

能量天气学的若干问题

〔讨论稿〕

中央气象局研究所

1977

说

明

这本文集综合评述了国内外一些关于能量天气学方面的研究工作，重点放在能量天气学方法应用于日常天气预报实践中的若干问题上，我们还对有关的问题进行了探索性讨论。由于开展这方面工作时间不长，实践经验尚少，对许多问题的认识还十分粗浅，提出的看法是初步的。此文集的目的，一是为关心这项工作的气象工作者提供一些基础性参考材料；二是为了对一些问题抛砖引玉，引起讨论，以便探讨在日常业务中如何更好地应用这个方法的途径，为做好灾害性天气预报，为农业学大寨服务贡献一定的力量。

一、能量天气学中用到的一些物理量	
1、总温度 T_t (或 T_σ)	1—1
2、 θ_{se} 与 T_σ 的比较	1—1 1
3、饱和总温度 T_σ^*	1—1 6
4、 T_σ 和 T_σ^* 的线性组合量	1—1 8
二、能量天气学研究的几个问题	
1、前言	2—1
2、大气能量的几种表示方法	2—3
3、不稳定能量及其几种表示方法	2—9
4、一些初步分析结果	2—1 3
5、动力学问题	2—2 3
6、小结	2—2 6
三、熵——能温差 (讨论稿)	
1、引言	3—1
2、干熵——能温差	3—2
3、湿熵——能温差	3—1 1
4、实际应用和观测误差	3—2 0
5、结语	3—2 2
四、能量天气学图表	
1、总能量形势图	4—1
2、 T_σ 与 T_σ^* 的铅直廓线图	4—2 2
3、能量演变曲线	4—3 1
4、单站能量时间面化图	4—3 6
5、能量的铅直剖面图	4—3 8

能量天气学中用到的一些物理量

吴宝俊 雷雨顺 吴正华

研究天气分析、天气预报的原理和方法的科学，简称为天气学。天气学中用到的物理量，可以有很大不同。在通常的天气学中，主要是压、温、湿、风等；而在所谓的能量天气学中，则主要是与表征总能量有关的一些物理量。

引入能量天气学中的物理量有：总温度 T_t (或 T_σ)、饱和总温度 T_{σ^*} 以及 T_σ 与 T_{σ^*} 的一些线性组合量。弄清这些物理量的定义、性质及查算方法后，才能更好地把它们用到天气分析和预报中去。下面对它们分别加以介绍。

§1 总温度 T_t (或 σ)

在制作气团分析时⁽¹⁾，在讨论大气过程中的能量问题时⁽²⁾，在讨论大气环流系统中的能量分布和能量平衡问题时⁽³⁾，在讨论积云对流参数化的方法时⁽⁴⁾，在制作对流天气的分析和预报时⁽⁵⁾、⁽⁶⁾，都可以应用总温度。可以认为，总温度 T_t (或 T_σ) 是能量天气学中最重要、最基本的物理量。因此，对它的定义、性质、查算方法等，有必要讨论得稍多些。

§1-1 总能量与总温度

可以直接决定大气运动状态的主要能量包括⁽⁷⁾：显热能、潜热能、位能、动能。所谓总能量，就是指以上四种能量之和。对于单位质量的空气块（下同）：

总能量 = 显热能 + 位能 + 潜热能 + 动能

$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$

$$T_t = C_p T + A g z + L_q + \frac{1}{2} A v^2 \quad (1)$$

其中 C_p —— 空气的定压比热， T —— 空气的温度， L —— 水汽凝结潜

热常数, q ——空气的比湿, g ——重力加速度, z ——海拔高度, V ——风速, A ——功热当量。

把(1)式中的各项, 都除以 C_p , 并引入 T_t 代替 E_t / C_p , 则有:

$$T_t = E_t / C_p = T + \frac{A}{C_p} g z + \frac{L}{C_p} q + \frac{A}{2C_p} V^2$$

$$= T + \gamma_d z + \frac{L}{C_p} q + \frac{A}{2C_p} V^2 \quad (2)$$

其中 T_t 为跟总能量 E_t 相对应的总温度, 简称总温度。不难看出, 已知总温度 T_t 后, 只要再乘以 C_p , 就得到总能量 E_t 。

在目前气象观测的精度下, 可取 $L = 600$ 卡/克, $C_p = 0.24$ 卡/克·度, $g = 980$ 厘米/秒², $A = 2.39 \times 10^{-8}$ 卡/尔格, 把(2)式化简:

