目　录

消费和积累

国民经济任何一个部门的净产出可以消费掉，出口或积累以供将来使用。积累的产出可供将来消费或增加生产资料，也就是投资于生产过程。出口的净产出换回消费品或生产资料。故一个部门的净产出可以分成消费的部分和用于生产投资的部分。

设i部门的实物产出为q_i，其消费掉的部分为$q_i^{(1)}$，作生产性投资的部分为$q_i^{(2)}$，故

$$q_i = q_i^{(1)} + q_i^{(2)} \qquad (1)$$

又令，

$$K_i = q_i^{(1)} / Q_i ; \qquad \alpha_i = q_i^{(2)} / Q_i \qquad (2)$$

K_i是i部门总产出Q_i中用于消费的比例，α_i是总产出Q_i中用于生产性投资的比例。我们分别称它们为"消费率"和"投资率"。

显然，

$$q_i = (K_i + \alpha_i) Q_i \qquad (3)$$

前一章的配置方程

$$(1 - a_{ii}) Q_i - \sum_{j \neq i} a_{ij} Q_j = q_i \quad (i = 1, \ldots, n).$$

可以写成以下形式的齐次方程

$$(1 - a_{ii} - K_i - \alpha_i) Q_i - \sum_{j \neq i} a_{ij} Q_j = 0 \quad (i = 1, \ldots, n) \qquad (4)$$

为了这个方程组有非平凡解，其系数行列式必须等于零。

$$\begin{vmatrix} 1 - a_{11} - K_1 - \alpha_1, & -a_{12}, & \cdots\cdots & -a_{1n} \\ \cdots\cdots & \cdots & & \cdots \\ -a_{n1}, & -a_{n2}, & \cdots\cdots & 1 - a_{nn} - K_n - \alpha_n \end{vmatrix} = 0 \qquad (5)$$

也就是各部门的消费率和投资率不能互不相干地各自独立决定。

它们的相互关系依靠矩阵（5）的阶数。

可以用两个部门模型说明这一点。两个部门以1和2代表，行列式方程（5）成为

$$(1-a_{11}-K_1-\alpha_1)(1-a_{22}-K_2-\alpha_2)=a_{12}\,a_{21} \qquad (6)$$

或，

$$\frac{1-a_{11}-K_1-\alpha_1}{a_{12}}=\frac{a_{21}}{1-a_{22}-K_2-\alpha_2} \qquad (7)$$

这个方程意味着提供另一部门用于生产的每个部门的总产出的分额，即$1-a_{ii}-K_i-\alpha_i$与联系两部门的技术系数成比例。从(6)可以看出，如果消费率为常数，只有减少一个部门的投资率才能提高另一部门的投资率。如果投资率为常数，则在两部门的消费率之间，也是这个关系。

设部门1生产生产资料而部门2生产消费品。生产消费品需要生产资料，但生产资料本身不能消费；因此$a_{12}>0$，而$K_1=0$。消费品只能用于消费；它们现在不能用于生产生产资料，它们也不能投资于生产。因此$a_{21}=0$，$\alpha_2=0$。方程(6)变成

$$(1-a_{11}-\alpha_1)(1-a_{22}-K_2)=0$$

由于消费品不能投资，它们的全部净产出被消费掉，也就是$1-a_{22}-K_2=0$。因此，$1-a_{11}-\alpha_1$是任意的，投资率α_1可以任意决定。

在共产主义社会中，国民产品的分配与劳动投入无关，而遵循'按需分配'的原则。在此情况下，消费率由政策决定，只要遵守方程(5)的相互关系。这些关系全部用实物表示，不涉及价值关系；它们完全决定于技术系数。

在社会主义社会中，国民产品的分配按照按劳取酬的原则。所以在社会主义社会中，消费率与生产部门和非生产部门的劳动报酬都有关系。在资本主义社会中，国民产品的分配也决定于半

