

# 普通測量學講義

下 册

儲 鍾 瑞 編  
刘 呈 祥

清 华 大 学 出 版 科 印

1 9 5 7

# 下 册 目 录

## 第四編 水準測量

<b>第十三章 水準測量的基本知識</b> .....	13-1
13-1 高程測量的目的和種類.....	13-1
13-2 幾何水準測量的原理.....	13-2
13-3 地球曲率和折光的影響.....	13-2
13-4 水準儀的構造和類型.....	13-3
13-5 水準尺和尺墊.....	13-5
13-6 定鏡水準儀的檢驗和校正.....	13-6
13-7 活鏡水準儀的檢驗和校正.....	13-8
13-8 水準點.....	13-10
13-9 水準測量的方法.....	13-11
13-10 水準測量的測站校核.....	13-13
13-11 水準測量的成果校核和調整.....	13-13
13-12 做水準測量時應注意的事項.....	13-14
13-13 水準測量的精度.....	13-14
<b>第十四章 三四等水準測量</b> .....	14-1
14-1 三四等水準測量的用途和精度.....	14-1
14-2 三等水準測量所用的儀器和水準尺.....	14-1
14-3 三等水準測量的外業.....	14-1
14-4 四等水準測量所用的儀器和水準尺.....	14-4
14-5 四等水準測量的外業.....	14-4
14-6 水準測量外業成果的初步整理和三四等水準測量的容許閉合差.....	14-6
14-7 單獨水準路線的調整.....	14-7
14-8 具有一個結點的水準網的調整.....	14-8
14-9 巴波夫法水準網的調整.....	14-9
<b>第十五章 路線水準測量和面水準測量</b> .....	15-1
15-1 路線水準測量的概念.....	15-1
15-2 路線水準測量的準備工作.....	15-1
15-3 曲綫元素和曲綫主點.....	15-2
15-4 路線縱斷面水準測量.....	15-4

15-5	橫斷面水准測量	15-6
15-6	在陡坡上的水准測量，X點法和水平尺法	15-7
15-7	越過河流或山谷的水准測量	15-8
15-8	縱斷面圖和橫斷面圖的繪制	15-8
15-9	面水准測量的概念	15-10
15-10	用干錢法作面水准測量	15-10
15-11	用方格法作面水准測量	15-11

## 第五編 視距測量

第十六章	視距測量	16-1
16-1	一般概念	16-1
16-2	視距測量的原理	16-1
16-3	視距經緯儀及視距尺	16-4
16-4	視距常數的測定	16-4
16-5	量豎直角	16-6
16-6	豎盤游標和游標水准管的檢驗和校正	16-9
16-7	視距測量的精度	16-10
16-8	自計視距儀	16-11
16-9	視距測量的外業	16-13
16-10	視距表，視距圖，視距計算尺	16-15
16-11	視距測量的成果整理	16-18
16-12	地形圖的繪制	16-19

## 第六編 平板儀測量

第十七章	平板儀測量	17-1
17-1	一般概念	17-1
17-2	平板儀的構成部份和附件	17-2
17-3	平板和附件的檢驗和校正	17-4
17-4	照准儀的檢驗和校正	17-4
17-5	平板儀的安置	17-5
17-6	平板儀的前方交會和測方交會	17-7
17-7	交會法的精度和交角的限度	17-8
17-8	圖解三角網	17-9
17-9	圖解三角網各點高程的確定	17-10
17-10	圖解三角網各點差的調整	17-12
17-11	補點(傳遞點)	17-13
17-12	碎部測量	17-15

17-13	平板儀測量的精度	17—16
17-14	平板儀測量的優缺點和它的應用	17—16
17-15	平板儀同經緯儀，水准儀的配合應用	17—16
17-16	小平板儀同經緯儀的配合應用	17—16

## 第七編 低精度的平面和高程測量

第十八章	气压高程測量	18—1
18-1	一般概念	18—1
18-2	氣壓高程測量的公式	18—1
18-3	氣壓高程測量所用的儀器	18—2
18-4	空盒氣壓計的讀數的改正數	18—2
18-5	氣壓高程測量的外業	18—3
18-6	氣壓高程測量的成果整理工作	18—4
18-7	用一個氣壓計觀測的成果整理實例	18—5
18-8	氣壓高程測量的精度	18—8
第十九章	草 測	19—1
19-1	草測的意義和應用	19—1
19-2	距離的測定	19—1
19-3	直綫定向和角度的測定	19—2
19-4	高差和高程的測定	19—2
19-5	草測的作業	19—3

