机械工业中等专业教育
机械制造专业系列教材

黄英娴 主编

应用数学基础

（上册）

东南大学出版社

机械工业中等专业教育机械制造专业系列教材

应用数学基础

（上册）

黄英娴　邱顺大
张永仙　张绪绪　编
江儒根　主审

东南大学出版社

内 容 提 要

本书是根据 1994 年 3 月机械工业中专教育研究会机制专业教材编审委员会审定的计划和大纲编写而成，是机械工业中等专业教育机制专业系列教材之一。

全书分上、下两册。上册（第 1 章至第 8 章）为初等数学，内容包括代数、三角、平面解析几何；下册（第 9 章至第 16 章）为高等数学与应用数学，内容包括一元微积分、概率初步、行列式与矩阵初步、微分方程、级数和拉氏变换。

本书是中专机电类专业的数学教学用书，也可作为工科中专、职工中专有关专业的教材。

责任编辑　徐步政

出版说明

这套由18门课程组成的中等专业学校机械制造专业教材，是由机械工业中专教育研究会组织编写的。为适应社会主义市场经济和机械工业发展的需求，机械工业中专教育必须改革。机械工业部自1986年起，组织了机械制造专业的教改试点工作，确立培养生产现场工艺实施型人才为专业培养目标，调整知识结构，重视工程实践能力的培养，加强素质教育，为此，必须改变课程体系，编写新的教学用书。

1993年底，机械工业中专教育研究会确定成立中专机制专业教材编审委员会，组织行业学校拟订了机械工业中专机制专业实施性教学计划和教学大纲(已出版合订本)，并联合编写语文、英语、应用数学基础、物理、机械制图、工程材料与金属热加工、工程力学、机械设计基础、电工学与工业电子学、计算机应用基础、测量技术、液压传动、机械加工基础、机械加工工艺、机械加工工艺装备、金属切削机床、机床电气控制、机械工业企业车间管理等18门课程的教材。经过广大编审人员的共同努力，现在，这套教材由东南大学出版社正式出版。

这套教材相对于过去的课程体系、课程大纲、课程内容有较大幅度的变化。其主要特点是：这18门课程相互有机结合，形成整体优化的教学体系，它不强调一门课程自身体系的完整性、学科性，对邻近学科适当综合，例如，把原公差配合与技术测量中公差与配合标准插入机械制图和机械设计基础课程的相关部分，而把测量技术单独设课并加强实验综合练习；重视各门课程的相互联系和分工，避免内容重复、交叉和脱离实际，例如工程力学与物理有关

力学内容彼此照应；把专业课中的常规内容组织为一门《机械加工基础》课，提前在二年级教学实习中现场讲授；各门课程围绕以培养能力为基础加强了实践环节，如增设实验专用周等；普通课重在学生职业素质培养，注重专业的针对性和实用性。18门课的学时均有较大的削减。

这套教材适用于招收初中毕业生机制专业四年制的“3＋1”模式和三年制，也可供职业中专、职工中专、函授中专使用。其中语文、英语、应用数学基础、物理通用于机电类专业，机械制图、工程材料与金属热加工、工程力学、机械设计基础、电工学与工业电子学、计算机应用基础通用于机类专业。

这套教材由机械行业16所中专校的70余名教师参加编写，由主审和编委会对文稿和图稿作了认真审校。在编审过程中，得到了咸阳机器制造学校、福建机电学校、四川省机械工业学校、上海市机电工业学校、常州机械学校、西安仪表工业学校、芜湖机械学校、湖北汽车工业学院中专部、靖江市工业学校、廊坊市工业学校、湖南省机械工业学校、邯郸市工业学校、嘉兴市中等专业学校、成都市工业学校、浙江机械工业学校、陕西第一工业学校、辽宁仪器仪表学校、江苏无锡机械制造学校和东南大学出版社等单位的大力支持，谨致诚挚的谢意。衷心希望广大教师和学生在使用中提出宝贵意见，以便在修订时改进，使之日臻完善。