产资料的占有权，允许资产阶级剥削生产中创造的剩余价值。消费率也决定于资本家怎样使用他们剥削的剩余价值。

为了决定消费率，最好从交易表出发。国民经济净产品等于生产中新增的总价值，即，

$$\sum_i x_i = \sum_i X_{0i} + \sum_i S_i$$

引入消费率和投资率，可以写成以下形式

$$\sum K_i X_i = \sum_i X_{0i} + \sum_i S_i - \sum_i \alpha_i X_i \quad (8)$$

方程的左边表示国民净产品总值（国民收入）中用于消费的部分。

令 W_i 为用于消费的那部分国民收入中购买 i 部门产品的分额（$i=1, \cdots\cdots, n$），称之为消费参数，于是

$$K_i X_i = W_i\left(\sum_j X_{0j} + \sum_j S_j - \sum_j \alpha_j X_j\right)$$

$$(i=1, \cdots\, n;\ \sum W_i = 1) \quad (9)$$

（右边求和号中的下标用 j 代表以免与左边下标 i 混淆）。

引入投入系数，写出下式

$$S_j = \pi'_j X_j \quad (j=1, \cdots\cdots, n) \quad (10)$$

π' 与 π 不同，π 是每个实物单位产品中的剩余价值，π' 是每个价值单位产品中的剩余价值的分额。

我们可以写出

$$K_i X_i = W_i\left(\sum_j a'_{ij} X_j + \sum_j \pi'_j X_j - \sum_j \alpha_j X_j\right) \quad (i=1, \cdots n) \quad (11)$$

前一章有一个配置方程

$$(1-a'_{ii})X - \sum_{j \neq i} a'_{ij} X_j = x_i \quad (i=1, \cdots\cdots, n)$$

这个配置方程表示交易表中各行的配置平衡。我们把方程(11)代进去，得到

$$\left[1-a'_{ii}-\alpha_i-W_i(a'_{0i}+\pi'_i-\alpha_i)\right]X_i-\sum_{j\neq i}\left[a'_{ij}+W_i(a'_{0j}+\pi'_j-\alpha_j)\right]X_j=0 \qquad (12)$$

$$(i=1,\cdots\cdots,n)$$

为了这些方程有一个非平凡解，必须以下行列式

$$\begin{vmatrix} 1-a'_{11}-\alpha_1-W_1(a'_{01}+\pi'_1-\alpha_1) & \cdots\cdots & -a'_{1n}-W_1(a'_{0n}+\pi'_n-\alpha_n) \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ -a'_{n1}-W_n(a'_{01}+\pi'_1-\alpha_1), & & 1-a'_{nn}-\alpha_n-W_n(a'_{0n}+\pi'_n-\alpha_n) \end{vmatrix}=0 \qquad (13)$$

在消费率决定于"需求方程"(11)时，(13)的条件建立投资率$\alpha_1,\cdots\cdots,\alpha_n$之间必须保持的关系。

行列式(13)中

$$a'_{0j}+\pi'_j-\alpha_j \qquad (j=1,\cdots\cdots,n) \qquad (14)$$

的式子代表某部门单位产值中新增价值用于消费的部分，这些式子乘以W_i得到用它去消费i部门产品的分额。

我们用一个两部门模型来说明。行列式方程于是可写成如下形式

$$\frac{1-a'_{11}-\alpha_1-W_1(a'_{01}+\pi'_1-\alpha_1)}{a'_{12}+W_1(a'_{02}+\pi'_2-\alpha_2)}=\frac{a'_{21}+W_2(a'_{01}+\pi'_1-\alpha_1)}{1-a'_{22}-\alpha_2-W_2(a'_{02}+\pi'_2-\alpha_2)} \qquad (15)$$

这个方程说明，每个部门的总产值减去留在本部门供更换(a'_{ii})，和供消费$W_i(a'_{0i}+\pi'_i-\alpha_i)$的部分，并减去用于投资的部分($\alpha_i$)后剩下的分额与其他部门对第一部门产品的总需求(每单位价值的其它部门的产品)成比例；后者等于投入系数—a'_{ij}

