在摄影时的外方位元素（X_S、Y_S、Z_S、α_x、ω、κ），这意味着将两个投影器放在摄影时的位置之上，把立体象对进行摄影过程的几何反转投影。于是，投影时由象点和投影中心所建立的投影光束与摄影时由地面点和摄影中心所建立的摄影光束的形状完全一样，因而，所有的相应的投影光线仍然在核面内並相交于地面点上。例如相应投影光线 a_1S_1A 和 a_2S_2A 交于A点，由无数对相应投影光线相交的交点所构成的几何表面

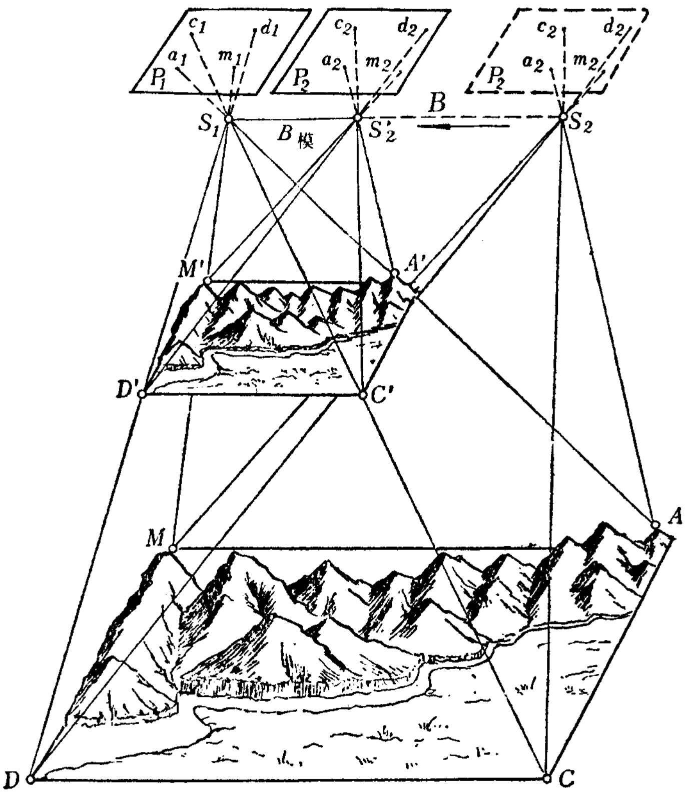

图 4—2

称之为几何立体模型，简称几何模型。几何模型的大小和方位与实际所摄地面完全一致。如果把恢复了摄影方位的两个投影光束（投影器）作为一个整体（保持两个投影光束之间摄影时的相对方位不改变），进行平移和旋转，由于没有改变投影光束之间的相对方位，因而相应投影光线仍保持共面並且相交的几何关系，几何模型也就存在，其大小仍与地面完全一样，只是它也随同作为一个整体的两个投影光束一起作了相同的平移和旋转，几何模型的方位与实际地面不一致了。可见，建立与实地等大的几何模型，並不要恢复两投影光束在摄影时的实际位置上，只要恢复两投影光束（投影器）在摄影时的相对位置即可。

为了能在室内建立缩小的立体模型，以便进行量测，下面研究建立缩小的几何模型的条件。图4—2中，假定P_1、P_2为恢复摄影时相对位置的立体象对，AMDC为与实地等大，方位是任意的几何模型。保持左投影光束（投影器）不动，使右投影光束（投影器）及其投影中心S_2沿摄影基线由S_2朝着S_1平移到S_2'。显然，右投影器平移过程中，右投影光束的所有投影光线均在其核面内平移，移动前后的投影光线互相平行。所以，右投影光束平移到S_2'后，相应光线仍然共面，且成对相交。由无数相应光线相交的新交点构成的几何模型为A'M'D'C'，它与实际地面等大的几何模型AMDC完全相似。由上述平移条件可知：图4—2中$\triangle S_2'S_1A' \backsim \triangle S_2S_1A$，$\triangle S_2'S_1M' \backsim \triangle S_2S_1M$，$\triangle S_2'S_1D' \backsim \triangle S_2S_1D$和$\triangle S_2'S_1C' \backsim \triangle S_2S_1C$，可以得到

$$\frac{S_1A'}{S_1A}=\frac{S_1M'}{S_1M}=\frac{S_1D'}{S_1D}=\frac{S_1C'}{S_1C}=\frac{B_{模}}{B} \quad (a)$$