## 第八編 地形圖的應用

第二十章	地形圖的應用	20—1
20-1	讀圖和用圖	20—1
20-2	籍地形解決的某些問題	20—1

## 第九編 工程建築物的樁定工作

第二十一章	樁定的一般工作，圓曲綫的樁定，房屋，管道， 土壩及小橋的樁定	21—1
21-1	概念	21—1
21-2	樁定點子的方法和基本測量工作	21—1
21-3	極坐標法	21—1
21-4	直角坐標法	21—2
21-5	角度交會法	21—3
21-6	距離交會法	21—3

21-7	在地面上設置已知長度的直綫	21—3
21-8	在地面上設置已知角值的水平角	21—4
21-9	根據地面上已有的地物樁定新建築物	21—5
21-10	樁定圓曲綫	21—6
21-11	視線爲地物所阻時的樁定方法	21—10
21-12	樁定高程等于一定數值的點子	21—13
21-13	設出已給坡度的直綫	21—13
21-14	龍門板在樁定房屋時的應用及其設置	21—14
21-15	地下管道的樁定工作	21—14
21-16	小土壩的樁定工作	21—15
21-17	小型橋樑的樁定工作	21—16

## 第二十二章 樁定工作中的特殊問題 22—1

22-1	用捲尺設置直角	22—1
22-2	用捲尺從直綫外面一點作垂直綫	22—1
22-3	用捲尺求出角度	22—2
22-4	解析法測定建築物的高度	22—2
22-5	高程的傳遞	22—4
22-6	把一塊地面劃成水平面	22—5
22-7	把一塊地面劃成傾斜的平面	22—5

## 第十編 在水利技術方面用到的測量工作

## 第二十三章 方位角的測定 23—1

23-1	天球概念	23—1
23-2	定位三角形	23—1
23-3	天體的方位角和地面目標的方位角之間的關係	23—2
23-4	觀測太陽確定地面目標的真方位角	23—2
23-5	用 $\Phi$ . H. 克拉索夫斯基教授的方法測定方位角	23—5
23-6	同高觀測天體來測定方位角	23—6
23-7	用日圭法測定真子午綫方向	23—6

## 第二十四章 測定個別點子的坐標 (導綫和三角點或較高級導綫點的連結) 24—1

24-1	一般概念	24—1
24-2	間接法傳遞坐標	24—1
24-3	前方交會法	24—2
24-4	側方交會法	24—7
24-5	三點後方交會法 (三點問題)	24—7
24-6	兩點後方交會法 (兩點問題)	24—13

<b>第二十五章 全國性的控制測量和小三角測量</b> .....	25—1
25-1 一般概念 .....	25—1
25-2 三角測量的選點，造標和埋石 .....	25—2
25-3 小三角測量控制機構 .....	25—3
25-4 邊長的精度 .....	25—4
25-5 小三角測量的基綫丈量 .....	25—6
25-6 小三角測量的測角工作 .....	25—7
25-7 小三角鎖的平差 .....	25—8

<b>第二十六章 河道測量</b> .....	26—1
26-1 一般概念 .....	26—1
26-2 河流縱向水准測量 .....	26—1
26-3 水深測量 .....	26—1
26-4 河底地形及縱斷面的繪制 .....	26—3

### 第十一編 攝影測量

<b>第二十七章 攝影測量</b> .....	27—1
27-1 概念 .....	27—1
27-2 航空攝影測量的一般過程 .....	27—1
27-3 像片的比例尺及像點的位移 .....	27—2
27-4 像片的判讀 .....	27—3
27-5 像片畧圖的編制 .....	27—4
27-6 像片平面圖的編制 .....	27—4
27-7 測繪地形圖的不同航測方法 .....	27—5
27-8 地面立體攝影測量 .....	27—7

## 第二十五章 全國性的控制測量和小三角測量

### 25-1 一般概念

在 4—4 節里我們已經提到，測量工作是由兩種不同性質的部份組成的：一種是在地面建立控制機構；另一種是根據控制機構來進行碎部測量。建立控制機構的目的有三個：(1) 保證測量的精度，(2) 聯系各地區的測量，(3) 便于分區同時進行測量。

地面的控制網可以用天文法或大地法建立。天文法是觀測天帶來確定點子的經、緯度和邊的方位角。天文法的優點是工作較為簡便，誤差不致累積，但測出結果的精度較差。目前一等天文點的坐標誤差有  $\pm 0.5''$ ，相當地面上  $\pm 15\text{m}$ 。天文法還受垂綫偏差的影響。這就是因為鉛垂綫不和地球橢圓體的法綫重合，而各地的垂綫偏差又不相同。垂綫偏差一般有幾秒，在反常地區能有幾十秒。這些都限制了天文法的應用。除了在 I 等和 II 等三角鎖上用天文法測少數點子的經、緯度和幾條邊的方位角外，天文法祇是用來建立小比例尺測圖工作的控制網。這顯，如果有可能的話，還要設法去掉垂綫偏差的影響。