$$T_t(^{\circ}\text{K}) = T(^{\circ}\text{K}) + 10 \gamma_d \left[\begin{smallmatrix} \text{位势} \\ \text{千米} \end{smallmatrix} \right] + 25 q \left[\begin{smallmatrix} \text{克} \\ \text{千克} \end{smallmatrix} \right] + 5 \cdot 10^{-4} V^2 \left[\begin{smallmatrix} \text{米} \\ \text{秒} \end{smallmatrix} \right]^2 \quad (3)$$

$$\text{或 } T_t(^{\circ}\text{C}) = T(^{\circ}\text{C}) + 10 \gamma_d \left[\begin{smallmatrix} \text{位势} \\ \text{千米} \end{smallmatrix} \right] + 25 q \left[\begin{smallmatrix} \text{克} \\ \text{千克} \end{smallmatrix} \right] + 5 \cdot 10^{-4} V^2 \left[\begin{smallmatrix} \text{米} \\ \text{秒} \end{smallmatrix} \right]^2 \quad (4)$$

总温度 显热项 位能项 潜热项 动能项

其中每一项系数的大小, 分别跟括号内所注明的 T 、 z 、 q 、 V 所取的单位相对应。

计算出的数值表明(表1), 当风速小于30米/秒时, 动能项的

表1 动能项系数 ($5 \cdot 10^{-4} V^2$) 查算表 (其中 V ——风速, 单位米/秒; T_t ——总温度, 单位 $^{\circ}\text{C}$)

T_t	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
V	14	20	25	28	32	35	38	40	42	45	64	78	89	100

数值小于 0.5°C , 常可略去, 把总温度近似地写成如下形式:

$$T_{\sigma}(^{\circ}\text{C}) = T(^{\circ}\text{C}) + 10 \gamma_d \left[\begin{smallmatrix} \text{位势} \\ \text{千米} \end{smallmatrix} \right] + 25 q \left[\begin{smallmatrix} \text{克} \\ \text{千克} \end{smallmatrix} \right] \quad (5)$$

理应给(5)式所定义的 T_{σ} 取名称, 但因其与 T_t 常近似相等, 故也称为总温度。为了把两者区分开, 用 T_t 、 T_{σ} 分别表示之。类似地,

总能量 E_σ 相对应的总能量记为 E_σ :

$$E_\sigma = C_p T_\sigma = C_p T + A g z + L q \quad (6)$$

若采用(1)式计算总能量, 几乎没有一项可以由观测值直接得到或由心算得到。但改用总温度后, 由(4)·(5)式看出, 显热项的大小可由观测到的温度直接得到, 位能项的大小可由观测到的高度心算出来, 动能项的大小可由表1查出, 潜热项的大小也可以预先造的表查出 (§ 1—3), 计算起来非常方便。这就是引入总温度 T_t (或 T_σ) 代替总能量 E_t (或 E_σ) 的重要原因⁽⁵⁾。

§ 1—2 总温度 T_t (或 T_σ) 的一些性质

下面介绍总温度 T_t 的准守恒性, 总温度 T_σ 在对流层中部具有最小值特性 (夏半年) 以及它的等熵流函数特性。

一、总温度 T_t 的准守恒性

能量不能自生自灭, 只能从一种形式转换为另一种形式, 这就是能量守恒与转换定律。它跟质量守恒原理与动量守恒原理一样, 是自然界的基本规律之一, 不能从其他定律推导出。可以证明, 在一定条件下, 大气总能量是守恒的。从热力学第一定律、状态方程、运动方程出发, 导出总温度的个别变化方程后, 即可找出总温度 T_t 守恒的条件⁽⁵⁾。

1、如果把湿空气的内能看成干空气的内能与水汽的潜热能之和⁽⁸⁾, 那末, 热力学第一定律的表达式为:

$$\frac{d}{dt} (C_v T + L q) = \frac{\delta Q}{\delta t} - \Delta P \frac{dz}{dt} + \mu \quad (7)$$