式中$B_{模}$为平移后两投影中心S_1和S_2'之间的距离，称它为投影基线或模型基线。由（a）式可知：

$$\frac{S_1A'}{S_1A}=\frac{S_1M'}{S_1M}=\frac{B_{模}}{B}$$

所以，$\triangle S_1A'M' \backsim \triangle S_1AM$，于是$A'M' \parallel AM$，且有

$$\frac{A'M'}{AM}=\frac{B_{模}}{B}$$

同理，可得$M'D' \parallel MD$，$D'C' \parallel DC$，$C'A' \parallel CA$，並有

$$\frac{A'M'}{AM}=\frac{M'D'}{MD}=\frac{D'C'}{DC}=\frac{C'A'}{CA}=\frac{B_{模}}{B} \quad (b)$$

这证明缩小后的几何模型$A'M'D'C'$同与实际地面等大的几何模型$AMDC$相似。我们把比值$\frac{B_{模}}{B}$称为几何模型$A'M'D'C'$的模型比例尺，並记为

$$\frac{1}{M_{模}}=\frac{B_{模}}{B} \quad (4-1)$$

式中摄影基线B为常数，如果改变投影基线$B_{模}$，也就改变了几何模型的比例尺。于是证明了投影基线为任意长度时，恢复两投影光束在摄影时的相对位置，仍可建立与实地相似、比例尺和方位是任意的大大缩小了的几何模型。为了量测几何模型点的地面坐标，还必须利用分布在几何模型四角上模型点的坐标与其相应地面点的地面坐标相比较（相似变换方法），以确定几何模型的大小和它对地面坐标系的方位，使几何模型上控制点模型坐标等于地面坐标，再量测几何模型上的其他点，就可得该点的地面坐标X、Y和高程h。

象点、投影中心和物点三点共线，相应光线共面，利用地面控制点确定几何模型的比例尺和方位，以及利用相应投影光线前方交会确定几何模型点的空间坐标，这些几何关系都可以用严格的数学方程表示。而这些严格的数学关系则是立体摄影测量、特别是解析摄影测量的重要理论根据。

直接模拟上述几何关系，建立並测量几何模型的空间坐标，测绘等高线的仪器称为模拟型立体测图仪，例如各种精密立体测图仪器和多倍仪均属此类。这类仪器有A型自动立体测图仪、C型精密立体测图仪、立体测图仪B_{8S}、D型立体测图仪等。这一类仪器中，大多利用光学投影、机械投影的方式直接或间接地模拟投影光线实现空间前方交会的几何关系，建立並量测与实地相似的几何模型，而得到地面任一点的平面位置（X、Y）和高程(h)，同时描绘出垂直投影的等高线和地物。人们将这一类仪器称为全能型立体测图仪或简称全能仪器，利用全能仪器测制地形图的方法称为全能法测图。

典型的全能法测图的作业过程包括：

1. 恢复摄影光束——称为内部定向；
2. 恢复摄影时两个光束之间的相对位置（方位）——称为相对定向；
3. 恢复两个光束在大地坐标系中的位置（方位），即确定（或归化）几何模型的比例尺及对图平面坐标系的方位——称为绝对定向；
4. 测绘地物地貌

此外，在现行作业中还有一种方法即微分法测图，其特点是不建立几何模型，而是利用一定的数学关系，在立体量测仪上确定点的地面高程，并在象片上将地面等高的点连成等高线（这

种象片上的等高线仍受投影误差和倾斜误差影响，因而是中心投影的等高线），然后用单投影转绘仪转绘成垂直投影的等高线。由于地面点的高程和平面坐标分别是在不同的仪器上先后完成，而且解算又不是严格地满足上述几何关系，所以把这种成图方法称为微分法或者分工法。