之和以及需要供消费的其他部门的产品，即，$W_i(a_{ij}'+\pi_j'-\alpha_j)$。
按照以下公式

$$a_{ij}'=(p_i/p_j)a_{ij} \quad (i,j=1,\cdots,n)$$

将投入系数变换为技术系数并遵循

$$\pi_j'=\frac{\pi_j}{p_j} \quad (j=1,\dots n) \qquad (16)$$

可将行列式方程(13)写成以下简化形式

$$\left|\delta_{ij}-\frac{p_i}{p_j}a_{ij}-W_i\left(\frac{p_i}{p_j}a_{ij}+\frac{\pi_j}{p_j}-\alpha_j\right)\right|=0 \qquad (17)$$

$i=j$ 时，$\delta_{ij}=1-\alpha_j$，$i\neq j$ 时，$\delta_{ij}=0$。
这个方程包含工资率 p_0，产品价格 $p_1,\cdots p_n$，及每单位产品的剩余价值 $\pi_1,\cdots,\pi_n$。这些数量不能从方程中消除。

因此消费率决定于把它们联系到国民收入的需求方程时，国民经济各部门的投资率之间的关系不能纯粹用实物和技术形式表示，它们必须用价值单位表示，并且按照(13)决定于各部门的投入系数，剩余价值率 $\pi_1,\cdots,\pi_n$ 及消费参数 $W_1,\cdots,W_n$。

根据马克思的价值说，投入系数的数值可解释为表示生产的技术条件。投资率之间的关系除依靠技术条件外，还依靠把各种产品的消费与国民收入联系起来的需求参数，和依靠各部门的单位产品剩余价值。在资本主义社会中，它们等于每个部门的产值被生产资料所有者剥削的分额。在社会主义经济中，剩余价值由政策来决定，提供生产性投资和社会集体消费的来源。

投资和经济增长

各部门净产出中投资于生产的部分加到下一时期拥有的生产

资料中去。这样可以增加下一期国民经济部门的产出。一期的投资增加下期运转的生产资料，因此，在下一期得到较大的产出。通过每期的投资将相继各期的产出连接为一根链条，所以生产性投资产生一个产出增长过程。

令$Q_i(t)$为i部门在t时期的实物产出总量，令α_i为i部门的投资率。α_i是总产出$Q_i(t)$中用于生产性投资的比例。于是i部门的产出中用于投资的数量是$\alpha_i Q_i(t)$。因此国民经济中i部门的产品存量增加这个数，作为生产资料。

这个增量一部分留在i部门，一部分配置到其他部门。设配置给j部门的增量为$\Delta q_{ij}(t)$，$(i, j = 1, \cdots, n,)$。指数t表明进行配置的时期。我们有

$$\alpha_i Q_i(t) = \sum_j \Delta q_{ij}(t) \qquad (18)$$

然而配置到各部门的增量不能在单独一个时期用完。例如它是机器，将使用若干时期，每个时期只用掉一部分。设i部门产出配置到j部门增加生产资料的部分的寿命为T_{ij}个时间单位。T_{ij}是决定于生产的技术条件的一个参数，可以称为这种具体生产设备的"周转期"。周转期的倒数，即，$1/T_{ij}$是每单位时间消耗生产设备的比率，也称为"更换率"或"摊销率"。

为了j部门在单位时间中生产一单位实物产品，必须用掉数量为a_{ij}的i部门的产品，a_{ij}是技术系数。因此要在下一时期增加一个单位的j部门产品，i部门的产品必须配置$a_{ij} \cdot T_{ij}$给j部门。于是在j部门恰好有a_{ij}的i部门的产品消耗掉，这将生产一单位j部门产品。

以下数量

$$b_{ij} = a_{ij} T_{ij} \quad (i, j = 1, \cdots\cdots, n) \qquad (19)$$

可以称为“投资系数”。投资系数表示一个部门的产品必须投资到另一部门，以便另一部门在下一时期增加一单位产品的数量。

投资系数以及它们的倒数反映生产的技术条件；已知技术系数，投资系数与各种生产资料的周转期成正比。

设 $Q_j(t)$ 为 j 部门本期的实物总产出，$Q_j(t+1)$ 是该个部门在下期的实物总产出。如果 j 部门产出的增量等于 $Q_j(t+1)-Q_j(t)$，需要在 j 部门投资以下数量的 i 部门的产品。

$$\Delta q_{ij} = b_{ij}\left[Q_j(t+1)-Q_j(t)\right] \quad (i,j=1,\cdots,n) \qquad (20)$$