大地法又可分為三角法和精密導綫法兩種。三角法是選定一些控制點，形成大致等邊的三角形或其他簡單圖形。在圖形中選定一條邊作為基綫，量出基綫的長度，還量出三角形頂點的水平角。這樣，就可以確定每邊的邊長。如果基綫一端的坐標和基綫的方向已知，就可算出其他三角形頂點的坐標。

精密導綫的原理和普通導綫的原理一樣，祇是角度和邊長要量得更精確些，並且要用嚴格方法來進行平差。

高程控制網是用精密水準測量的方法建立的。高程控制網分為四個等級（詳參閱水準測量一章）。

全國性的三角測量分為 I, II, III, IV 四個等級，是按從整體到局部的原則佈置的。

I 等三角網是由許多三角形組成的三角鎖，各三角鎖基本上是沿着經緯綫佈置的。根據斯大林獎金獲得者蘇聯傑出的大地測量學家 Ф. Н. 克拉索夫斯基教授的建議：三角鎖的長度在 200 到 250 km 之間，三角形的平均邊長是 25 到 30 km，可伸縮在 15 到 60 km 之間。圖 25—1 中 M, N, P, Q……等是天文點，ab, cd……等是基綫。基綫長度不得小於 6 km，丈量基綫的相對誤差不得超過 1:1000000。基綫擴大邊（圖中的 MN, PQ……等邊）的相對誤差不得超過 1:300000。量角誤差應小於  $\pm 0.7'' \sim \pm 0.9''$ 。

在 I 等三角鎖組成的方格內，佈置 II 等基本鎖，將 I 等方格成四個大約相等的部分，II 等基本鎖內三角形的平均邊長是 15—20 km，可伸縮在 10—35 km 之間。在 II 等基本鎖的交叉處要量一條基綫。II 等基本鎖的量角誤差應小於  $\pm 1.5''$ 。在 I 等和 II 等基本鎖之間，佈滿 II 等補充網。II 等補充網內三角形的平均邊長是 13 km。量角誤差應小於  $\pm 2''.5$ 。在最差的地方，II 等基本鎖的邊長相對誤差不得超過 1:60000，II 等補充網的邊長相對誤差不得超過 1:35000。

III 等三角測量的平均邊長是 8 km，但可伸縮在 4—12 km 之間。量角誤差是  $\pm 5.0''$ ，最差的邊長相對誤差是 1:15000。

IV 等補點一般選在避雷針，煙囪，高樓屋頂等處。這些點子是用交會法測定的。

全國性的三角點的坐標是根據統一的系統計算的。例如蘇聯採用克拉索夫斯基橢圓體，普爾科夫天文台作為起始點（原點）以及普爾科夫天文台到一個三角點作為起始方向。

25-2 三角測量的選點，造標和埋石

選點工作是在測區進行查勘，選定基綫和三



圖 25—1

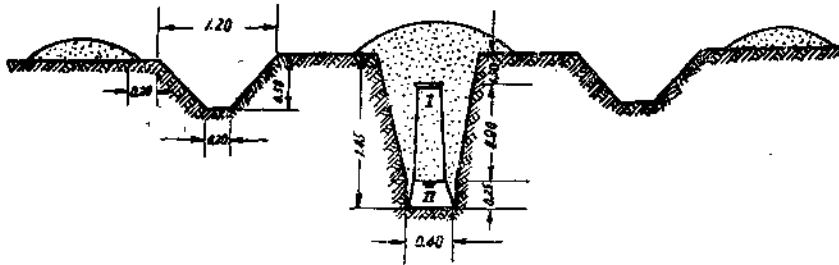


圖 25—2

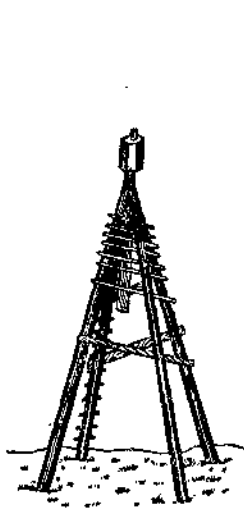


圖 25—3

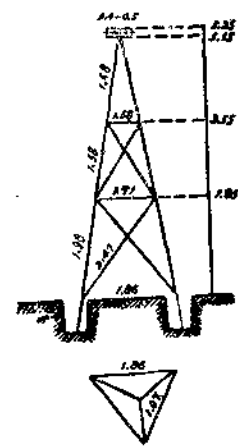
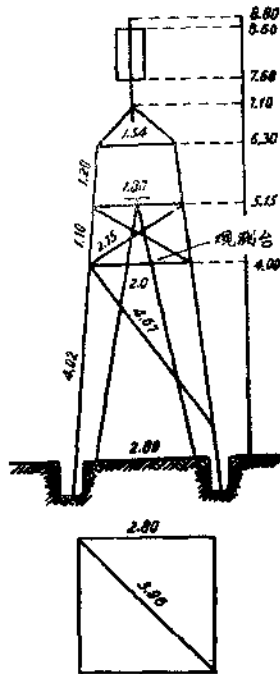


