

基本定義和切削運動

金属切削原理参考资料
基本定义和切削运动

图书馆
章

南京工学院
机床刀具教研组
1958年

第一篇

第二章 基本定义和切削运动

§1. 一般概念:

为了使零件具有一定的形状和所需之尺寸,可用刀具以切下切屑的方法来加工毛坯,根据刀具的形状和构造,工件与刀具的运动性以及切下切屑之尺寸,可采用不同的切削加工方式。

由于不论是单刃或多刃刀具的各种切削加工方式基本上切下材料的过程是相同的。因而所规定的定义必须适合于所求的加工方式。各种加工方法可以认为是金属切削加工的共同过程中的个别情况。

在进行金属切削加工过程中使用各种各样不同的刀具,其中切刀占有最重要的地位,同时它也是最简单的刀具之一。所以研究刀具时一般以切刀切削部分几何参数的合理数值作为基础开始研究。

现代切削加工的方式基本上有车削,刨削,铣削,钻削,插削,铰削,拉削,齿轮切削,螺纹切削等。

以下将从金属切削所涉及的对象(1)切削过程,(2)工件,(3)刀具等三方面分别介绍一下基本定义。

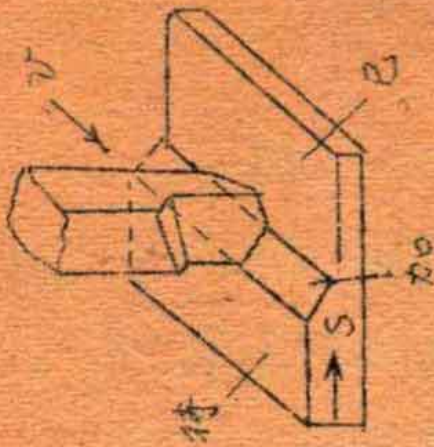
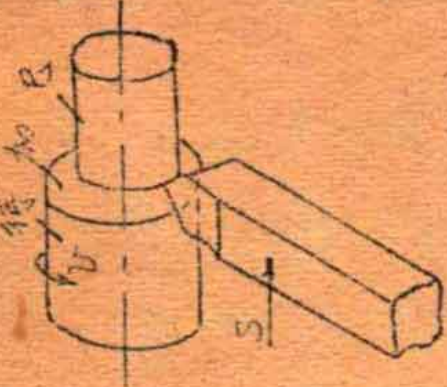
§2. 切削过程中之运动与切削运动的分类。

一般切削过程由主运动与辅助运动所组成,如表1中之 V 为切下切屑所必需之基本运动故称为主运动,表中之 S 为使新的金属层不断地投入切削,以便切出整个工件表面来的运动称为辅助运动或走刀运动,一般主运动的速率比辅助运动大得多,因而主运动消耗掉大部份切削动力。

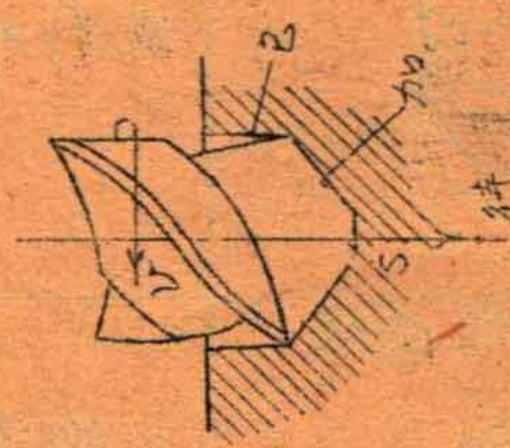
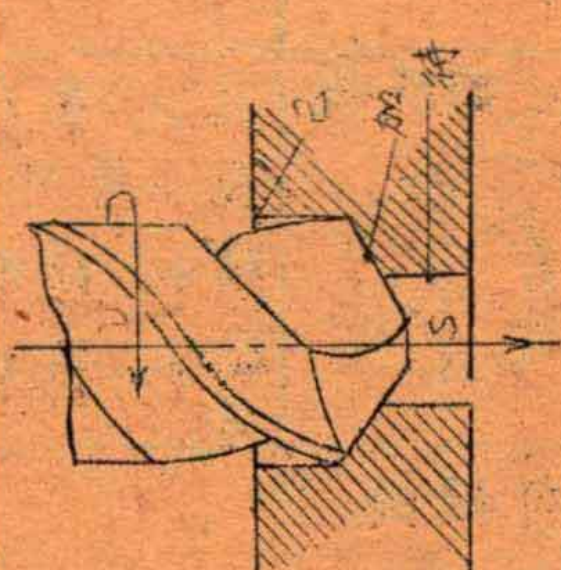
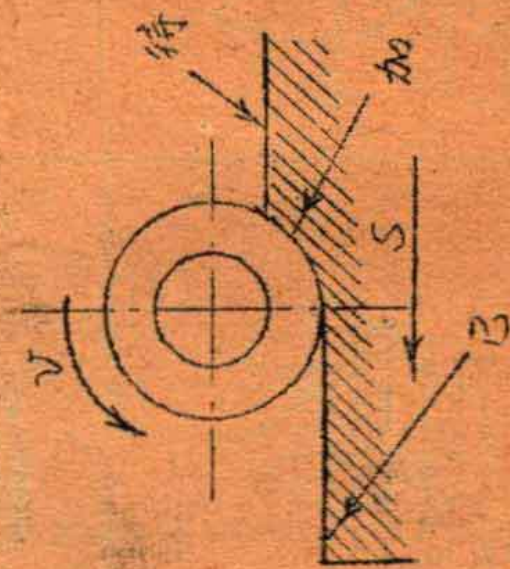
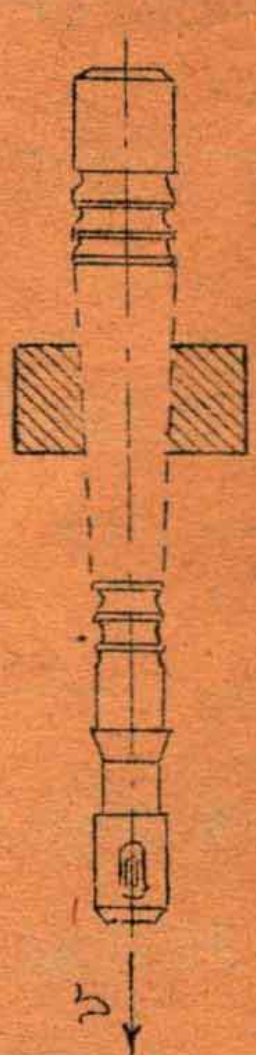
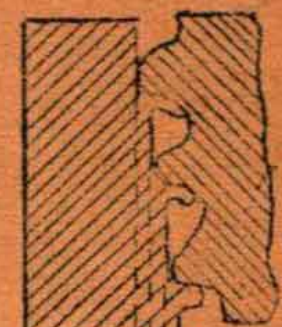
在切削加工中主运动只有一个而辅助运动则可能多于一个由表1中可看出:切削运动中的运动单元都是直线运动和迴转运动,此两者之不同组合即形成各种切削加工时的运动,一般在同时存在直线运动和迴转运动的切削加工中,前者多为低速的辅助运动,后者则为高速的主运动,因迴转运动可以避免进给时的惯性而可连续切削减少机件所佔之空间,且可提高速度。