代入（18），我们有

$$\alpha_i Q_i(t)=\sum_j b_{ij}\left[Q_j(t+1)-Q_j(t)\right] \quad (i=1,\cdots\cdots,n) \qquad (21)$$

这些方程表达每个部门用于投资的那部分净产品在国民经济各部门中的配置与各部门在下期获得的产出增量之间的关系。

如果各部门在 t 期投资的产品数量，即，$\alpha_i Q_i(t)$ 是已知的（$i=1,\cdots\cdots,n$），下一期产出增量可根据方程（21）计算。

$$B=\begin{pmatrix} b_{11}, & b_{12}, & \cdots\cdots\cdots, & b_{1n} \\ b_{21}, & b_{22}, & \cdots\cdots\cdots, & b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \\ b_{n1}, & b_{n2}, & \cdots\cdots, & b_{nn} \end{pmatrix} \qquad (22)$$

称为投资系数矩阵。各部门产出增量因而是

$$Q_j(t+1)-Q_j(t)=\frac{1}{|B|}\sum_i |B_{ij}|\,\alpha_i Q_i(t) \qquad (23)$$

其中 $|B|$ 是矩阵 B 的行列式，$|B_{ij}|$ 是元素 b_{ij} 的余因式。为了

方便，写成

$$B_{ji} = \frac{|B_{ij}|}{|B|} \qquad (24)$$

并将(23)表达为以下形式

$$Q_j(t+1) - Q_j(t) = \sum_i B_{ji}\alpha_i Q_i(t) \quad (j=1,\cdots,n) \qquad (25)$$

系数 B_{ji} 表示 i 部门的产品每多投资一个单位在 j 部门，因而 j 部门得到的产品增量。它们可以称为"部门间产出——投资比率"。系数 B_{ij} 的矩阵是矩阵B的逆矩阵。

各部门产出增量决定于投资系数和各部门产品投资的数量。投资系数本身决定于技术系数和周转期。由于(19)，投资系数矩阵可以表示为：

$$B = \begin{pmatrix} a_{11}T_{11}, & a_{12}T_{12}, & \cdots\cdots & a_{1n}T_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1}T_{n1}, & a_{n2}T_{n2}, & \cdots\cdots & a_{nn}T_{nn} \end{pmatrix} \qquad (26)$$

在一个时期的投资用这个方式使下一时期产出增加。如果投资率保持不变，相继各期的投资是，

$$\alpha_i Q_i(t+1), \alpha_i Q_i(t+2), \cdots\cdots, (i=1,\cdots\cdots,n).$$

第一期t的投资是初始"冲击"，开动经济增长过程，相继各期的投资使过程继续前进。

经济增长过程的途径可从方程(21)推知，也可从等价方程(25)推知，这些是常系数线性差分方程。方程组(21)的特征方程是

$$
0=\begin{vmatrix}
\alpha_1+b_{11}(1-\lambda), & b_{12}(1-\lambda), & \cdots & b_{1n}(1-\lambda) \\
\cdots\cdots & \cdots & & \cdots \\
\cdots & \cdots & & \cdots \\
b_{n1}(1-\lambda), & b_{n2}(1-\lambda), & \cdots & \alpha_n+b_{nn}(1-\lambda)
\end{vmatrix} \quad (27)
$$

差分方程的解表示在 t_s 时期的总产出，可以写成以下形式：

$$
Q_j(t_s)=\sum C_K h_{jK}\lambda_K^{t_s} \qquad (j=1,\cdots,n) \quad (28)
$$

其中 λ_K 是特征方程的根，C_K 是被开始时刻 t_s 的产出 $Q_j(t_s)$ 决定的常数，h_{jK} 是方程(21)的系数矩阵，也就是以下矩阵决定的常数。

$$
\begin{pmatrix}
\alpha_1+b_{11}, & b_{12}, & \cdots & b_{1n} \\
\cdots & \cdots & & \cdots \\
b_{n1}, & b_{n2}, & \cdots, & \alpha_n+b_{nn}
\end{pmatrix} \quad (29)
$$