机械工业中专教育研究会机制专业教材编审委员会

1995年7月

前 言

《应用数学基础》是机械工业中等专业教育机制专业系列教材之一。

机械工业中等专业教育研究会机制专业教材编审委员会根据中专学校机制专业培养目标和毕业生主要从事的工作，拟定了实施性教学计划。该计划规定本门课程的教学任务是：使学生学习和掌握机电类专业必需的数学基础理论知识和基本运算技能，为学习后续课程及从事技术工作奠定良好的基础。教学时数为224学时。

本课程是根据工科中专的培养目标，作为一门重要的基础课和工具课而开设的，与原设置的中专《数学》相比，有以下几个特点：

(1) 保证基础，内容广泛实用，注意但不强调数学的学科性和系统性；

(2) 重视数学概念的本质表述，有关定理、结论、方法的给出与叙述力求通俗易懂、直观，避免繁琐推证；

(3) 教学内容注重实际应用，例题、习题选择有利于学生对从实际问题提炼数学模型的能力的培养；

本教材编写的指导思想是：适当降低理论要求，重视技能训练，加强能力培养，提高应用意识。在内容取舍上，保留了作为车间工艺技术员必不可少的初等数学、高等数学及应用数学等有关内容，坚持“必需”、“够用”，强化以应用为目的、理论联系实际的原则。在编写体例上，遵循数学体系和教学规律，注意与初中数学知识的衔接，由浅入深、循序渐进；在能力训练方面，着重计算能力和运用能力的提高，选例典型、恰当，习题难易适度，每章安排有一定

数量的标准化练习题。通过本教材的教学，力图使学生达到以下要求：

(1) 掌握技术员所必需的应用数学的基础知识；

(2) 具有正确、熟练的基本运算能力及一定的逻辑思维能力；

(3) 提高运用数学方法分析解决专业技术中常见数学问题的能力。

本书由咸阳机器制造学校黄英娴老师主编，常州机械学校邱顺大老师、四川省机械工业学校张永仙老师、咸阳机器制造学校张绪绪老师协编；福建机电学校江儒根老师主审。编写分工：黄英娴第3、8、13、14章，张绪绪第1、2、16章，邱顺大第4、5、6、7、15章，张永仙第9、10、11、12章。

本书在编写中参考了工科中专通用《数学》试用教材(1979年第1版)，并得到了咸阳机器制造学校教育研究室、数学教研组及拓晓华、唐保明、陈堪兔等老师的帮助，在此一并致谢。

由于编者水平所限，加之时间仓促，错误与不足之处在所难免，请不吝赐教，以便修订时改进。

编　者

1994年12月

目　　录

（上册）

1　集合　不等式　函数

集合概念及其理论是近代数学最基本的内容之一，集合思想广泛地渗透到自然科学的许多领域。函数是数学中一个极其重要的基本概念，也是管理科学的主要工具。不等量与不等式在生产实践中经常用到。本章介绍集合的初步知识、不等式与函数的有关基础知识。

1.1　集合的概念

集合论是现代数学中的一个重要分支。它的基本知识已被运用于自然科学的许多领域。

1.1.1　集合的意义

在人们的日常生活里，常把具有某种特定性质的对象作为一个整体加以研究，例如：

(1) 某校机制专业的全体学生；

(2) 某工厂车队的所有汽车；

(3) 自然数的全体；

(4) 所有的直角三角形。

我们把具有某种特定性质的对象组成的总体称为**集合**，简称**集**。把组成某一集合的各个对象称为**元素**。例如，上例(1)是由某校机制专业的全体学生组成的集合，该校机制专业的每个学生都是这个集合的元素。