圖 25—4

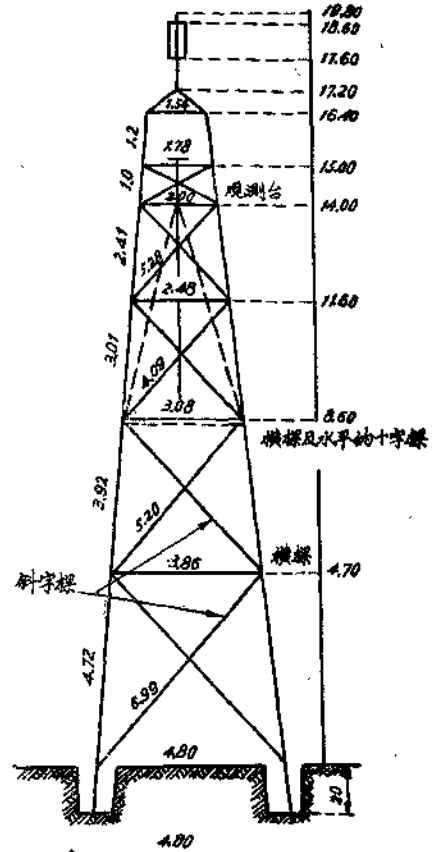


角點的位置。這是一件非常重要的工作，它直接影響以後觀測工作的進度和繁簡與成果的精度，因此必須由經驗豐富的工作人員擔任。

基綫應選在平坦而堅固的地區。選定三角點時，要注意選在最高地方，相鄰點子應彼此通視，而三角形的角度應大於  $30^\circ$ 。每一點要給予一個名稱，例如黃莊、董四墓等，並用後方交會法測出點子的位置，然後畫在 1:100000 或 1:50000 的圖上。

選定的三角點要用標石標明，標石的形式和材料決定於三角測量的等級和土質的情況。圖 25-2 所示的是埋在硬土中的三、四等三角測量所用的標石。標石由混凝土底座和標柱組成，在頂面各嵌以鑄鐵標片 II 和 I，在標片上刻劃十字綫，十字綫交點表示三角點的位置。標石一般應埋在凍土層以下。小三角點可用洋灰樁或木樁標誌。

爲了從遠處的三角點能看到這個三角點，我們必須在這個三角點樹立高的標誌，稱爲覘標。有的覘標附有較高的觀測台，以便安放儀器並供觀測人員站立之用。覘標有尋常標和高標兩種。圖 25-3 是錐形尋常標，儀器就放在地面上。圖 25-4，圖 25-5 各表示簡單高標，複雜高標的形式，儀器都是放在觀測台上。



25-3 小三角測量控制機構

當我們沿着河流勘測水能時，在河流兩岸跑經緯儀鋼尺導綫是比較費事而且困難的，這時可採用小三角測量。在河流兩岸選一些點子，組成一個單三角鎖，三角形的邊長，按測圖的比例尺和當地的地形情況可伸縮在 100~1000 m 之間。三角形的角度不宜小於  $30^\circ$  或大於  $120^\circ$ 。如果附近有全國性的三等三角網或精密導綫，就應利用中心多邊形，四邊形或三角形把小三角測量連接到三角網或精密導綫的已知邊上（圖 25-6-1；圖 25-6-2，圖 25-6-3）。否則，必須單獨進行小三角測量，而在平坦地區選定基綫。

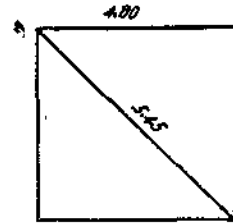


圖 25-5

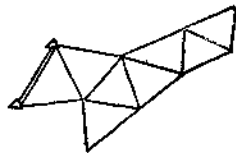


圖 25-6-1



圖 25-6-2

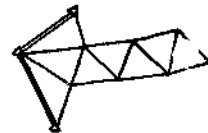


圖 25-6-3

三分之一的小三角點用洋灰樁標誌，其餘用木樁標誌。

最廣泛採用的小三角圖形有下列幾種：(1) 三角鎖，兩端都有基綫，這種圖形適用於狹長地帶(圖 25—7)；(2) 中心多邊形，祇有一條基綫(圖 25—8)；(3) 四邊形(圖 25—9)。