主运动和辅助运动可由刀具和工件分别完成,或由刀具单独完成,主运动和辅助运动可同时动作也可交替动作。同时动作时,产生合成运动轨跡,会使刀具工作时的角度和磨出的角度产生差

表 1-1 几种主要切削加工的运动简图

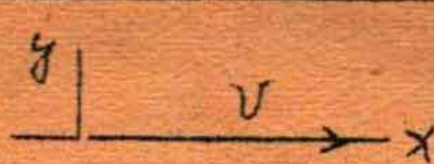
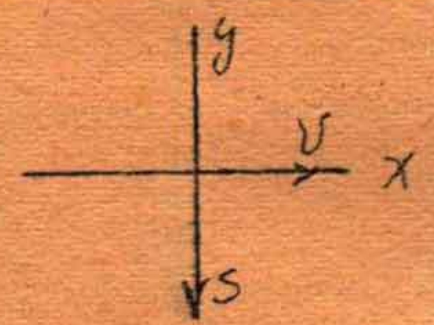
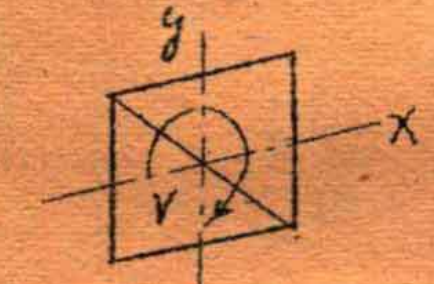
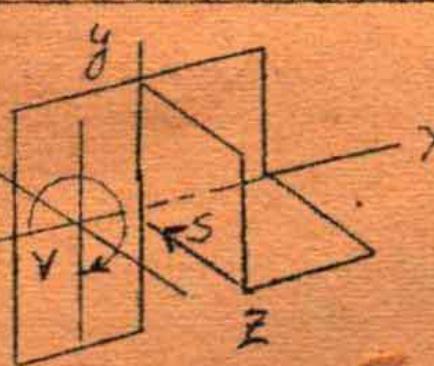
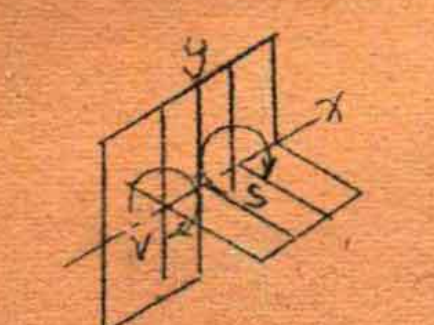
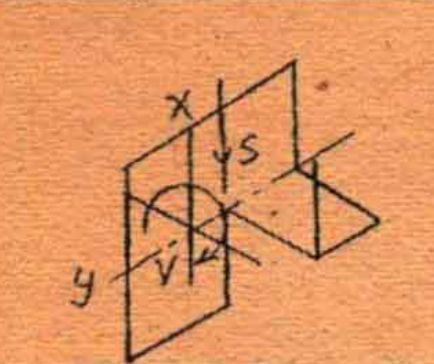
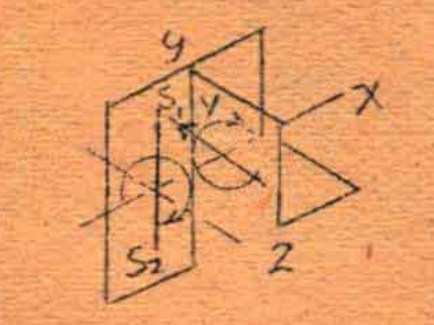
刀具 机床	运动简图	运动性质		运动间 的关系	工作行程 的轨迹
		主运动	辅助运动		
铣刀 牛头刨		直线运动	直线运动	同时动作 不同时间动作	直线
		间歇性的	间歇性的		
外圆车刀 车床		旋转运动	直线运动	同时动作	螺旋线
		连续性的	连续性的		

续上表

钻头			旋转运动 连续性的	直线运动 连续性的	同时动作 螺旋线
平面铣刀			旋转运动 连续性的	直线运动 连续性的	同时动作 摆线
拉刀			直线运动 连续性的	(直线) (间歇性的) 由刀具本身完成(5x)	同时动作 直线

别，交替动作的辅助运动就没有这种影响，现代切削加工的种类虽然很多但如研究刀具和工件接触时同时发生的运动，分析目前所有的金属切削机床，则各种切削加工按运动所组成的单元可以归纳为以下八类，下面就此八类运动组合举一些例子：

表 2. 切削运动举例

类别	运动组成单元	切削运动简图	合成运动轨迹	应用
第一类	一个直线运动		直线	刨、插、拉
第二类	二个直线运动		斜线	弓、锯
第三类	一个回转运动		圆	圆盘拉刀
第四类	一个回转运动和 一个直线运动		螺旋线	应用最广泛 如：车外圆， 螺纹，铰螺纹 钻孔，镗孔等
第五类	二个回转运动		延长内摆线	铣圆柱表面
第六类	二个直线运动与 一个回转运动		圆锥螺旋线	齿轮滚刀铲 背
第七类	二个回转运动与 一个直线运动			用齿轮滚刀 铣齿轮
第八类	三个回转运动	略	略	格里逊刀盘

在理论上还可以组成更复杂的运动组合，但在工艺上却不易实现上述各类切削运动中，如按各运动的大小比值相互方向，进行组合，则可得有百余种不同的切削运动组合，而目前在生产上所采用的只是其中一小部分，在尚未采用的部分中，有不少是很有希望用来形成新的加工方法的，如旋转体拉削等。