所以常数 C_K 反映国民经济的初始情况，而常数 h_{jK} 决定于技术系数和周转期以及投资率表示的国民经济的技术结构。

特征方程的根 λ_K 假设都是互异的。如果有一个重根，(28)右边的相应的 h_{jK} 不是一个常数而是一个多项式，其次数比根的重数少一。这个多项式的系数决定于矩阵表达的经济的技术结构和投资率。系数 C_K 仍然决定于初始情况。

这个分析可以推广到投资率作为时间函数的情况，即，考虑函数 $\alpha(t)$ 而非常数 α_i $(i=1,\ldots\ldots,n)$。同相似方式可以研究技术系数和周转期的变化。不用常数投资系数，我们考虑时间的函数 $b_{ij}(t)$，其中 $i,j=1,\ldots\ldots,n$。差分方程(21)于是变为，

$$
\alpha_i(t)\,Q_i(t)=\sum_j b_{ij}(t)\{Q_j(t+1)-Q_j(t)\} \quad (30)
$$

由于这些方程中的系数不是常数，需要更复杂的处理方法。

不过从这一期到下一期的产出增量易于计算。它们与(25)类似，是，

$$Q_j(t+1)-Q_j(t)=\sum_i B_{ji}\alpha_i(t)Q_i(t) \quad (31)$$

系数 B_{ji} 的矩阵是以下矩阵之逆。

$$B(t)=\begin{pmatrix} b_{11}(t), & b_{12}(t), & \cdots\cdots, & b_{1n}(t) \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & & \cdots\cdots \\ b_{n1}(t), & b_{n2}(t), & \cdots\cdots, & b_{nn}(t) \end{pmatrix} \quad (32)$$

投资和产出增长过程之间的关系在这里完全以实物表示。它们完全决定于经济的技术结构和选择的投资率。然而经济增长过程也能以价值表示。

在此情况下，技术投资系数 b_{ij} 用下列系数代替

$$b_{ij}=\frac{\Delta X_{ij}}{X_j(t+1)-X_j(t)} \quad (i,j=1,\cdots\cdots,n) \quad (33)$$

表示为了使j部门增加一单位价值的产出，必须投资的i部门产出价值。这些系数可以称为"投资——支出系数"或简称"支出系数"。支出系数常常被人称为'资本系数'，在社会主义经济中，'资本'这个名词不适当。

鉴于以下关系

$$X_i=P_iQ_i,\quad X_i=p_iq_i$$

$$X_0=p_0'q_i, \quad (34)$$

$$X_{ij}=p_iq_{ij}$$

支出系数与投资系数的关系如下：

$$b'_{ij} = \frac{p_i}{p_j} \cdot b_{ij} \qquad (35)$$

考虑到（19），支出系数也可写成以下形式：

$$b'_{ij} = a'_{ij} T_{ij} = \frac{p_i}{p_j} \cdot a_{ij} T_{ij} \qquad (36)$$

利用关系式（34），表示国民经济各部门中的投资与得到的产出增量之间关系的差分方程（21）可以写成价值式：

$$\alpha_i x^j(t) = \sum_j b'_{ij} \left[x_j(t+1) - x_j(t) \right] \qquad (37)$$

这些方程的解可用它们的特征方程得到：

$$0 = \begin{vmatrix} \alpha_1 + b'_{11}(1-\lambda), & \cdots & b'_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b'_{n1}(1-\lambda), & \cdots\cdots & \alpha_n + b'_{nn}(1-\lambda) \end{vmatrix} \qquad (38)$$