根据描述上述各种几何关系的象点与地面点坐标之间的严格的解析方程式，利用电子计算机解算几何模型的地面坐标X、Y和高程h，并绘出等高线，以及在少量野外控制点的情况下，根据解析关系用计算机按最小二乘法平差原则解算整条航线或整个区域范围内测图所需要的地面控制点（加密点）的坐标X、Y和高程h的理论和方法，统称为解析摄影测量。根据解析摄影测量理论进行解析测图使用的仪器叫做解析测图仪。根据解析摄影测量确定航线或区域（若干条航线）内测图控制点坐标X、Y和高程的方法又称之为解析空中三角测量。

§4—2　象对的相对方位元素和绝对方位元素

［一］象点和地面（模型）点的坐标系统

为了表示象点和地面点之间的数学关系，必须建立表示象点和地面点空间位置的象空间坐标系和物空间坐标系。习惯上将物空间坐标系称为摄影测量坐标系，简称为摄测坐标系。

1．象空间坐标系

象空间坐标系用来表示象点的空间位置。如图4—3中的S—xyz，它以投影中心为坐标原点；x、y轴与象片上相应的x、y轴平行，正方向也相同；z轴与象片主光轴os重合，其正方向与摄影方向相反。显然，象片p在空间坐标系S—XYZ中的方位，可以由象空间坐标系s—xyz在S—XYZ中的方位确定。任一个象点m在象空间坐标系s—xyz中的x、y坐标与它在象平面坐标系中的坐标相等，在象空间坐标系中，所有象点的z坐标均为z＝−f 故　m点在象空间坐标系s—xyz中的坐标表示为（x、y、−f）。

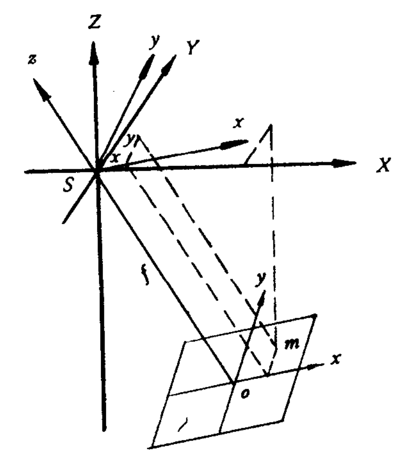

图　4—3

2．摄影测量坐标系

摄影测量坐标系或“摄测”坐标系用于表示模型点（地面点）的空间位置，也可用于表示象点的空间位置。

一般说摄测坐标系的原点和坐标轴可以根据实际需要选择，它的原点可选在某一摄影站（投影中心）上，或者某一模型点（地面点）上，X轴与航线的平均方向一致，向东为正，Y轴接近水平，向北为正，Z轴接近铅垂，向上为正，如图4—4所示，记为S—XYZ或A—$X_G Y_G Z_G$。摄测坐标系和象空间坐标系均为右手空间直角坐标系。

通常，把Z轴选为铅垂的摄测坐标系称为地面辅助坐标系；以摄影基线为X轴、左主核面为XZ平面的摄测坐标系称为基线坐标系；也可选择某一张象片的象空间坐标系作为摄测坐标系。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

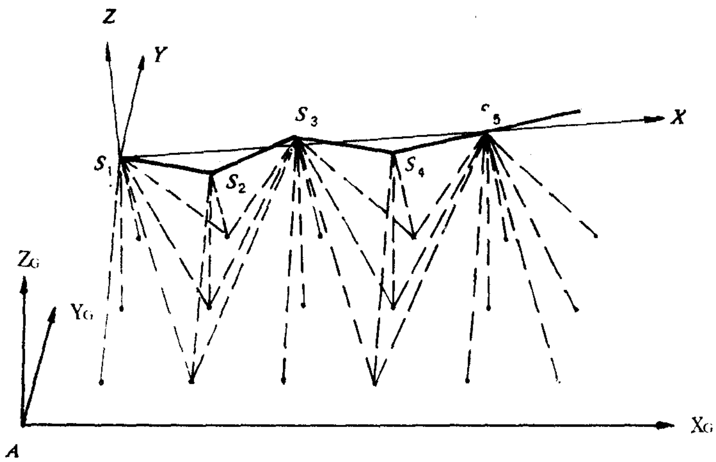

图 4—4

［二］象对的相对方位元素和绝对方位元素

欲建立与实地相似，大小和方位已知的几何模型，必须确定立体象对两张象片的十二个外方位元素。根据前面的分析，可以用恢复两张象片的相对方位和借助地面控制点确定立体象对（模型）对地面的绝对方位的方法来确定这十二个外方位元素。