切削时的运动关系是金属切削原理的基本问题之一，刀具和工件之间的相对运动是设计机床的原始根据，从切削运动的轨迹方程式可以推导出已加工表面的理论形状及其误差，可以确定切削厚度和刀具工作时的角度变化，此外，研究切削运动可以创造新的加工方法。

§3. 工件上的基本定义

已加工表面 —— 工件上已经切去切屑的表面。

待加工表面 —— 工件上即将切去切屑的表面。

加工表面 —— 工件上主切削及正在切削着的表面，亦即上述两个表面间之过渡表面。

上述三个表面在表1的图中分别以“已”“待”“加”表示之。

§4. 刀具上之基本定义。

(1) 切刀之要素：

切刀是由刀头与刀身（刀杆）组成的。前者是切刀的工作部份，后者是切刀的装夹部份。

切刀的工作部分（图1）分为下列各因素：

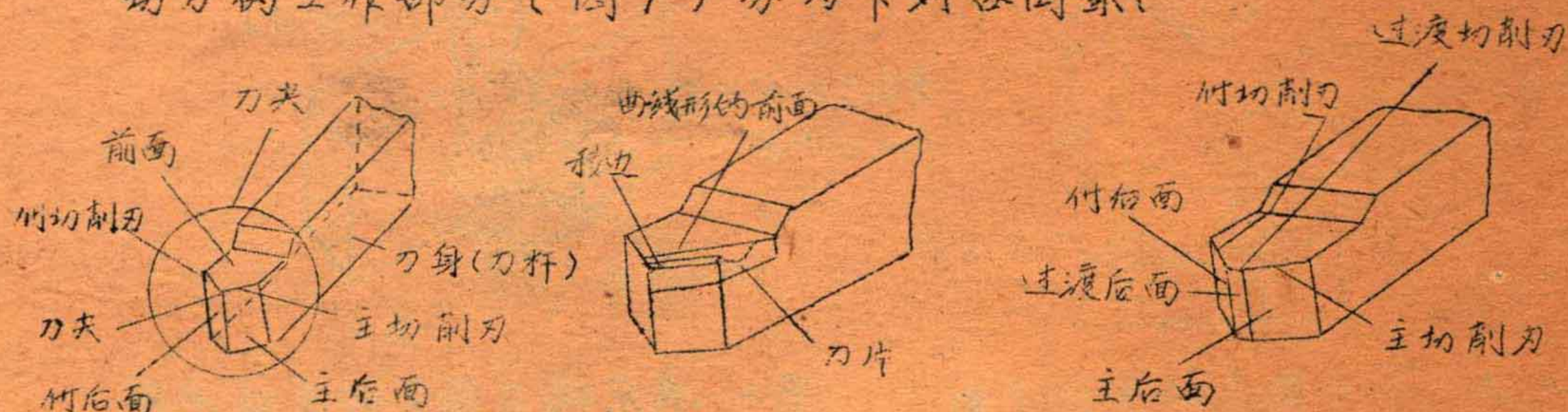


图2 切刀各部分之因素

a — 前倾面上无倒棱之切刀。 b — 前倾面上有倒棱之切刀

B — 有过渡切削刃之切刀。

前倾面是切削过程中用以排出切屑的表面，前倾面上有的有棱边（图2, b）有的没有棱边（图2, a）。

后隙面是正对着工件的表面。

切削刃（图2 B）是由前倾面与后隙面之交线所形成，并分

为主切削刃(完成主要的切削工作), 过渡切削刃与付切削刃(一个或二个)。按切削刃的不同, 后隙面分为主后隙面(紧接主切削刃之表面), 过渡后隙面(紧接过渡切削刃的表面)和付后隙面(紧接付切削刃的表面)。

刀尖(图2.a)是主切削刃与付切削刃连接的地方, 刀尖(在平面投影中)可以是尖的, 圆的, 或棱边的形状。

(2), 确定切刀角度的表面和原始平面。

为了确定车刀, 刨刀和插刀的各角角度, OCT 6898 规定下列两个原始平面(图3)*

切削平面—通过切削刃并与切削表面相切的平面。

此定义祇适用于直线切削刃的切刀, 对于曲线切削刃说切削平面是由切削刃上每点与切削表面的切线来决定, 并且是由切于切削表面的直线沿着切削刃运动所形成的直纹面

作直线运动的刨刀与插刀, 其切削平面即与切削表面相重合(图4与5)