因此，不知预报产出价值 $x_1(t)$ 、 $x_n(t)$ ，国民经济各部门产值增长过程决定于支出系数 b'_{ij} 和投资率 α_{ij} 。

两个或更多部门的支出系数和投入系数一样能合并为一个部门的支出系数。合并得到的新部门支出系数是被合并各部门支出系数的加权平均：

用下标 k 表示 j 部门和 l 部门合并而成的新部门。新部门的支出系数于是为

$$b_{il} = \frac{\Delta X_{il}}{X_l(t+1) - X_l(t)}$$

由于

$$\Delta X_{il} = \Delta X_{ij} + \Delta X_{ik}$$
$$X_l(t) = X_j(t) + X_k(t) \qquad (39)$$
$$X_l(t+1) = X_j(t+1) + X_k(t+1)$$

考虑到定义（33），我们得到

$$b_{il} = \frac{b'_{ij}\{X_j(t+1) - X_j(t)\} + b'_{ik}\{X_k(t+1) - X_k(t)\}}{\{X_j(t+1) - X_j(t)\} + \{X_k(t+1) - X_k(t)\}} \qquad (40)$$

将投资导致的产出增长过程表现为价值形式的好处在于能将部门合并。但是必须指出，支出系数不仅仅映经济的技术结构，从（35）看出，它们也决定于产品的相对价格。它们在合并时的平均结果也决定于所合并各部门产品的相对价格。

不过在马克思价值论的基础上，支出系数在适当的情况下，可以解释为表示某经济部门雇用的社会劳动必须"储存起来"以便另一部门增加一单位社会劳动的产出的数量。采用这种解释，要求价格仅映生产一个实物单位产品必需的社会劳动量，则支出系数也代表经济的技术结构。

按照（19），投资系数是技术系数和周转期的乘积，按照（36）支出系数是投入系数和周转期的乘积。因此决定投资导致产出增长程度的技术条件包括两个因素。一个因素是表示在一个时期的现行投入——产出关系的技术系数。另一因素是只说明各种生产资料的耐久性的周转期，它也表示生产资料在单独一个时期消耗的速度；

投资对国民收入和就业的影响

前一节的方程(37)可以变换为类似方程(25)的形状，把国民经济某一部门的产值增量表示为各部门投资的线性组合。为了适用范围更广，将投资率，α_i，作为时间的变量，即，$\alpha_i(t)$，于是得到，

$$X_j(t+1)-X_j(t)=\sum_i B'_{ji}\alpha_i(t)X_i(t)\quad (j=1,\cdots,n)\qquad (41)$$

系数B'_{ji}是矩阵$(B_{ij})^{-1}$的元素，$(B_{ij})^{-1}$是下列支出系数矩阵之逆

$$B\equiv\begin{pmatrix} b'_{11}, & b'_{12} & \cdots & \cdots & b'_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b'_{n1}, & b'_{n2} & \cdots & & b'_{nn} \end{pmatrix}\qquad (42)$$

这个意味着

$$B_{ji}=\frac{|B'_{ij}|}{|B'|}\ ;\ (i,j=1,\cdots,n)\qquad (43)$$

其中$|B'|$是B'的行列式，$|B'_{ij}|$是元素b'_{ij}的余因式。

系数B'_{ji}可以称为'部门间产出——支出比率'。它们表示i部门产品每增加一单位投资率支出，导致j部门产值的增量。

方程(41)对国民经济的各部门求和，得

$$\sum_j\left\{X_j(t+1)-X_j(t)\right\}=\sum_j\sum_i B'_{ji}\alpha_i(t)X_i(t)\ ;$$

或者，令 $\beta_i=\sum_j B_{ji}\quad (i=1,\cdots,n)\qquad (44)$

$$\sum_j\left\{X_j(t+1)-X_j(t)\right\}=\sum_i\beta_i\alpha_i(t)X_i(t)\qquad (45)$$

方程(45)左边是这期到下期的国民总产品增量。右边的系数 β_i 表示各经济部门产品的投资支出每增加一单位对国民总产品的影响。它们可以简称各部门产品的"产出——支出比率"。