确定立体象对两张象片之间相对方位的元素称为相对方位元素，确定立体象对（模型）对地面方位和大小的元素称为绝对方位元素。恢复了立体象对的相对方位和绝对方位元素，也就恢复和确定了十二个外方位元素。现由外方位元素出发，说明相对方位和绝对方位元素的概念。

设立体象对左片和右片的外方位元素（分别加脚符1 和2 ）为：

$$X_{S1}、Y_{S1}、Z_{S1}、\alpha_{X1}、\omega_1、\varkappa_1$$

$$X_{S2}、Y_{S2}、Z_{S2}、\alpha_{X2}、\omega_2、\varkappa_2$$

由右片的外方位与左片的外方位元素对应相减，可得：

$$\left.\begin{array}{l}\triangle X=X_{S2}-X_{S1},\triangle Y=Y_{S2}-Y_{S1},\triangle Z=Z_{S2}-Z_{S1},\\ \triangle\alpha_X=\alpha_{X2}-\alpha_{X1},\triangle\omega=\omega_2-\omega_1,\ \triangle\varkappa=\varkappa_2-\varkappa_1,\end{array}\right\}\quad(a)$$

于是左，右象片的外方位元素可写成：

$$X_{S1},\ Y_{S1}、Z_{S1}、\alpha_{X1}、\omega_1、\varkappa_1$$

$$X_{S1}+\triangle X、Y_{S1}+\triangle Y、Z_{S1}+\triangle Z、\alpha_{X1}+\triangle\alpha_X、\omega_1+\triangle\omega、\varkappa_1+\triangle\varkappa$$

显然X_{S1}、Y_{S1}、Z_{S1}、α_{X1}、ω_1、$\varkappa_1$是两张象片的公共外方位元素，也就是立体象对和几何模型对地面的绝对方位元素：$\triangle X$、$\triangle Y$、$\triangle Z$、$\triangle\alpha_X$、$\triangle\omega$、和$\triangle\varkappa$是两张象片的相对方位元素。相对方位元素中的$\triangle X$、$\triangle Y$、$\triangle Z$、是摄影基线在地面辅助坐标系S_1—XYZ的三个坐标轴上的分量。如

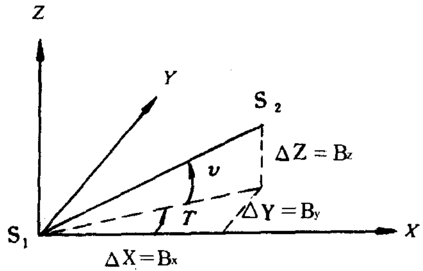

图 4—5

图4—5所示，$B_X=\Delta X$；$B_Y=\Delta Y$；$B_Z=\Delta Z$，它们决定了摄影基线在地面辅助坐标系中的方向和长度。基线的长度和方向还可以用B_x和T、ν这三个元素表示，B_x为摄影基线在X轴上的分量；T角为基线的方位角，等于基线在XY平面上的投影与X轴的夹角；ν角为基线倾角，等于基线与其在XY平面上的投影的夹角。T和ν角分别以X轴和基线在XY平面上的投影线起算，逆时针方向为正，如图4—5中箭头指向均为正。由图可得：

$$
\left.\begin{aligned}
\tan T &= \frac{B_Y}{B_X} \\
\sin\nu &= \frac{B_Z}{\sqrt{B_X^2+B_Y^2+B_Z^2}}
\end{aligned}\right\} \quad (4-2)
$$