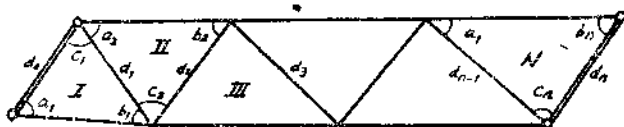


圖 25—7

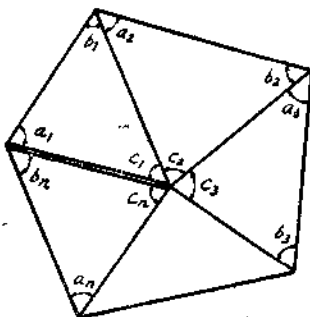


圖 25—8

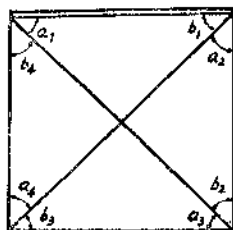


圖 25—9

### 25-4 邊長的精度

邊長是根據基綫和角度算出的，離基綫愈遠，算出的邊長的精度愈差。爲了使邊長的相對誤差不超過某一限度，三角形的個數不得超過一定的數目。

在圖 25—7 中，設  $d_0$  是位於起始三角形的基綫， $d_1, d_2, \dots, d_{n-1}$  是傳距邊， $d_n$  是位於最後一個三角形的校核基綫， $a_1, b_1, a_2, b_2, \dots$  稱爲傳距角， $c_1, c_2, \dots$  稱爲間隔角。

根據三角正弦定律，求邊長  $d_n$  的式子是：

$$d_n = d_0 \frac{\sin a_1 \sin a_2 \dots \sin a_n}{\sin b_1 \sin b_2 \dots \sin b_n} \quad (25-1)$$

將上式取對數，得

$$\begin{aligned} \lg d_n = & \lg d_0 + (\lg \sin a_1 + \lg \sin a_2 + \dots + \lg \sin a_n) \\ & - (\lg \sin b_1 + \lg \sin b_2 + \dots + \lg \sin b_n) \end{aligned} \quad (25-2)$$

再把上式微分，並用  $\Delta d$  代表邊長的誤差， $\Delta a, \Delta b$  代表角  $a, b$  的誤差，我們有：

$$\frac{\Delta d_n}{d_n} = \frac{\Delta d_0}{d_0} + (\text{ctg } a_1 \Delta a_1 - \text{ctg } b_1 \Delta b_1) + (\text{ctg } a_2 \Delta a_2 - \text{ctg } b_2 \Delta b_2) + \dots$$

設三角形的角度都是按同精度量出的，那末，它們的均方誤差  $m$  可以認爲是一樣的，這樣。

$$\Delta a_1 = \Delta b_1 = \Delta a_2 = \Delta b_2 = \dots = m$$

$$\left(\frac{\Delta d_n}{d_n}\right)^2 = \left(\frac{\Delta d_0}{d_0}\right)^2 + m^2 \left[ \left( \text{ctg}^2 a_1 + \text{ctg}^2 b_1 \right) + \left( \text{ctg}^2 a_2 + \text{ctg}^2 b_2 \right) + \dots \right],$$

$$\frac{\Delta d_n}{d_n} = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta d_0}{d_0}\right)^2 + m^2 \sum_{i=1}^n (\text{ctg}^2 a_i + \text{ctg}^2 b_i)} \quad (25-2)$$

在這個式子中採用下列符號，

$$\sigma = \text{ctg}^2 a + \text{ctg}^2 b \circ$$

如果每一個三角形的邊長大致相等，那末，

$$\sum \sigma = n \sigma \circ$$

因為起始邊的丈量精度相當高，所以它的相對誤差可以畧而不計，這樣終了邊（校核基綫）的相對誤差是，

$$\frac{\Delta d_n}{d_n} = m \sqrt{n \sigma} \circ \quad (25-3)$$

例題：設測角的均方誤差是  $\pm 10''$ ，要使終了邊（校核基綫）的相對誤差不超過  $\frac{1}{6000}$ ，試問從起始基綫起可佈置多少個三角形？

解：測角均方誤差  $m = \frac{10}{200000} = \frac{1}{20000}$ （因為 1 弧度  $\approx 200000''$ ）。

假設每個三角形的邊長大致相等，所以  $a, b, c$  接近  $60^\circ$ ，這樣

$$\text{ctg} a_1 = \text{ctg} b_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \circ$$

$$\sigma = \text{ctg}^2 a + \text{ctg}^2 b = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \circ$$

$$\left(\frac{\Delta d_n}{d_n}\right)^2 = m^2 \cdot n \sigma$$

$$n = \frac{\left(\frac{\Delta d_n}{d_n}\right)^2}{m^2 \sigma} = \frac{\left(\frac{1}{6000}\right)^2}{\left(\frac{1}{20000}\right)^2 \cdot \frac{2}{3}} = 16 \text{ 個} \circ$$