集合一般用大写字母 A、B、C 等表示，而集合的元素用小写字母 a、b、c 等表示。元素可以是任何事物，如人、物、数字、汽车甚至抽

象的东西等等。

若 a 是集合 A 的元素，则称 a 属于集合 A 并记为 $a \in A$；若 a 不是集合 A 的元素，则称 a 不属于 A，记为 $a \notin A$（或 $a \overline{\in} A$）。

由数组成的集合称为**数集**，常用的数集的记号为：

数集	自然数集	整数集	有理数集	实数集
记号	N	Z	Q	R

若数集中的元素均为正数或均为负数，可在集合记号上角标"+"号或"−"号，例如 Q^+ 表示正有理数集；R^- 表示负实数集。

一个"给定的集合"的含义是指这个集合中的元素是确定的，这就是说，任何一个对象或者是这个集合中的元素，或者不是这个集合中的元素。例如，对于自然数集，$2 \in N$；而 $\sqrt{2} \notin N$。又如，好看的花布，高个子的学生都不是集合，因为无法判断对象的归属。

含有有限个元素的集合称为有限集；含有无限个元素的集合称为无限集。如上面例子中(1)、(2)为有限集，而(3)、(4)为无限集。

本书所讨论的数集，如无特殊说明，都是指由实数组成的集合。

1.1.2 集合的表示法

1）列举法　把集合的元素一一列举出来，写在大括号{ }内，每个元素只写一次，不考虑顺序，这种表示集合的方法称为**列举法**。

例如，由 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的所有解组成的集合，可表示为{2,3}或{3,2}；又如：由1、2、3、4组成的集合，可表示为{1,2,3,4}或{4,3,1,2}。

当集合的元素很多，不需要或不可能一一列出时，可只写几个元素。其它的元素用省略号表示。例如，全体自然数的集合，可表示为$\{1,2,3,4,\cdots,n,\cdots\}$。

2）描述法　把集合中元素所具有的共同性质描述出来，写在大括号{ }内，这种表示集合的方法称为**描述法**。

例如，由 $x^2-5x+6=0$ 的解组成的集合可表示为 $\{x|x^2-5x+6=0\}$；由所有直角三角形组成的集合，可表示为：{直角三角形}。

由点组成的集合称为**点集**，因为实数与数轴上的点是一一对应的。有序实数对与直角坐标平面内的点也是一一对应的，所以我们可以用数轴上的点所组成的点集来表示数集，用直角坐标平面内的点所组成的点集来表示有序实数对所组成的集合。

例如，集合 $\{x|0<x\leqslant 3\}$ 可以用数轴上满足条件 $0<x\leqslant 3$ 的所有点即线段 MN 上所有点（不包括端点 M 而包括端点 N）的集合来表示（图 1-1）。

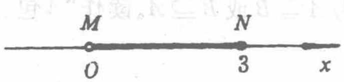

图 1-1

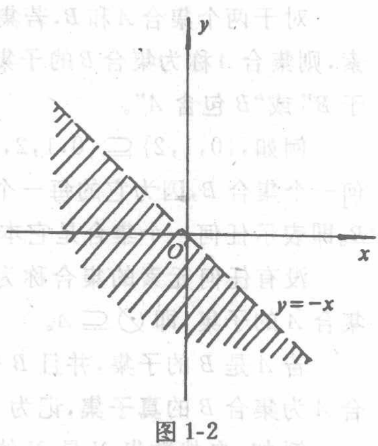

图 1-2

又如，集合 $\{(x,y)|x+y<0\}$ 是有序实数对组成的集合（图 1-2），这个点集是直角坐标平面内，在直线 $y=-x$ 以下的所有点而不包括虚线上的点的集合。

由方程（组）或不等式的所有解组成的集合称为该方程（组）

或不等式的**解集**。例如，不等式 $x^2-5x+6<0$ 的解集为$\{x|2<x<3\}$。

1.1.3 集合相等

若两个集合 A 与 B 的元素完全相同时，称这两个集合相等，记为 $A=B$。例如，$A=\{x|x^2+3x+2=0\}$，$B=\{-1,-2\}$，则 $A=B$。