内 能

增加率

非绝热

加热率

空气膨胀

作功率

摩擦

加热率

其中 C_v —— 空气的定容比热, q —— 单位质量空气的潜热, P —— 气压, μ —— 空气的比容。

在天气学目前要求的精度下, 可把湿空气当作理想气体。由理想

气体的状态方程得：

$$A P d\alpha = A R dT - A \alpha dP \quad (8)$$

其中 R ——湿空气的气体常数。

考虑到 $O_p - O_v = A R$ 后，可把(7)、(8)式合并：

$$\frac{d}{dt} (O_p T + Lq) = \frac{\delta Q}{\delta t} + A \alpha \frac{dP}{dt} + \mu \quad (9)$$

2. 在 (x, y, z) 坐标系中，单位质量空气的运动方程为：

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\alpha \nabla p - \vec{G} + \vec{\Omega} \times \vec{v} - \vec{F} \quad (10)$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 加速度 气 压 重力 地 转 摩擦力
 梯度力 偏向力

其中“ $\rightarrow$ ”表示向量的符号，“ ∇ ”表示梯度运算子符号， $\vec{\Omega}$ 表示地球自转角速度向量。

用 $\vec{v}$ 点乘(10)中各项，整理后得：

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{2} \right) = -\alpha \vec{v} \cdot \nabla p - D \quad (11)$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 位能和动能 外部气压力 摩擦引起的动
 增加率 的功率 能耗散率

3. 把(9)、(11)相加，用 O_p 遍除各项，即得到所谓总温度个别变化方程：

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} T &= \frac{d}{dt} \left(T + Lq + \frac{A\alpha}{O_p} \frac{dP}{dt} + \frac{A}{2O_p} v^2 \right) \\ &= \frac{1}{O_p} \left(\frac{\delta Q}{\delta t} + A \alpha \frac{dP}{dt} - AD + \mu \right) \end{aligned} \quad (12)$$

由(12)式看出，在定常条件下 $\left(\frac{dP}{dt} = 0 \right)$ ，对于无摩擦 $(\mu - AD = 0)$ ，绝热过程 $\left(\frac{\delta Q}{\delta t} = 0 \right)$ ，一团空气的总温度是守恒的。

下面将说明 (§ 2-1)，(12)式是一个近似式。

二、总温度 $T\sigma$ 在对流层中部常具有最小值

在夏半年，特别是在对流性天气产生和发展的地区，总温度 $T\sigma$ 随高度的分布，往往有几个明显的极值。其中，在对流层中部，大约在 600 毫巴附近，常是一个极小值，如图 1。