由于基线长度B（B_x）只改变几何模型的比例尺，不是建立几何模型的必要条件。单就建立几何模型来说，只要恢复五个相对方位元素

T、ν、$\triangle\alpha_X$、$\triangle\omega$、$\triangle\kappa$

就可以了。剩下的七个元素

X_{S1}、Y_{S1}、Z_{S1}、$\overline{\alpha}_{X1}$、$\overline{\omega_1}$、$\overline{\kappa_1}$、B（B_X）

用来确定几何模型（立体象对）在地面辅助坐标系中的方位和大小，称这七个元素为绝对方位元素。立体摄影测量中，就是采取先恢复五个相对方位元素，然后，恢复七个绝对方位元素来达到恢复十二个外方位元素的目的的。

上面，我们从地面辅助坐标系出发讨论了相对方位元素和绝对方位元素的概念及两类方位元素的个数。由于实际上摄测坐标系的选择是不同的，相对方位元素和绝对方位元素的表示形式也是不同的。下面介绍两种常用的相对方位元素系统和绝对方位元素系统。

（一）两种常用的象对相对方位元素系统

1. 连续象对的相对方位元素系统

此系统的立体象对左片的象空间坐标系$s_1-x_1y_1z_1$作为摄测坐标系S_1-XYZ。相对方位

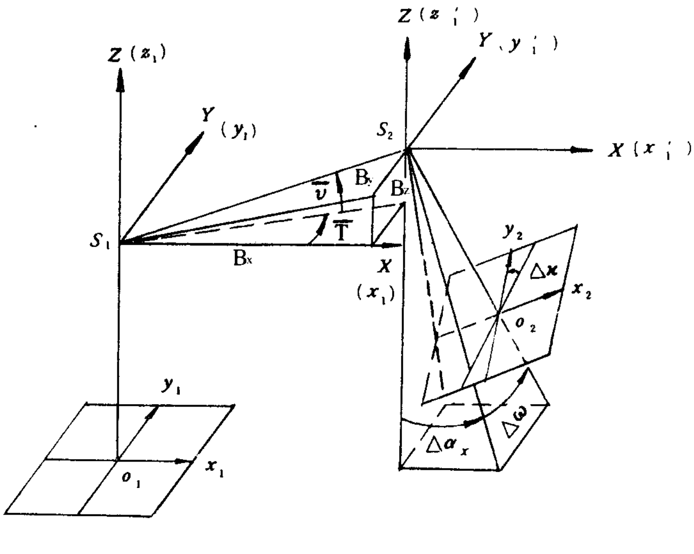

图 4—6

元素系统如图4—6所示，S_2—X′Y′Z′的三轴分别平行于S_1—XYZ的三个相应坐标轴。按照以Y轴为第一旋转轴（主轴）的外方位角元素α_x、ω、κ的定义，左片在S_1—XYZ中的“外方位”角元素为零，右片在S_1—XYZ中的“外方位”元素为B_x、B_Y、B_Z、$\overline{\triangle\alpha_X}$、$\overline{\triangle\omega}$、$\overline{\triangle\kappa}$。由(a)式定义可知：$B_x$、$B_Y$、$B_Z$、$\overline{\triangle\alpha_Z}$、$\overline{\triangle\omega}$、$\overline{\triangle\kappa}$是右片对左片的相对方位元素。不考虑$B_x$的长度，而用基线在$S_1$—XYZ中的方向角$\overline{T}$和$\overline{\nu}$表示，由图可得$\tan\overline{T}=\frac{B_Y}{B_X}$和$\sin\overline{\nu}=\frac{B_Z}{B}$，取一次项，而得

$$\left.\begin{aligned}\overline{T}&=\frac{B_Y}{B_X}\\ \overline{\nu}&=\frac{B_Z}{B}\end{aligned}\right\}\quad(4—3)$$

于是连续象对相对方位元素为下面五个：

$\overline{T}$、$\overline{\nu}$、$\overline{\triangle\alpha_X}$、$\overline{\triangle\omega}$、$\overline{\triangle\kappa}$