就是，三角鎖中的三角形不超過 16 個時，終了邊的相對誤差才能小於  $\frac{1}{6000}$ 。顯然，在兩條基

綫之間佈置三角鎖，三角形的個數可以增加一倍。而位于三角鎖中央的一條邊的相對誤差可保持在  $\frac{1}{6000}$  以內。

### 25-5 小三角測量的基綫丈量

丈量小三角測量的基綫時，一般採用刻綫鋼尺或 10~13 mm 寬，20m 或 24m 的帶狀殷鋼尺。通常規定小三角測量基綫的相對誤差不得大於  $\frac{1}{25000}$ 。

丈量所用的基綫尺應事先和標準尺比較，並在檢驗証上註明檢驗時的標準拉力和溫度。

丈量開始前，先用經緯儀定綫，並清除該綫上的樹木，雜草，小土丘及任何其他障礙物，然後打木樁，樁距等於丈量鋼尺的長度（如果用普通鋼尺丈量，樁距應比尺子的長度稍短一些，否則無法量出兩木樁間的距離）。在樁頂釘一塊白鐵片，再在白鐵片上刻一條直綫和基綫的方向垂直（圖 25-10）。

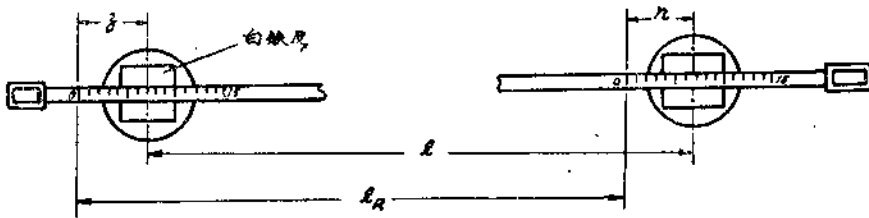


圖 25-10

採用下列符號：

- $l_R$ ——量尺的長度；
- $l$ ——白鐵皮上兩刻綫之間的距離；
- $3$ ——尺子後端讀數；
- $\pi$ ——尺子前端讀數。

從圖可以看出

$$l_R + \pi = 3 + l,$$

所以

$$l = l_R + (\pi - 3). \quad (25-4)$$

丈量時，拉力應與檢驗時的拉力一致，並記下當時的溫度。唸出第一次尺上後端讀數與前端讀數後。把尺子沿基綫方向向前或向後移動一些，此時拉力仍應與標準拉力一致，記下溫度。再唸後端讀數與前端讀數，兩次所得  $(\pi - 3)$  的差數不得超過 2mm，否則要重量。

此外用水准儀測出相鄰木樁的高差，以便把基綫的傾斜距離歸算為水平距離。

基綫全長  $L_1$  是

$$L_1 = n l_R + \sum (\pi - 3) + r, \quad (25-5)$$

式中  $r$  是不到一整尺的尾數。

從  $L_1$  求出基綫全長的最後結果，還要加上幾個改正數。

1. 溫度改正數

$$\text{溫度改正數 } \Delta L_t = \alpha (t - t_0) L_1, \quad (25-6)$$

式中  $\alpha$  是鋼尺的膨脹係數， $t$  是丈量基綫時的平均溫度， $t_0$  是檢定鋼尺時的溫度。

2. 傾斜改正數

每段距離  $l_R$  由于高差  $h$  應加的傾斜改正數  $\Delta l_h = \sqrt{l_R^2 - h^2} - l_R \approx -\frac{h^2}{2l_R} \circ \pi - 3$  的傾斜改正數可以忽畧不計，而尾數  $r$  的傾斜改正數  $= -\frac{h_r^2}{2r}$ ，此地  $h_r$  代表尾數兩端的高差。

$$\text{基綫全長的傾斜改正數 } \Delta L_h = -\sum \frac{h^2}{2l_R} - \frac{h_r^2}{2r} \circ \quad (25-7)$$

3. 平均海面改正數。

此外，我們還要把量出的距離化到平均海面。圖 25-11 中  $R$  是地球的半徑， $H$  是基綫的平均高程。

$$\text{平均海面改正數 } \Delta L_H = L - L_1 = L_1 \frac{R}{R+H} - L_1 = L_1 \left( \frac{1}{1 + \frac{H}{R}} - 1 \right)$$

$$\approx L_1 \left( 1 - \frac{H}{R} - 1 \right) = -\frac{H}{R} L_1 \circ \quad (25-8)$$