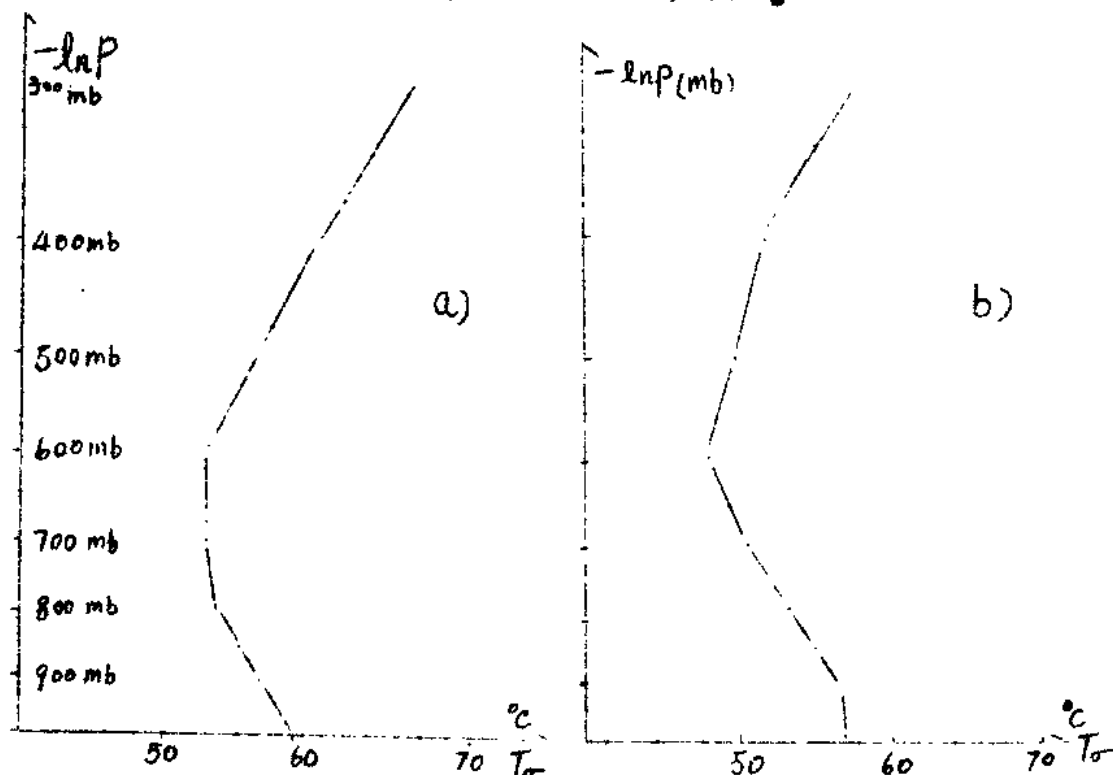


图 1 北京八月 08 时 $T\sigma$ 平均铅直廓线图 (a 图)
与雹灾日 $T\sigma$ 铅直廓线图 (b 图, 20 次平均)

总温度 $T\sigma$ 在铅直方向上出现极值的高度，可以如下估算出来：

$$\begin{aligned} T\sigma(z) &= T(z) + 10z + 25q(z) \\ &= T(z) + 10z + 25q_0 \exp(-bz) \quad (2) \end{aligned}$$

其中 $q = q_0 \exp(-bz)$ 表明比湿随高度呈指数递减； b 为参数，随地区、季节而有差异。表 2 中列出的是南京地区各季 b 值平均值⁽⁹⁾。

表2 南京各季 b 的平均值

季节	春(4月)	夏(7月)	秋(10月)	冬(1月)	全年
b 值	$1/4100$	$1/2900$	$1/3300$	$1/4200$	$1/3300$

把(13)式对 z 求一阶偏导数, 令其为零, 则得铅直方向上 $T\sigma$ 极值高度 z 所满足的方程:

$$(\gamma_A - \gamma) - b \cdot 2.5 q_0 e^{-b z} = 0 \quad (14)$$

(14)式表明, z 值跟 $0 \sim z$ 层中温度平均直减率 r 、参数 b 、地面比湿 q_0 都有关。若取 $r = 0.6^\circ\text{C}/100$ 米, $b = 1/3000$, $q_0 = 20$ 克/千克, 则有 $z \approx 4200$ 米, 大约在 600 毫巴附近。借助图1可以判断, 600 毫巴附近的极值应是极小值。

三、总温度 $T\sigma$ 的等熵流函数特性

众所周知, $\Psi = C_p T + g z$ 常被称为等熵流函数。意思是说, 在等位温面上, 在地转风成立的条件下, 函数 $\Psi = C_p T + g z$ 的等值线, 能较好地表示流线。人们自然联想: 在 θ_{se} 的等值面上, 有没有类似关系?

可以证明, 在位假相当温度 θ_{se} 的等值面上, 总温度 $T\sigma$ 就是流函数。现证明如下:

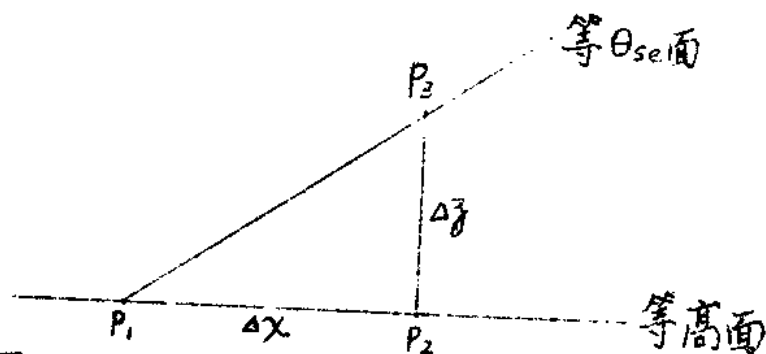


图2 推求等 θ_{se} 面上地转风公式用图

$$1. \because p_2 - p_1 \equiv (p_2 - p_3) + (p_3 - p_1) \\ \therefore \frac{p_2 - p_1}{\Delta z} = \frac{p_3 - p_2}{\Delta z} + \frac{p_3 - p_1}{\Delta z} \quad (15)$$

将(15)中的差分数改为偏导数:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_H = -\frac{\partial p}{\partial y} \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_{\theta_{se}} + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{\theta_{se}} \quad (16)$$