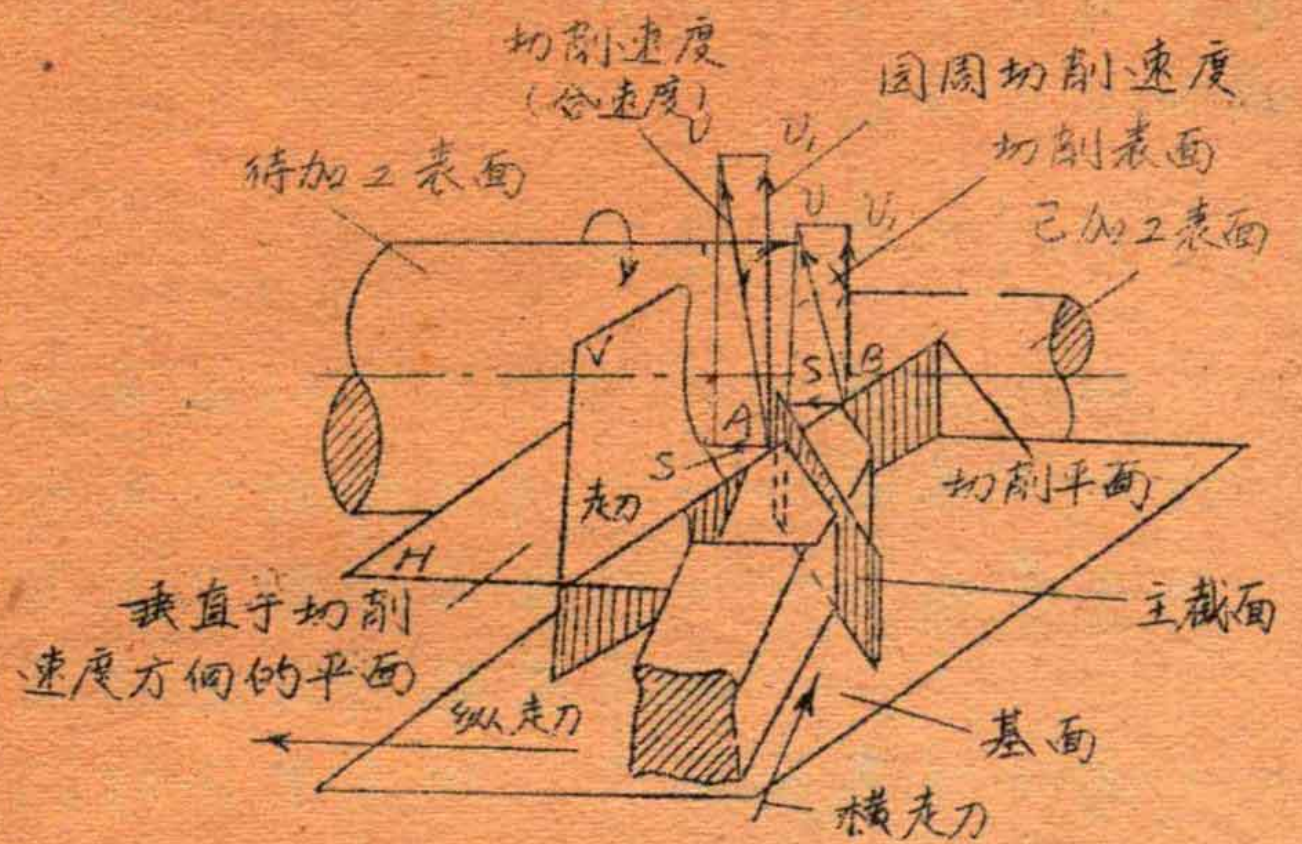


图3. 决定刀具角度的表面和原始平面

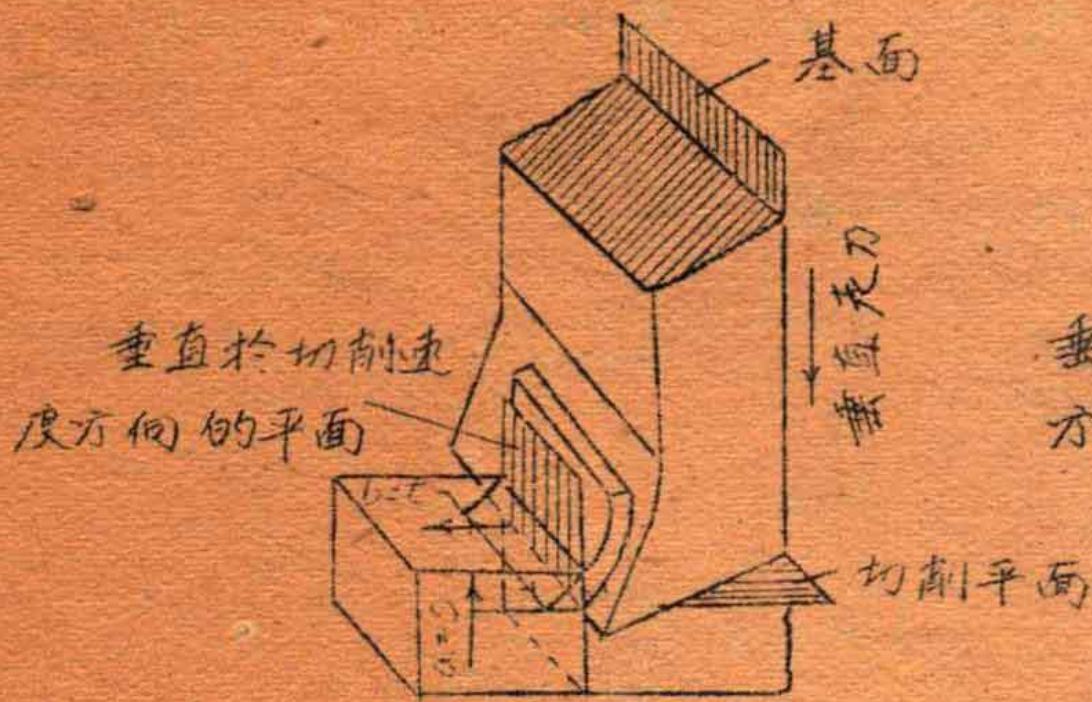


图4 决定刨刀角度的原始平面

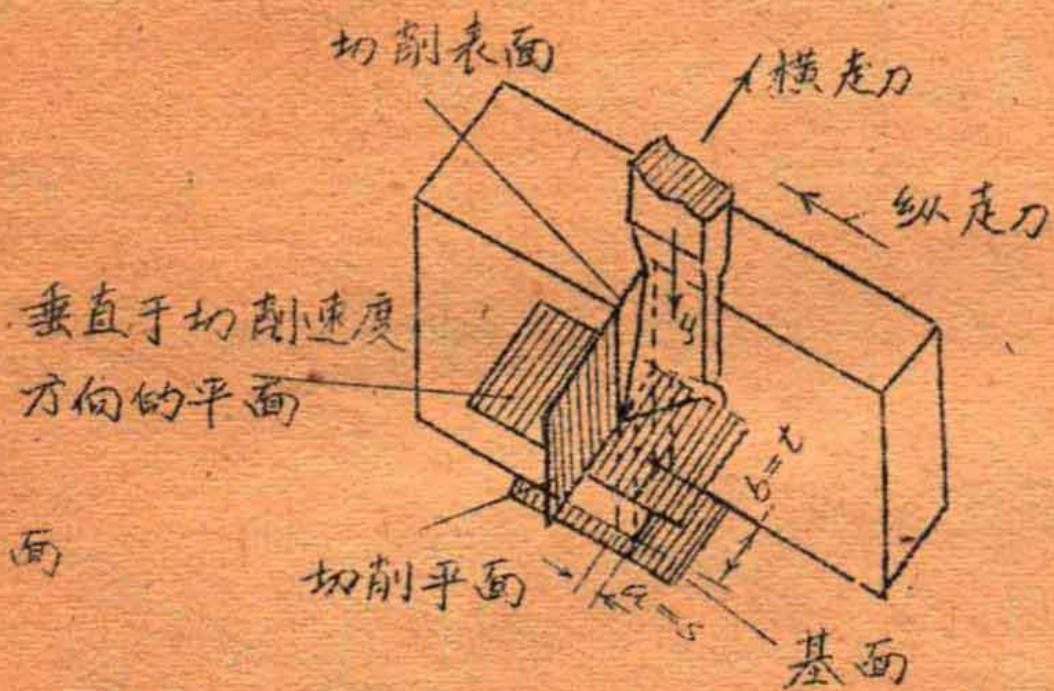


图5 决定插刀角度的原始平面

基面—是平行于进给刀和横走刀方向的平面。棱形刀身之车刀与刨刀可取切刀的下支承面作图基面(图3与4), 而插刀的基面则为垂直于支承面的平面(图5)。

*注 在OCT 6898中确定切刀角度的原始平面是根据切刀切削刃在静止状态下相对于工件的位置而定出的, 并未考虑到刀具的相对运动。因此这些定义是把刀具作为静止状态的空间几何体来确定的。在这种情况下切刀的几何角度亦即为其刃后角度。