1.1.4 全集

在研究某一问题时，所涉及到某些集合的元素总是在一定范围内，在这个特定范围内的所有元素组成的集合称为在这个问题中的**全集**，记作 Ω。例如，在实数范围内研究代数方程的解集，则 R 是全集；若在整数范围内研究代数方程的解集，则 Z 是全集。

1.1.5 子集与真子集

对于两个集合 A 和 B，若集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素，则集合 A 称为集合 B 的子集，记为 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$。读作"A 包含于 B"或"B 包含 A"。

例如，$\{0,1,2\}\subseteq\{0,1,2,3\}$ 或$\{0,1,2,3\}\supseteq\{0,1,2\}$。对于任何一个集合 B，因为它的每一个元素都是集合 B 的元素，所以 $B\supseteq B$。即表示任何一个集合是它本身的子集。

没有任何元素的集合称为**空集**，记为 $\varnothing$。空集可看成是任何集合 A 的子集，即 $\varnothing\subseteq A$。

若 A 是 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，则称集合 A 为集合 B 的**真子集**，记为 $A\subset B$ 或 $B\supset A$。

例如，自然数集 N 是 N 的子集，但不是真子集；N 是实数集 R 的真子集，即 $N\subset R$。

显然，空集是有元素的非空集的真子集。

对于两个集合 A、B，若 $A\subseteq B$，同时，$B\subseteq A$，则有 $A=B$。

对于任何一个集合都有

$$\varnothing \subseteq A \subseteq \Omega$$

为了形象地说明集合之间的关系，通常用圆（或其它任何封闭曲线围成的图形）表示集合，这样的图形称为**文氏图**。如图 1-3 表示集合 $A \subseteq \Omega$；图 1-4 表示 $A \subseteq B \subseteq \Omega$。

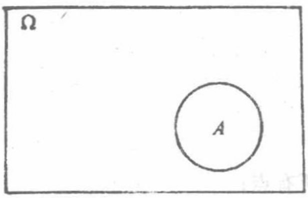

图 1-3

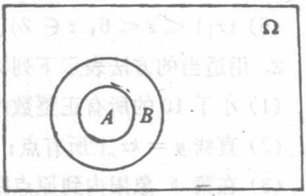

图 1-4

例 1　写出集合 $\{0,1,2\}$ 的所有子集及真子集。

解　集合 $\{0,1,2\}$ 的所有子集是 $\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{0,1\}$，$\{0,2\}$，$\{1,2\}$，$\{0,1,2\}$。其中 $\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{0,1\}$，$\{0,2\}$，$\{1,2\}$ 是真子集。

例 2　讨论集合 $A = \{(x,y) | x > 0$ 且 $y > 0\}$ 与集合 $B = \{(x,y) | xy > 0\}$ 的包含关系。

解　$\because A$ 表示第 Ⅰ 象限内的点，而 B 表示第 Ⅰ 或第 Ⅲ 象限内的点，所以 $A \subset B$。

例 3　若 $n \in \{1,3,4\}$，讨论集合 $A = \{x | x = n^3 + 19n\}$ 与集合 $B = \{x | x = 4(2n^2 + 3)\}$ 的关系。