考虑到静力方程后, 可把(16)式改写成:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_H = f g \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_{\theta_{se}} + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{\theta_{se}} \quad (17)$$

2. 因为位温相当温度 θ_{se} 的近似表达式为:

$$\theta_{se} \approx T \left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{R}{C_p}} \exp \left(\frac{L}{C_p} q / T k \right) \quad (18)$$

其中 $T k$ —— 抬升凝结高度上的温度。

由(18)可得到:

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial z}\right)_{\theta_{se}} = \frac{1}{C_p p} \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{\theta_{se}} + \frac{L}{C_p} \left(\frac{\partial q}{\partial z}\right)_{\theta_{se}} = 0 \quad (19)$$

其中已取了近似式 $1/T \approx 1/T k$, 并略去了小项。

3. 把(19)代入(17):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_H &= f g \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_{\theta_{se}} + \int C_p \left(\frac{\partial \theta}{\partial z}\right)_{\theta_{se}} + \int L \left(\frac{\partial q}{\partial z}\right)_{\theta_{se}} \\ &= \int C_p \left[\frac{\partial}{\partial z} (T + \gamma_d y + \frac{L}{C_p} q) \right]_{\theta_{se}} \\ &= \int C_p \left(\frac{\partial T \sigma}{\partial z} \right)_{\theta_{se}} \end{aligned}$$

代入地转风公式:

$$f V g = C_p \left(\frac{\partial T \sigma}{\partial z} \right)_{\theta_{se}} \quad (20-1)$$

类似于(15)~(20-1)的步骤可得:

$$f U g = -C_p \left(\frac{\partial T \sigma}{\partial y} \right)_{\theta_{se}} \quad (20-2)$$

4. (20)式即等 θ_{se} 面上的地转风公式它表明, 总温度 $T \sigma$ 可以作为等 θ_{se} 面上的流函数。在地转风成立的条件下, 每 θ_{se} 面上

总温度 T_{σ} 的等值线，处处与风向平行；且背风而立时， T_{σ} 的低值在左，高值在右。当在等 θ_{se} 面上分析迹线时，这个关系非常有用。

§ 1—3 总温度 T_t （或 T_{σ} ）的查算方法

在查算总温度 T_t （或 T_{σ} ）时，精确和迅速虽然都要兼顾，但根据不同的需要，却往往有所侧重。在日常业务中，迅速和简便显得特别重要；在研究工作中，对精确性要求较高。下面根据日常业务及科研工作中遇到的各种情况，介绍几种查算总温度 T_t （或 T_{σ} ）的方法。

一、已知气压 p 、温度 T 、露点 T_d 、高度 z 、风速 V ，查算 T_t 的方法

为了由露点、风速查算出潜热项和动能项，最好预先编制出查算表（见表3与表1）。

在各组成项互为加法关系的 T_t 表达式中，显热项和位能项可由观测到的温度、高度直接得到或心算得出。因此，查出潜热项和动能项后，彼此相加即可得到总温度 T_t 。

例 已知500毫巴空气的温度、露点、高度、风速分别为 -5°C 、 -10°C 、5600位势米、14米/秒，求总温度 T_t 。

当气压为500毫巴时，与露点 $T_d = -10^{\circ}\text{C}$ 相对应的潜热项大小为 9.0°C （表3）；当风速为14米/秒时，动能项仅有 0.1°C （表1），可以忽略，故有：

$$T_t \approx -5^{\circ}\text{C} + 9^{\circ}\text{C} + 56^{\circ}\text{C} = 60^{\circ}\text{C} \quad (\text{已四舍五入})$$

显热项 潜热项 位能项

二、已知温度 T 、露点 T_d 、高度 h ，查算总温度 T_{σ} 的方法
计算地面图上的总温度 T_{σ} 时，就属于这种情况。这时，可先利用表4查出观测站海拔高度最接近的场面气压，然后再利用表3查潜

表4 夏半年台站高度跟场面气压近似对应关系
(查潜热项用)

测站高度 (米)	0	500	1000	1500	2000	2500	3000	3700
场面气压 (毫巴)	1000	950	900	850	800	750	700	650