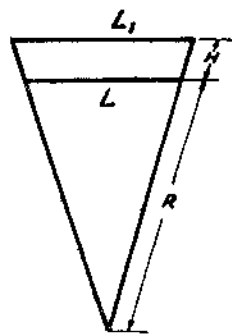


圖 25-11

改正後的基綫全長  $L = L_1 + \Delta L_t + \Delta L_h + \Delta L_H$

$$\begin{aligned} &= n l_R + \sum (\pi - 3) + r + \\ &\alpha (t - t_0) \left[ n l_R + \sum (\pi - 3) + r \right] - \sum \frac{h^2}{2l_R} \\ &- \frac{h_r^2}{2r} - \frac{H}{R} \left[ n l_R + \sum (\pi - 3) + r \right] \circ \end{aligned} \quad (25-9)$$

對於小三角測量來講丈量基綫往、返測得結果的差數不得超過  $\pm 10\sqrt{n}$  mm，此地  $n$  是丈量的段數。

### 25-6 小三角測量的測角工作

小三角鎖的角度可用普通的  $30^\circ$  複測經緯儀，按複測法測出。根據起始讀數  $a$ ，最後讀數  $b$  和複測的次數  $n$ ，用下式計算角度  $\beta$ 。

$$\beta = \frac{b - a}{n} \circ$$

把起始讀數對着零 (a)，盤左重複量角  $n$  次得最後讀數 (b)。把起始讀數對着  $90^\circ$ ，盤右再重複量  $n$  次。取盤左、盤右兩次所得結果的平均值。請注意這種複測方法和 9—19 節所講的有一些不同，它的特點是測第二個半測同時，改變度盤位置。複測時要注意游標 I 經過  $0^\circ$  的次數。每經過一次，要在最後讀數上加一個  $360^\circ$ 。爲了知道經過  $0^\circ$  的次數，並作校核之用，我們必須把第一次量出的  $\beta$  角的角值記下來。

複測法量角的均方誤差  $m_\beta$  可用下式計算：

$$m_\beta = \pm \sqrt{\frac{1}{n} \left( m_v^2 + \frac{m_0^2}{2n} \right)}^* \quad (25-10)$$

式中  $m_v$  是瞄準的均方誤差， $m_0$  是游標讀數湊整的均方誤差，以  $1'$  的儀器爲例  $m_0 = 30''$ ， $n$  是複測的次數。

### 25-7 小三角鎖的平差

在計算小三角鎖各點坐標之前，我們必須進行小三角鎖平差工作，使測量成果滿足理論上的要求。

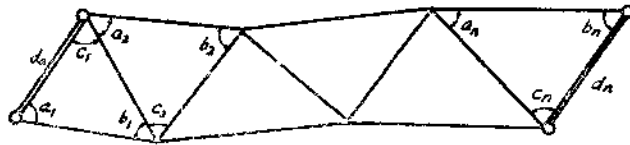


圖 25-12

由于量角時不能完全避免誤差，三角形三個角度的觀測值之和不會恰好等于理論上的數值，因而產生所謂角閉合差。同樣，根據起始基綫和角度，算出的終了基綫的長度和實際丈量的結果也不會相同，這就產生所謂基綫閉合差。

現在我們來講一下如何調整上述兩種誤差。一方面要使調整後的各三角形的角閉合誤差等

\* 用  $m_v$  代表瞄準的均方誤差， $m_0$  代表游標讀數湊整的均方誤差。兩個游標讀數的平均值的均方誤差就等於  $\frac{m_0}{\sqrt{2}}$ 。

半个測回量  $n\beta$  時共瞄準  $2n$  次，除了兩個讀數，所以  $n\beta$  的均方誤差

$$= \pm \sqrt{2n m_v^2 + 2 \left( \frac{m_0}{\sqrt{2}} \right)^2} = \pm \sqrt{2n m_v^2 + m_0^2},$$

而角  $\beta$  的均方誤差

$$= \pm \frac{1}{n} \sqrt{2n m_v^2 + m_0^2} = \pm \sqrt{\frac{1}{n} \left( 2m_v^2 + \frac{m_0^2}{n} \right)}.$$

兩個半測回所得  $\beta$  角的平均值的均方誤差

$$m_\beta = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{n} \left( 2m_v^2 + \frac{m_0^2}{n} \right)} = \pm \sqrt{\frac{1}{n} \left( m_v^2 + \frac{m_0^2}{2n} \right)}.$$



$$\begin{aligned} \lg d'_n - \lg d_n &= \lg \sin a_1 + \lg \sin a_2 + \dots + \lg a_n \\ &\quad - (\lg \sin b_1 + \lg \sin b_2 + \dots + \lg \sin b_n) \\ &\quad + (\lg d_0 - \lg d_n) = v \circ \dots \dots \dots (25-15) \end{aligned}$$