其中

$\overline{T}$为摄影基线B在XY面内的投影与X轴的夹角；

$\overline{\nu}$为摄影基线B与XY面的夹角；

$\overline{\triangle\alpha_X}$为右片主光轴在X′Z′面内的投影与Z′轴的夹角；

$\overline{\triangle\omega}$为右片主光轴与X′Z′面的夹角；

$\overline{\triangle\kappa}$为Y′轴在右片上的投影与右片象平面坐标系$y_2$轴的夹角。

上述各元素均以坐标轴（坐标轴的投影）或坐标面起算，逆时针方向为正。

$\overline{T}$和$\overline{\nu}$可以确定摄影基线B在S—XYZ中的方向；$\overline{\triangle\alpha_x}$、$\overline{\triangle\omega}$确定右片主光轴对左片主光轴（Z轴）的方位；$\overline{\triangle\kappa}$确定右片绕其主光轴的旋转。$\overline{\triangle\alpha_X}$、$\overline{\triangle\omega}$、$\overline{\triangle\kappa}$的旋转顺序同外方位元素$\alpha_X$、$\omega$、$\kappa$系统，以Y′（$y_1'$）为主轴（第一旋转轴）。同理，可用右象空间坐标系为摄影测量坐标系，并有类似的五个相对方位元素。

恢复这五个相对方位元素时，只需要移动和旋转两投影光束中的一个就可以确定两投影光束的相对方位。用这个系统能连续地恢复相邻的或一条航线上所有相邻投影光束之间的相对方位，而不破坏前面已经相对定向的结果，因而能建立几个或整条航线的几何模型，所以称此系统为连续象对相对方位元素系统。

（二）单独象对相对方位元素

以基线坐标系为摄测坐标系统，原点设在S_1、摄影基线为X轴，左主核面为XZ平面，Y、Z轴按右旋坐标系确定。按以X轴为主轴的外方位元素φ、α_y、κ'定义，左片在S_1—XYZ中的“外方位”角元素为τ_1，κ_1，右片在S_1—XYZ中的“外方位”元素为B、ε、τ_2、κ_2，两投影光束的相对方位元素（不考虑基线长度B）为：