热项的数值，其他却跟上面介绍的步骤相同。

例 已知海拔高度为1100米的某站，观测到的地面（百叶箱）温度、露点分别为12℃、10℃，求该站地面空气的总温度 T_{σ} 。

当高度为1100米时，可近似地把场面气压取为900毫巴（表4），然后查出潜热项（表3），因此有：

$$T_{\sigma} \approx 12^{\circ}\text{C} + 2.15^{\circ}\text{C} + 1.1^{\circ}\text{C} \approx 4.5^{\circ}\text{C} \quad (\text{已四舍五入})$$

显热项 潜热项 位能项

其中在计算位能项时，虽然高度单位是公里，而不是位势千米，但因两者数值上很相近，故位能项的系数仍近似地用10。

很显然，这种查算法会带来一定的误差。但实践证明，就目前天气分析和预报所要求的精密度来看，在日常业务中是可用的。

三、已知场面气压 p 、温度 T 、绝对湿度（水汽压） e 、高度 z 、查算 T_{σ} 的方法

利用地面气象象记录月报表计算总温度 T_{σ} 时，会遇到这种情况。这时，最好先编制出由 e 、 p 查算潜热项的表。

因为 $q \approx 622 \frac{e}{p}$ ，所以可把潜热项化为：

$$\frac{L}{C_p} q \approx 2.5 \times 622 \frac{e}{p} \approx 1555 \frac{e}{p} \quad (21)$$

根据(21)式，即可编制出由 e 、 p 查算潜热项的表（表5）。

表5 潜热项 $\frac{L}{C_p} q \approx 1.555 \frac{e}{p}$ 查算表 (11)

$\frac{1.555}{e} \frac{p}{p_0}$	970	975	980	985	990	995	1000	1005	1010
10	16.0	16.0	15.9	15.8	15.7	15.6	15.6	15.5	15.4
12	19.2	19.1	19.0	18.9	18.8	18.8	18.7	18.6	18.5
14	22.4	22.3	22.2	22.1	22.0	21.9	21.8	21.7	21.6
16	25.6	25.5	25.4	25.3	25.1	25.0	24.9	24.8	24.6
18	28.9	28.7	28.6	28.4	28.3	28.1	28.0	27.9	27.7
20	32.1	31.9	31.7	31.6	31.4	31.3	31.1	30.9	30.8
22	35.3	35.1	34.9	34.7	34.6	34.4	34.2	34.0	33.9
24	38.5	38.3	38.1	37.9	37.7	37.5	37.3	37.1	37.0
26	41.7	41.5	41.3	41.0	40.8	40.6	40.4	40.2	40.0
28	44.9	44.7	44.4	44.2	44.0	43.8	43.5	43.3	43.1
30	48.1	47.8	47.6	47.4	47.1	46.9	46.7	46.4	46.2
32	51.3	51.0	50.8	50.5	50.3	50.0	49.8	49.5	49.3

利用表5 查出潜热项后，即可算出总温度 T_σ 。

例 已知 $p=970$ 毫巴， $T=20^\circ\text{C}$ ， $e=12$ 毫巴， $z=250$ 米，求总温度 T_σ 。

由所给的 p 、 e 自表5 中查出对应的潜热项为 19.2°C ，所以有：

$$T_\sigma \approx 20^\circ\text{C} + 19.2^\circ\text{C} + 2.5^\circ\text{C} \approx 41.7^\circ\text{C} \quad (\text{已四舍五入})$$

$\vdots$
 显热项 潜热项 位能项

四、已知气压 p 、温度 T 、露点 T_d 、高度 z ，而且 T 、 T_d 数值精细到一位小数，查算总温度 T_σ 的方法

在科研工作中，当充分利用探空记录月报表上精细的 T 、 T_d 记录，查算 T_σ 时，即属于这种情况。这时，可先利用表3 内插出潜热

项的数值。然后再求 $T\sigma$ 。

§ 2 θ_{se} 与 $T\sigma$ 的比较。

过去几十年中，人们已经积累了许多利用位假相当温度* 制作天气分析和预报的经验。当提出采用总温度 $T\sigma$ 时，人们常常发问：

$T\sigma$ 与 θ_{se} 之间有什么异同？跟 θ_{se} 相比，利用 $T\sigma$ 有那些利弊？用 θ_{se} 得出的一些结论，当改用 $T\sigma$ 时，能不能套用？下面对这些问题的作一简单介绍。