对于支承面为平面（基面的位置与中平面有关）的切刀，上述定义是完全正确而且很清楚，但对于其它类型的较复杂刀具，由于其基面相对于刀身的位置不是固定的，所以上述定义不能适用。当研究较为复杂的各种刀具时，主要的应该确定垂直于切削速度方向的平面。

垂直于切削速度方向的平面是与切削平面垂直并通过主切削刃的平面。但主切削刃有刃倾角 λ 时，则为通过刀尖而与切削平面垂直的平面（图3与6）

考虑切削刃对于工件的位置和该切削刃的相对运动的定义是与加工方式无关的，所以应该在垂直于切削速度方向的平面中来规定它（见图3, 4, 5），切削速度向量 v 或 v_1 的方向都改虑到任何刀具的切削刃相对于工件的位置，因为它是根据切削刃的位置和切削刃在切削过程中的相对运动所决定的要素。

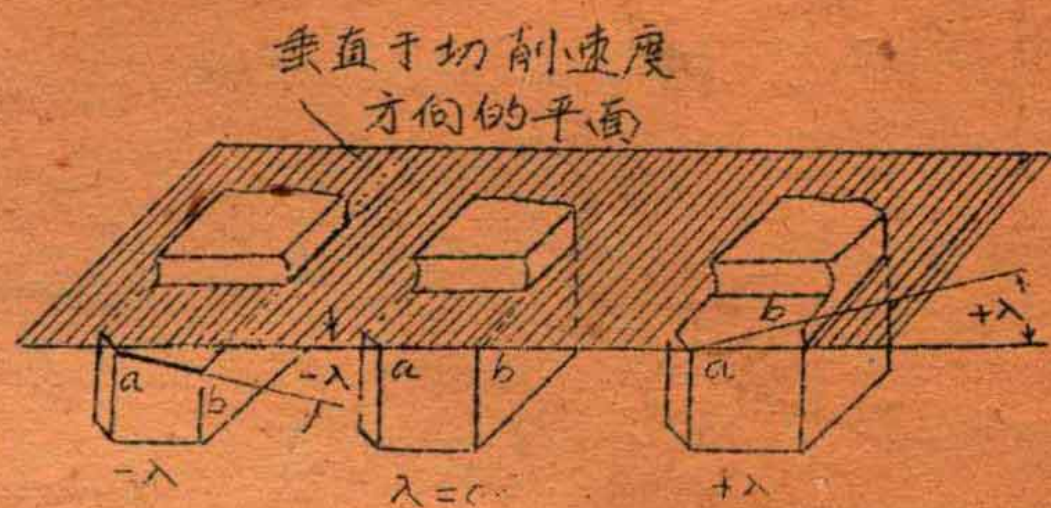


图6 垂直于切削速度方向的平面所决定的入角。

(3) 切刀在静止时的角度。

静止状态的切刀角度是把切刀作为几何体来研究时的角度。全苏标准OCT 6898是按照直头切刀来确定静止状态各角度的定义。它规定切刀的轴线要垂直于纵走刀方向（适用于外国车刀，刨刀和插刀）或平行于走刀方向（适用于切断车刀和成形切刀），且在车床上工作时刀尖应置于机床中心线上（图7）