解　当 n 分别取数 1，3，4 时，可求得 A 和 B 两集合中的元素分别为：

$$A = \{x | x = n^3 + 19n\} = \{20,84,140\},$$

$$B = \{x | x = 4(2n^2 + 3)\} = \{20,84,140\},$$

$\therefore A = B$。

应该注意，空集 $\varnothing$ 与元素为数 0 的单个元素集合 $\{0\}$ 间的区别。

习题 1-1

1. 用列举法写出下列集合：

(1) 大于 3 小于 21 的偶数的集合；

(2) 与 3 互质的一位数全体；

(3) 一元二次方程 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 的解集；

(4) 英文元音字母的集合；

(5) $\{x \mid 1 < x < 6, x \in Z\}$。

2. 用适当的方法表示下列集合：

(1) 小于 10 的所有正整数的平方数；

(2) 直线 $y = kx$ 上所有点；

(3) 在第 Ⅱ 象限内到原点距离为 1 的所有点；

(4) 与 2 相差 1 的所有数；

(5) 方程组 $\begin{cases} x + y = 2 \\ xy = -3 \end{cases}$ 的解集；

(6) 不等式 $3(x-1) < 2x - 5$ 的解集。

3. 用点集表示下列集合：

(1) $\{(x,y) \mid 0 \leqslant x \leqslant 1, -2 \leqslant y \leqslant 2\}$；

(2) $\{(x,y) \mid x + 3 > 2\}$；

(3) $\{x \mid -5 < x \leqslant 3, x \in Z\}$。

4. 在"$\in$","$\notin$","$\subset$","$\supset$","$=$' 中选择出适当的符号，填入下列空格内：

(1) a __ $\{a,b\}$；　　(2) $(1,5)$ __ $\{(x,y) \mid y = 5x^2\}$；

(3) -2 __ N；　　(4) $\{0\}$ __ $\varnothing$；

(5) 0 __ $\varnothing$；　　(6) {菱形} __ {正方形}；

(7) {全体自然数的倒数} __ {不大于 1 的正数}。

5. 写出集合 $A = \{(x,y) \mid x \in N, y \in N, 且\ x + y = 4\}$ 的全部子集。

6. 设全集 $\Omega = \{1,3,5,7,9\}$，写出 Ω 中符合下列条件的所有子集：

(1) 元素都是质数；

(2) 元素都能被 3 整除；

(3) 元素都能被 2 整数。

7. 指出下列集合之间的关系，并用文氏图表示：

$A=\{$等边三角形$\}$,$B=\{$等腰三角形$\}$,$C=\{$有一个角为45°的直角三角形$\}$,$D=\{$等腰直角三角形$\}$

8. 判断下列各题中的两个集合是否相等。

(1) $A=\{x|x=5n,n\in N\}$ 与 $B=\{5,15,25,10,20\}$;

(2) $C=\{1,3,5,7,9\}$ 与 $D=\{$小于 10 的正奇数$\}$。

1.2 集合的运算

1.2.1 并集

设集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$,$B=\{4,5,6\}$ 把 A 和 B 两个集合的元素合并在一起,可以组成一个集合 $C=\{1,2,3,4,5,6\}$,对于这样的集合,给出下面的定义。

定义 设 A 和 B 是两个集合,把至少属于 A、B 之一的所有元素组成的集合称为 A 与 B 的并集,记为 $A\cup B$,读作"A 并 B"即 $A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$。图 1-5 中阴影部分表示了 $A\cup B$ 中元素的几种情况。

由并集的定义和图 1-5 可知,对任意集合 A、B,有

$$A\subseteq A\cup B;\quad B\subseteq A\cup B。$$

即 A、B 都是 $A\cup B$ 的子集,对于任意一个集合 A,显然有 $A\cup A=A$,$A\cup\varnothing=A$。

求并集的运算称为**并运算**。

例 1 设 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$,$B=\{x|1\leqslant x<4\}$,求 $A\cup B$,并在数轴上画出所对应的点集。

解 $A\cup B=\{0\leqslant x\leqslant 2\}\cup\{x|1\leqslant x<4\}$

$$=\{x|0\leqslant x<4\},$$

数集 $A\cup B$ 在数轴上所对应的点集如图 1-6 所示。

例 2 设 $A=\{1,3,5\}$,$B=\{2,4,6\}$,$C=\{1,4\}$。求(1) $(A\cup B)\cup C$;(2) $A\cup(B\cup C)$。