現在我們來求三角形各個角度的第二個改正數  $(a_1), (a_2), \dots, (b_1), (b_2), \dots$ ; 把它們加到公式 (25-15) 中相應的角值后, 該式應等于零。這樣, 就能使算出的基綫長度和量出的數值相等, 達到第二次改正這些角度的目的。丈量基綫的精度比量角的精度高, 在調整計算過程中, 可以認為沒有誤差, 不加改正, 因而

$$\begin{aligned} &\lg \sin [a_1 + (a_1)] + \lg \sin [a_2 + (a_2)] + \dots + \lg \sin [a_n + (a_n)] \\ &- \{ \lg \sin [b_1 + (b_1)] + \lg \sin [b_2 + (b_2)] + \dots + \lg \sin [b_n + (b_n)] \} \\ &\quad + \lg d_0 - \lg d_n = 0 \dots \dots \dots (25-16) \end{aligned}$$

如果  $a$  角改變  $1'$ , 它的正弦對數改變  $\alpha$ ;  $b$  角改變  $1'$  它的正弦對數改變  $\beta$ , 那末,

$$\left. \begin{aligned} \lg \sin [a_1 + (a_1)] &= \lg \sin a_1 + \alpha_1 (a_1), \\ \lg \sin [a_2 + (a_2)] &= \lg \sin a_2 + \alpha_2 (a_2), \\ &\dots \dots \dots, \\ \lg \sin [a_n + (a_n)] &= \lg \sin a_n + \alpha_n (a_n); \\ \lg \sin [b_1 + (b_1)] &= \lg \sin b_1 + \beta_1 (b_1), \\ \lg \sin [b_2 + (b_2)] &= \lg \sin b_2 + \beta_2 (b_2), \\ &\dots \dots \dots, \\ \lg \sin [b_n + (b_n)] &= \lg \sin b_n + \beta_n (b_n) \circ \end{aligned} \right\} (25-17)$$

將 (25-17) 代入 (25-16), 得

$$\begin{aligned} &\lg \sin a_1 + \alpha_1 (a_1) + \lg \sin a_2 + \alpha_2 (a_2) + \dots + \lg \sin a_n + \alpha_n (a_n) \\ &- [\lg \sin b_1 + \beta_1 (b_1) + \lg \sin b_2 + \beta_1 (b_1) + \dots + \lg \sin b_n + \beta_n (b_n)] + \\ &\quad + \lg d_0 - \lg d_n = 0 \circ \end{aligned}$$

從 (25-15) 和 (25-18) 兩式可得下式, 稱為基綫條件方程式

$$\begin{aligned} &\alpha_1 (a_1) + \alpha_2 (a_2) + \dots + \alpha_n (a_n) \\ &- \beta_1 (b_1) - \beta_2 (b_2) - \dots - \beta_n (b_n) + v = 0 \dots \dots \dots (25-19) \end{aligned}$$

在同精度的測角情況下, 我們可以認為角度改正數  $(a_1), (a_2), (b_1), (b_2), \dots$  等的絕對值相等。同時為了不破壞已經滿足了的三角形內角之和等于  $180^\circ$  的條件,  $(a)$  和  $(b)$  的符號應相反。這樣,

$$(a_1) = -(b_1) = (a_2) = -(b_2) = \dots = (a_n) = -(b_n) \circ$$



(25—19) 就可寫成。

$$\sum \alpha(a) + \sum \beta(a) + v = 0$$

由此得出

$$(a) = -\frac{v}{\sum \alpha + \sum \beta}$$

而

$$(b) = -(a) = \frac{v}{\sum \alpha + \sum \beta}$$

用上列兩式可以求得角度的第二次改正數。把第二次改正數加到第一次改正后的角度，就得最后的角值。根據  $d_0$  和最后角值算出的  $d_n'$  和丈量所得結果  $d_n$  比較，相差不會超過 1~2 mm，這是由于計算工作中的湊整誤差所引起的。

例題：設有兩條基綫  $d_0$  和  $d_2$ ，它們的對數值各是

$$\lg d_0 = 2.64110, \quad \lg d_2 = 3.00714$$

在這兩條基綫中佈置三個三角形 I, II, III, 各角的測得值列在下表中。

1. 第一次角度改正數的計算

三角形編號	測角名稱	測得角值	第一次改正后的角值
I	$a_1$	109° 14'.6	109° 14.5
	$b_1$	39 52.2	39 52.1
	$c_1$	30 53.6	30 53.4
		$f_1 = +0'.4$	
II	$a_2$	105° 1'.9	105° 2'.0
	$b_2$	50 52.5	50 52.6
	$c_2$	24 5.3	24 5.4
		$f_2 = 0'.3$	
III	$a_3$	101° 7'.0	101° 7'.2
	$b_3$	50 46.0	50 46.3
	$c_3$	28 6.3	28 6.5
		$f_3 = -0'.7$	