切刀各角度应分为主要角度和辅助角度两种。

切刀的主要角度是在与主切削刃在基面上的投影相垂直的主截面内度量的（见图3与7）。

主后角 α 是切刀主后隙面与切削平面间的夹角。

楔角 β 是切刀前倾面与主后面间的夹角。

前角 γ 是切刀前倾面与垂直于切削平面且通过主切削刃的平面间的夹角。

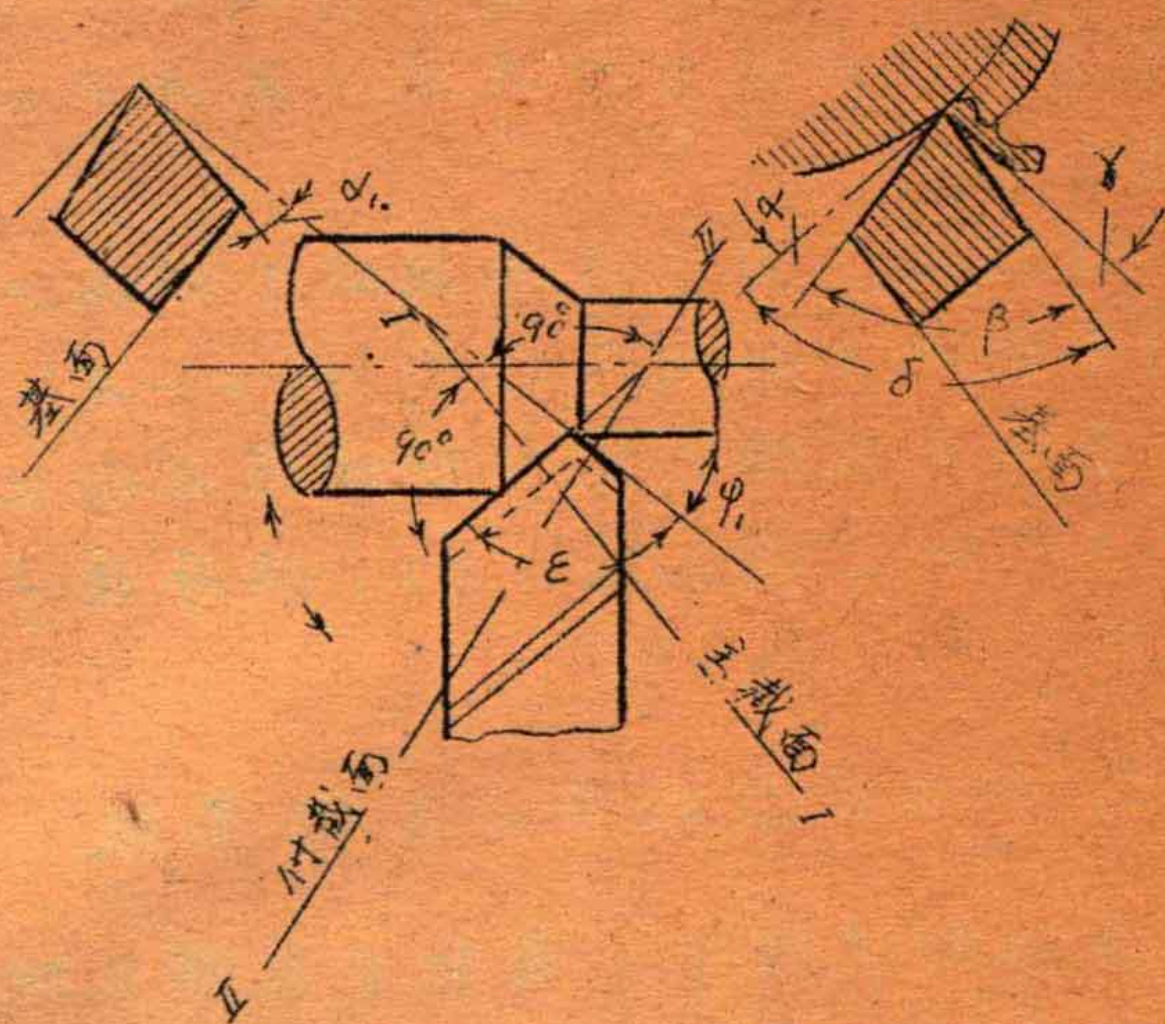


图7 在静止状态的切刀角度。

切削角 γ 是切刀前倾面与切削平面间的夹角。

导角 ϕ 是主切削刃在基面上的投影与走刀方向间的夹角。

离角 ϕ_1 是付切削刃在基面上的投影与走刀方向间的夹角。

付后角 α_1 是付后隙面与垂直于基面且通过付切削刃的平面间的夹角。

付后角是在与付切削刃在基面上的投影相垂直的付截面内度量的。

刀尖角 ε 是主切削刃和付切削刃在基面上的投影间的夹角。

显然 $\phi + \varepsilon + \phi_1 = 180^\circ$

主切削刃倾角 λ 是主切削刃与经过刀尖且平行于基面的平面间的夹角 (见图 6) 在切削平面内度量 (图 8)

当刀尖为切削刃的最低点时, 主切削刃倾角 λ 是正的, 当刀尖为切削刃的最高点时, λ 角是负的, 当主切削刃平行于基面时, λ 角等于零。

所有上述角度之定义是在切刀刀尖安装于被加工零件迴转轴线之高度上与切刀之几何轴线垂直于被加工件轴线之情况下所确定的, 如果破坏了这两个条件, 某些角度之值即将改变, 如外圆车削时切刀刀尖高于被加工零件之迴转轴线时 (图 9, a), 前角 γ 将增大而后角 α 将减小, 当切刀刀尖低于零件中心时 (图 9, b) γ 将减小而 α 将增大。

镗孔时, 当刀尖高或低于被加工零件之迴转轴线时, 效果与外圆车削时正好相反 (图 10, a-b)。

当切刀刀杆之几何轴线与被加工零件之迴转轴线所成之角度 $\tau < 90^\circ$ 时 (图 11 a-b), 使导角 ϕ 与离角 ϕ_1 之值变化 $\pm (90^\circ - \tau)^\circ$ 。

§ 5. 切刀在运动中之几何参数

在切削过程中, 当切刀刀杆之轴线相对于被加工零件轴线之位置改变时, 当切刀刀尖安装得高或低于车床之中心线时, 当切削速度与走刀量之向量方向与数值改变时以及主切削刃倾角 λ 之值改变时切刀之角度无论在数值与测量之方向上皆要有所变化。