方程(45)可以进一步简化，把各部门的投资支出表示为国民经济投资支出总额的一个分额。令 $\alpha(t)$ 为单位时期 t 中国民经济总投资率。单位时期的投资支出总额为

$$\alpha(t)\sum_i X_i(t)。$$

再令 $\mu_i(t)$ 为投资总支出以所含 i 经济部门产品的比例，我们有

$$\alpha_i(t)X_i(t)=\mu_i(t)\alpha(t)\sum_i X_i(t) \qquad (46)$$

我们称 $\mu_i(t)$ 为投资结构分数，并知道

$$\sum_i \mu_i(t)=1$$

将关系式(46)代入方程(45)并且知道

$$\sum_i X_i(t)=\sum_j X_j(t),$$

我们得出

$$\sum_j\left\{X_j(t+1)-X_j(t)\right\}=\alpha(t)\sum_j X_j(t)\sum_i\beta_i\mu_i(t)$$

也可写成

$$\frac{\sum_j\left\{X_j(t+1)-X_j(t)\right\}}{\sum_j X_j(t)}=\alpha(t)\sum_i\beta_i\mu_i(t) \qquad (47)$$

(47)的左边是国民总产品的增长率，用 $R(t)$ 表示。为了简化右边，令

$$\beta(t)=\sum_i \beta_i \mu_i(t) \qquad (48)$$

由于$\sum_i \mu_i(t)=1$，β 可以解释为国民经济的平均产出——支出比率。方程（47）因此可表达为以下简单形式

$$R(t)=\alpha(t)\beta(t) \qquad (49)$$

所以国民总产品的增长率是总投资率和平均产出——支出比率的乘积

现在我们可以讨论给定的投资规律对若干时期后国民总收入的影响。令$\sum_j X_j(t_0)$ 为初始时期t_0的国民总产品，并令投资规划表示为总投资率$\alpha(t_0)\cdots,\alpha(t_n)$和各经济部门产品的总投资支出的分数$\mu_i(t_0)$，……$\mu_i(t_n)$（$i=1,\ldots,n$），我们于是得到平均产出——支出比率，$\beta(t_0)$，…$\beta(t_n)$，在时期$t_s$（$t_s>t_0$）的国民总产品是，

$$\sum_j X_j(t_s)=\prod_{t=t_0}\left[1+\alpha(t)\beta(t)\right]\sum_j X_j(t_0) \qquad (50)$$

如果每一期的总投资率和配置分数$\mu_i(t)$ 相同，作为α和μ_i，（50）成为

$$\sum_j X_j(t_s)=(1+\alpha\beta)^{t_s-t_0}\cdot\sum_j X_j(t_0) \qquad (51)$$

国民收入是国民经济净产品总值，按照配置方程

$$p_iQ_i=\sum_j a'_{ij}p_jQ_j+p_iq_i \qquad (52)$$

其中

$$a'_{ij}=(p_i/p_j)a_{ij} \quad (i,j=1,\ldots,n)$$

或写作 $$X_i=\sum_j a'_{ij}X_j+x_i \qquad (53)$$

或 $$(1-a'_{ii})X_i-\sum_{j\neq i}a'_{ij}X_j=x_i \quad (i=1,\cdots,n) \qquad (54)$$

在t期的i部门净产值是

$$x_i(t)=X_i(t)-\sum_j a'_{ij}X_j(t) \qquad (55)$$

其中a'_{ij}是投入系数．

只有不计称更换中的变化，国民收入增长率才等于国民总产品增长率。引入更换的变化，我们得到以下结果。

时期t的国民收入是

$$\sum_i x_i(t)=\sum_i X_i(t)-\sum_i\sum_j a'_{ij}X_j(t)$$

右边的双和数代表用于更换单位时期中消耗的生产资料，即，摊销的那部分国民总产品，记单位时期t中的更换率（摊销率）为

$$\sigma(t)=\frac{\sum_i\sum_j a_{ij}X_j(t)}{\sum_i X_i(t)}$$

我们于是可以写

$$\sum_i x_i(t)=\sum_i X_i(t)\left[1-\sigma(t)\right].$$

用$r(t)$表示国民收入增长率，$R(t)$表示国民总产品增长率，我们得到

$$\frac{\sum_i x_i(t+1)}{\sum_i x_i(t)}=1+r(t)=\frac{\sum_i X_i(t+1)\left[1-\sigma(t+1)\right]}{\sum_i X_i(t)\left[1-\sigma(t)\right]}$$