§ 2-1 θ_{se} 与 $T\sigma$ 守恒性的比较

需要指出，即使在定常、绝热、无摩擦的情况下，总温度 T_t (或 $T\sigma$) 也不严格守恒。这是因为：(1) 上升气块与周围空气温度不同的话，环境要对气块做功（或相反），使气块获得（或失去）一部分能量；(2) 在总温度个别变化方程中，低估了水汽对于动能和位能增加的贡献。

一、气块与周围温度不同产生（或失去）的能量

在无损基本结论的前提下，可进一步假定水汽气压梯度等于零。这样，再考虑到绝热、定常、无摩擦的条件后，热力学第一定律的形式为：(22)

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{dT}{T} + \frac{1}{\sigma_p} \frac{d\sigma}{T} - \frac{p}{\sigma_p} \frac{dp}{p} \\ &= -\frac{dT}{T} + \frac{1}{\sigma_p} \frac{d\sigma}{T} + \frac{p}{\sigma_p} \frac{dp}{T_{周}} \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $T_{周}$ —— 周围环境温度。 $1/T_{周}$ 可以变换为：

$$\frac{1}{T_{周}} = \frac{1}{T} \left(1 - \frac{T_{周} - T}{T_{周}} \right) \quad (23)$$

把 (23) 代入 (22) 积分后有：

* 关于气象温度的定义及符号，各气象文献中不完全一致。本文暂采用杨大升等编《动力气象学》(1961) 中的定义及符号。

$$\text{常数} = (T + \frac{L}{\sigma_p} q + \gamma d z) z.$$

$$= T + \frac{L}{\sigma_p} q + \gamma d z + \gamma d \int_{z_0}^z \left(\frac{T - T_{\text{周}}}{T_{\text{周}}} \right) dz \quad (24)$$

其中 $\gamma d \int_{z_0}^z \left(\frac{T - T_{\text{周}}}{T_{\text{周}}} \right) dz$ 是气块上升过程中获得的动能。若 $T > T_{\text{周}}$ ，其为正；反之，为负。由 (24) 看出，当上升气块与周围空气温度不同的话，总温度 $T\sigma$ 不再守恒。

二、总温度 $T\sigma$ 低估了水汽的贡献⁽³⁾。铅直方向上运动方程的形式为：

$$w dw + \frac{1}{\rho} (dp_{\text{干}} + dp_s) + g dz = 0 \quad (25)$$

其中 w ——铅直速度， ρ ——密度， $p_{\text{干}}$ ——干空气的部分压力， e_s ——饱和水汽压。

我们知道，饱和水汽压微分方程为（又名克拉贝龙——克劳修司方程）：

$$de_s = \left(e_s L / R_v T^2 \right) dT \quad (26)$$

其中 R_v ——水汽气体常数。

另外，降水阶段的假绝热方程为：

$$O_p \frac{dT}{T} - R_{\text{干}} \frac{dp_{\text{干}}}{p_{\text{干}}} + d \left(\frac{Lq}{T} \right) = 0 \quad (27)$$

其中 $R_{\text{干}}$ ——干空气的气体常数。

把 (26) 代入 (25)：

$$w dw + \frac{1}{\rho} dp_{\text{干}} + \frac{1}{\rho} \frac{e_s L dT}{R_v T^2} + g dz = 0 \quad (28)$$

从 (27) 中解出 $dp_{\text{干}}$ 代入 (28) 中有：

$$d \left(O_p T + Lq + \frac{1}{2} w^2 \right) + q d \left(g z + \frac{1}{2} w^2 \right) = 0 \quad (29)$$

由 (29) 式看出，若把总温度 Tt 看作守恒的话，等于略去了 $(q d (gz + \frac{1}{2} w^2))$ 项，等于低估了水汽对于动能和位能所作的贡献。

不言而喻，当湿度较大时，这会有一定的误差。

无需再列举更多的原因，仅从上面讨论的两点即可看出，总温度 T_t (或 T_σ) 并不具严格的守恒性。众所周知，位假相当温度 θ_{se} 的守恒性较好，因此，但就守恒性来说， T_t (或 T_σ) 比不上 θ_{se} 。