角度之变化由切削过程中切刀与被加工零件运动之同时作用

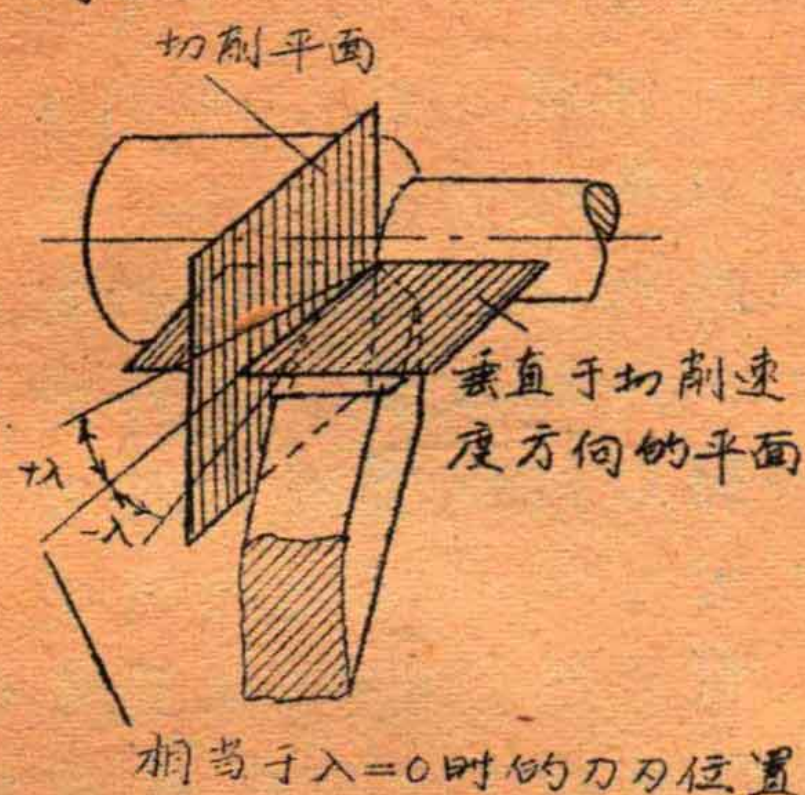


图 8. 形成入角时切削刃相对于切削平面的位置。

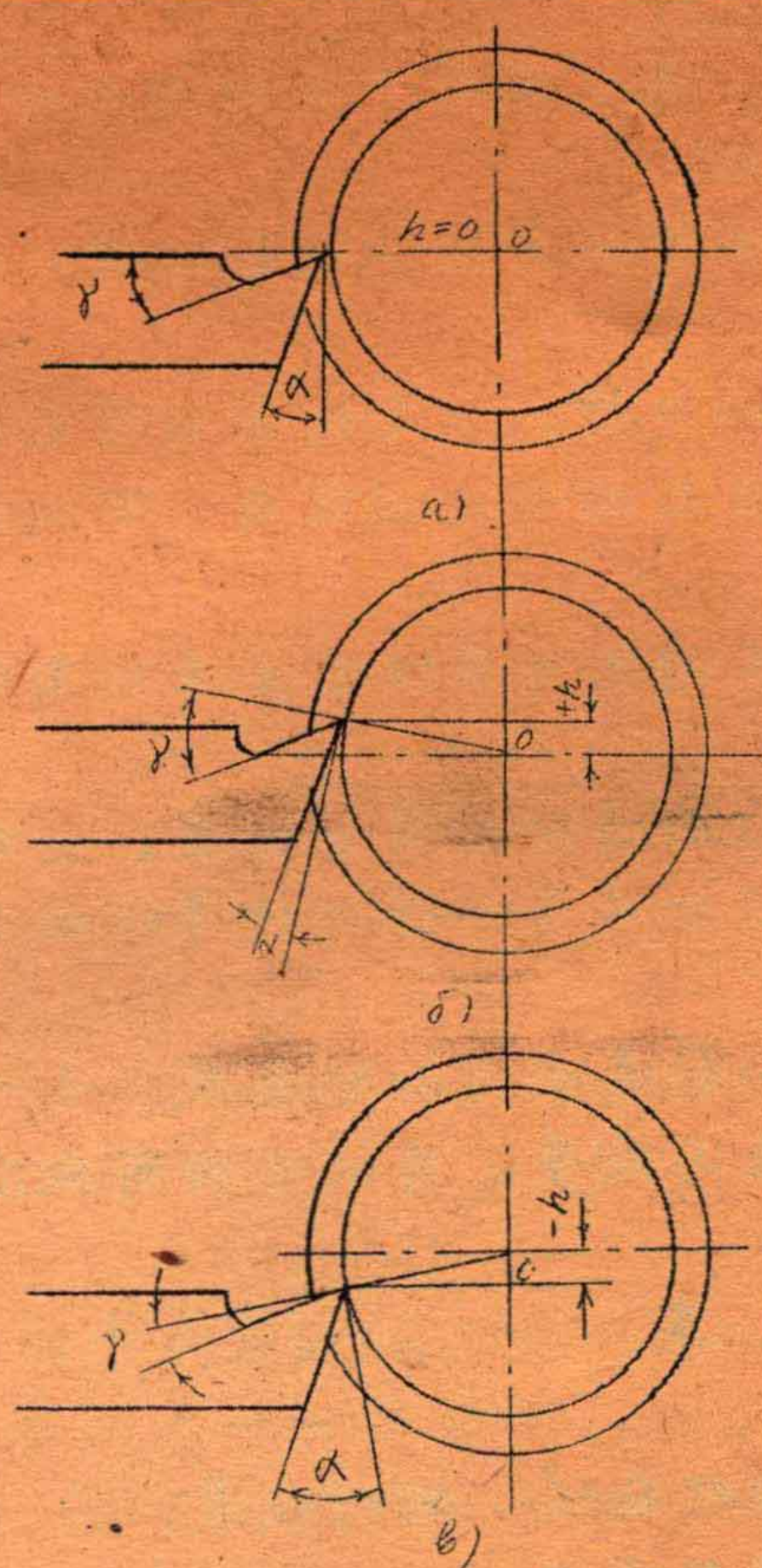


图9. 外圆车刀安装在被加工
零件回转轴线高度上与
高或低于此轴线时 α 与
 γ 之变化。

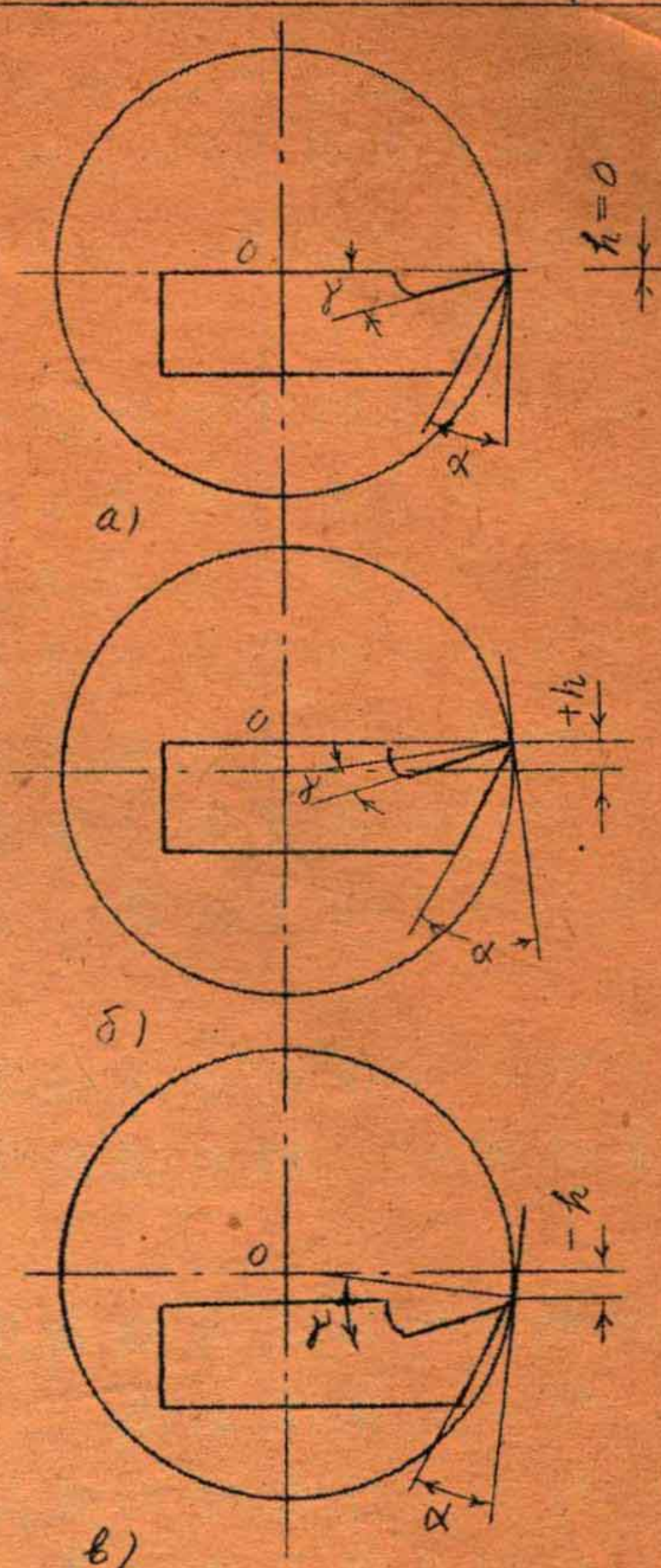


图10. 镗孔刀安装在被加工
零件回转轴线高度上与
高或低于中轴线时 α 与
 γ 角之变化。

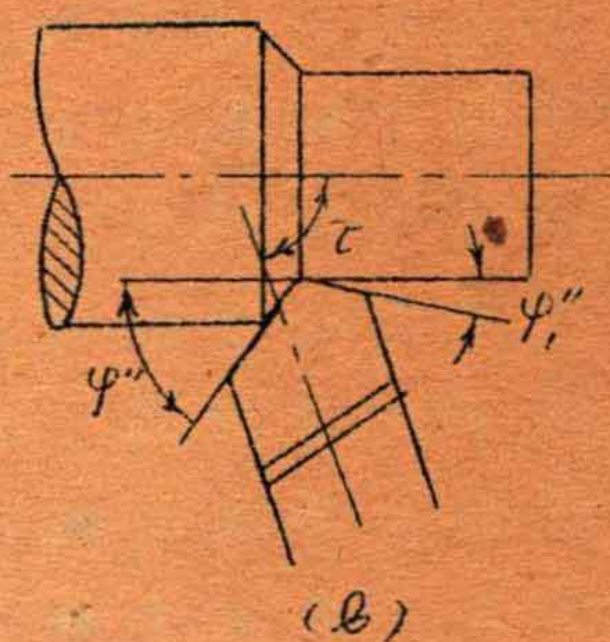
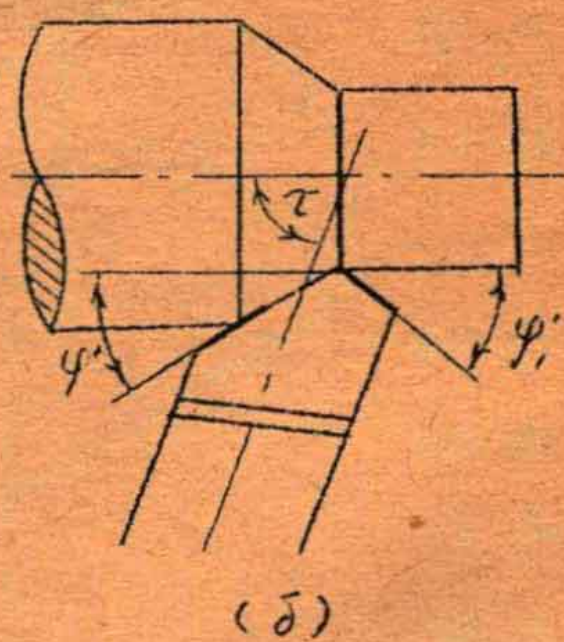
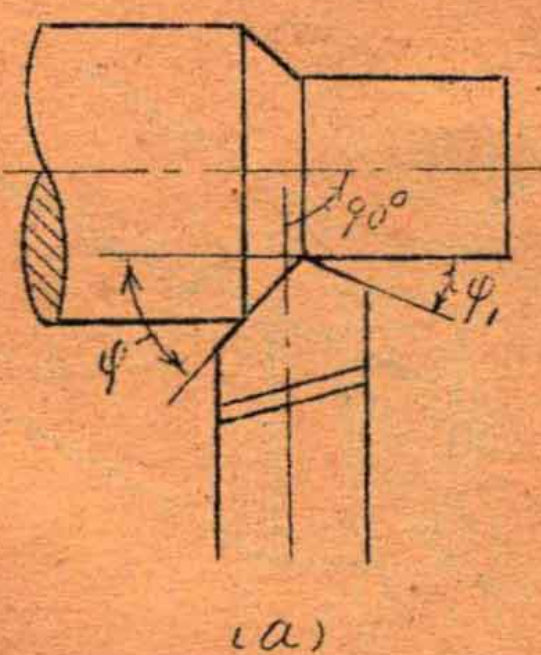


图11. 当切刀之轴线对被加工零件轴线之位置有所变化时
 φ 与 φ_1 角之变化。

以及切刀工作部份相对于切削表面所佔位置以及切削速度与走
刀量何量位置之改变所引起。

当切刀之工作部分位置一定时，两个或数个运动的同时作用确定了切刀后隙面对切削表面之位移。

这些相对位移之方向即确定了测量的方向与切削过程中切刀角度之数值。

在切削过程中所确定之角度与切刀静止状态时之角度不同，它们在测量方向与数值上与工作过程之相对运动有关，可以称为运动角度或运动中之角度。