τ_1、κ_1、ε、τ_2、κ_2

如图4—7所示。

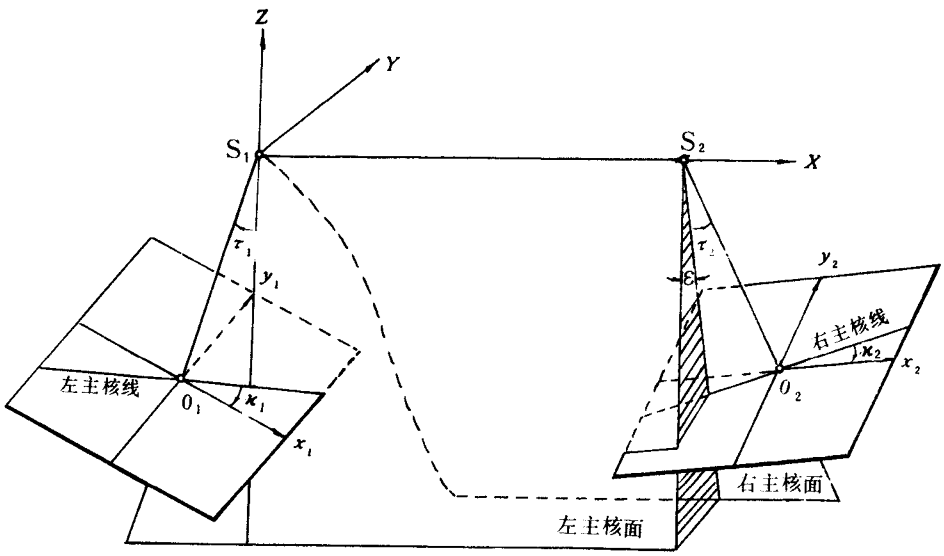

图 4—7

τ_1 为左主核面（XZ面）上左主光轴与摄影基线之垂线（Z轴）间的夹角，由垂线起算，逆时针方向为正。图中 τ_1 为负值。

κ_1 为左主核线与左片象平面坐标系 x_1 轴间的夹角，以左主核线起算，逆时针方向为正，图中 κ_1 为负值。

ε 为左右主核面间的夹角。由左主核面起算，逆时针方向为正。图中 ε 为正值。

τ_2 为右主核面上右主光轴与摄影基线之垂线间的夹角，以垂线起算，逆时针方向为正。图中 τ_2 为正值。

κ_2 为右主核线与右片象平面坐标系 x_2 轴间的夹角，以右主核线起算。逆时针方向为正。图中 κ_2 为负值。

上述五个元素中，ε 可以确定两主核面间的相对位置，τ_1 和 τ_2 可分别确定两主光轴对基线的相对位置，κ_1 和 κ_2 可分别确定两象片在其自身平面内的旋转，即控制两光束绕主光轴的旋转，所以用这五个元素也可以确定两光束的相对位置。这种系统的特点是：相对方位元素都是角元素，在确定两光束的相对方位时，需要分别转动两光束才能实现。

（二）象对（模型）的绝对方位元素

象对（模型）的绝对方位元素用来确定已恢复相对方位的两光束（象片）在地面坐标系中的正确位置，也就是确定几何模型在地面坐标系中的位置，绝对方位元素有如下七个元素

$$B、X_S、Y_S、Z_S、\overline{\alpha_X}、\overline{\omega}、\overline{\kappa}、。$$

其中：

B为基线长度（也可用基线分量 B_x 代替），用以确定模型比例尺：

$\overline{\alpha_X}$ 和 $\overline{\omega}$ 分别为模型在X和Y方向的倾斜角，用以将模型整置水平。

X_S、Y_S、Z_S 为其中一投影中心的地面坐标（也可是模型中某一已知点的地面坐标）。用以

确定模型的平移。

$\bar{\kappa}$为模型在水平面内的旋转角，用以确定模型在水平面上的旋转。

§4—3　象点与地面点的坐标关系式

本节推导描述中心投影条件下象点、投影中心和地面点三点共线的方程式，即共线条件方程式。

[一] 中心投影的构象方程式——共线条件方程式

（一）共线条件方程的一般表达方式

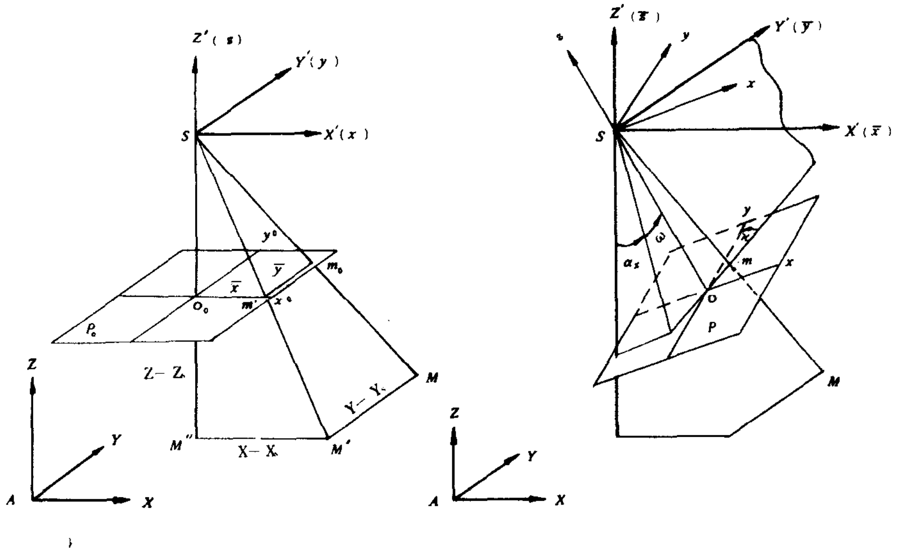

图　4—8

首先考虑严格的垂直摄影情况，如图4—8（a）所示，地面辅助坐标系S—X'Y'Z'与象空间坐标系S—$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$完全重合，而且三轴分别平行于地面坐标系的三轴X、Y、Z。S、M在地面坐标系A—XYZ中的坐标分别为(X_S、Y_S、Z_S)、(X、Y、Z)。象点m_0的象空间坐标为（$\bar{x}=x^0$，$\bar{y}=y^0$，$\bar{z}=-f$）。由$\Delta Sm_0m' \backsim \Delta SMM'$和$\Delta Sm'o_0 \backsim \Delta SM'M''$而得

$$\frac{\bar{x}}{X-X_S}=\frac{\bar{y}}{Y-Y_S}=\frac{\bar{z}}{Z-Z_S}=\frac{1}{\lambda}$$