§ 2-2 θ_{se} 与 T_σ 的数值关系

为说明 T_σ 与 θ_{se} 的数值关系，最好先找出位温 θ 与 T_s 的关系。其中 $T_s = T + \gamma_d z$

一、 θ 与 T_s 的数值关系

假定高度 z 处温度 T 的一团完全干燥的空气 ($q=0$)，是从 1000 毫巴处 (认为即海平面) 干绝热地上升来的，它在 1000 毫巴处时，温度为 θ 。

在上述假定下，(24) 式变为：

$$\theta = T + \gamma_d z + \gamma_d \int_0^z \left(\frac{T - T_{周}}{T_{周}} \right) dz \quad (30)$$

取 $0 \sim z$ 气层内温度平均直线率为 γ ，则可以把 (30) 式改写为：

$$\theta = T_s + \left[\gamma_d z (\gamma_d - \gamma) z \right] / 2 \overline{T_{周}} \quad (31)$$

其中 $\overline{T_{周}}$ ——周围环境空气在 $0 \sim z$ 气层中的平均温度。由 (30) 式改写为 (31) 式时，已略去了小项。利用 (33) 式可以估计出 $(\theta - T_s)$ 的大概数值。(见表 6)。可以看出，在两个对流层的中、下部 (例如 6 公里以下)， $(\theta - T_s)$ 很少超过 5°C 。

表 6 $(\theta - T_s)$ 数值表 [设 $\overline{T_{周}} = 270^\circ (\text{K})$]

z 公里 \ $(\theta - T_s)^\circ\text{C}$	-0.32	0.00	0.28	0.48	0.58	0.68
1	0.3	0.2	0.1	0.1		
1.5		0.4	0.3	0.2	0.2	0.1
3		1.6	1.2	0.8	0.7	0.5
6			4.7	3.3	2.7	2.0
9				7.5	6.0	4.5
10				9.3	7.4	5.5

二、 $T\sigma$ 与 θse 的数值关系

把(18)式改写如下:

$$\begin{aligned}\theta se &\approx \theta + \frac{L}{O_p} q + \frac{1}{2} \left(\frac{L}{O_p} q \right)^2 / T_k \\ &\approx (T + Y_{d3} + \frac{L}{O_p} q) + Y_{d3} (Y_d - Y) / 2 \bar{T}_{周} + \frac{1}{2} \left(\frac{L}{O_p} q \right)^2 / T_k\end{aligned}$$

或 $\theta se \approx T\sigma + Y_{d3} (Y_d - Y) / 2 \bar{T}_{周} + \frac{1}{2} \left(\frac{L}{O_p} q \right)^2 / T_k$ (32)

其中已略去小项, 并利用了 $\theta / T_k \approx 1$ 。计算表明, 在高层, (32)中第2项起很大作用; 在低层, 湿度项起很大作用, 湿度越大, $(\theta se - T\sigma)$ 越大。 $(\theta se - T\sigma)$ 可能跟有效位能有一定联系(14)。

§ 2-3 θse 与 $T\sigma$ 时空变化的相似性

由1975年7月12日20时500毫巴的 $T\sigma$ 与 θse 形势图

(图3与图4)看出: (1) $T\sigma$ 与 θse 大(小)值地带的轴线在同一个位置; (2) $T\sigma$ 与 θse 大(小)值中心, 在同一个位置; (3) $T\sigma$ 与 θse 等直线的密集地带, 在同一个位置。对于 $T\sigma$ 与 θse 水平分布的相似性, 可解释如下:

把 θse 近似地写成(15):

$$\begin{aligned}\theta se &\approx \theta + 3.0 q \\ &\approx T + Y_{d3} + 3.0 q + Y_{d3} (Y_d - Y) / 2 \bar{T}_{周}\end{aligned}$$

(33)

将(33)式分别对 x 、 y 求偏导数, 略去小项:

$$\left. \begin{aligned}\frac{\partial \theta se}{\partial x} &\approx \frac{\partial T}{\partial x} + Y_{d3} \frac{\partial Y_d}{\partial x} + 3.0 \frac{\partial q}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta se}{\partial y} &\approx \frac{\partial T}{\partial y} + Y_{d3} \frac{\partial Y_d}{\partial y} + 3.0 \frac{\partial q}{\partial y}\end{aligned} \right\}$$

(34)

将(34)式与 $\frac{\partial T\sigma}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial T\sigma}{\partial y}$ 对比后即可发现, 两者除右端第3项的系数有微小差异外, 其他两项完全一样, 因此, $T\sigma$ 与 θse 的水平