顾及$\bar{x}=x^0$　$\bar{y}=y^0$　$\bar{z}=-f$　上式可写成

$$\begin{aligned} X-X_S&=\lambda\cdot\bar{x}=\lambda x^0\\ Y-Y_S&=\lambda\cdot\bar{y}=\lambda\cdot y^0\\ Z-Z_S&=\lambda\cdot\bar{z}=-\lambda f \end{aligned} \tag{a}$$

式中λ由第三式求出

$$\lambda=-\frac{Z-Z_S}{f}$$

由此可得垂直摄影时象点坐标$\bar{x}=x^0$ $\bar{y}=y^0$ 与地面点坐标X、Y、Z的关系式为

$$\left.\begin{aligned}\bar{x}&=\bar{z}\ \frac{X-X_S}{Z-Z_S}\\ \bar{y}&=\bar{z}\,\frac{Y-Y_S}{Z-Z_S}\end{aligned}\right.\qquad\text{(b)}$$

即

$$\left.\begin{aligned}x^0&=-f\frac{X-X_S}{Z-Z_S}\\ y^0&=-f\frac{Y-Y_S}{Z-Z_S}\end{aligned}\right.\qquad\text{(b')}$$

（b′）的式还可写成

$$\left.\begin{aligned}\frac{X-X_S}{Z-Z_S}&=-\frac{x^0}{f}\\ \frac{Y-Y_S}{Z-Z_S}&=-\frac{y^0}{f}\end{aligned}\right.\qquad\text{(b'')}$$

以上各式为垂直摄影时，用象点坐标、投影中心和地面点在地面辅助坐标系中的空间坐标所表示的三点共线方程，即中心投影的构象方程式。

由(b″)知，利用单张单航摄象片的象点坐标x^0、y^0是不能确定其地面点的空间坐标（X、Y、Z)的，只能确定该摄影光线在地面辅助坐标系中的方向。

近似垂直摄影时，倾斜象片的象空间坐标系S—x、y、z不与地面辅助坐标系S—X′Y′Z′（S—$\bar{x}\ \bar{y}\ \bar{z}$）重合，如图4—8（b）所示。为了能利用(a)和(b)式，必须研究地面点M在倾斜象片上的象点在S—$\bar{x}\ \bar{y}\ \bar{z}$和S—x y z 这两个象空间坐标系中的坐标关系。设m在S—$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$和S—xyz中的空间坐标为（$\bar{x}$、$\bar{y}$、$\bar{z}$)和(x、y、−f)，m点在同原点S的两个空间坐标系中的坐标关系可以利用空间坐标系的坐标变换方法求得。倾斜象片的象空间坐标系S—xyz 在S—$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$中的方向余弦如表4—1 所示，由空间坐标系变换可得：

表4—1

	x	y	z=−f
$\bar{x}$	a_1	a_2	a_3
$\bar{y}$	b_1	b_2	b_3
$\bar{z}$	c_1	c_2	c_3

$$\left.\begin{aligned}\bar{x}&=a_1x+a_2y-a_3f\\ \bar{y}&=b_1x+b_2y-b_3f\\ \bar{z}&=c_1x+c_2y-c_3f\end{aligned}\right\}\qquad\text{(c)}$$

或

$$\left.\begin{aligned}x&=a_1\bar{x}+b_1\bar{y}+c_1\bar{z}\\ y&=a_2\bar{x}+b_2\bar{y}+c_2\bar{z}\\ -f&=a_3\bar{x}+b_3\bar{y}+c_3\bar{z}\end{aligned}\right\}\qquad\text{(c')}$$

若用矩阵形式表示时，（c）式可写成

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com