因为切刀切削及上各点之位移不同因而在这些点运动角度之数值与测量方向也有相应之变化。

在变换机床手柄之位置时同时作用运动数量之比值（切削速度与走刀量）将要改变，因而切刀运动角度之值也将得到相应之变化。

当切刀工作部分之位置相对于切削表面与切削速度，走刀量之位置改变时，切刀运动角度之数值与测量之方向亦将有相应之变化。

在确定切刀之运动角度时必须知道：

a). 静止时角度之值

b). 切刀工作部份与被加工零件回转轴线之相对位置。

B). 切削速度与走刀量向量之数值与方向。

切削速度 V 与走刀量 S 向量之和得出了相对的（真实的）切削速度 V_0 。 V , S , V_0 三个向量皆在同一平面 A 内。

当 V 与 S 皆为均匀值时切刀切削及上每点相对位移之轨迹为螺旋线，切刀切削及上所有点螺旋轨迹之总合所形成之切削表面在车削之情况下即为螺旋表面。

因为相对速度 V_0 之向量包含于切刀切削及上 M 点相对位移轨迹之切线上（图12），故平面 A 亦切于相对位移轨迹螺旋线 MM 于 M 点，同样也切于与被加工零件同轴半径为 r 的圆柱上，在此圆柱表面上即包含有 M 点相对位移之轨迹——螺旋线。

在一般情况下，运动后角 $\alpha_{\text{运动}}$ 之值为切刀后隙面与切削表面间之夹角，在相对速度 V_0

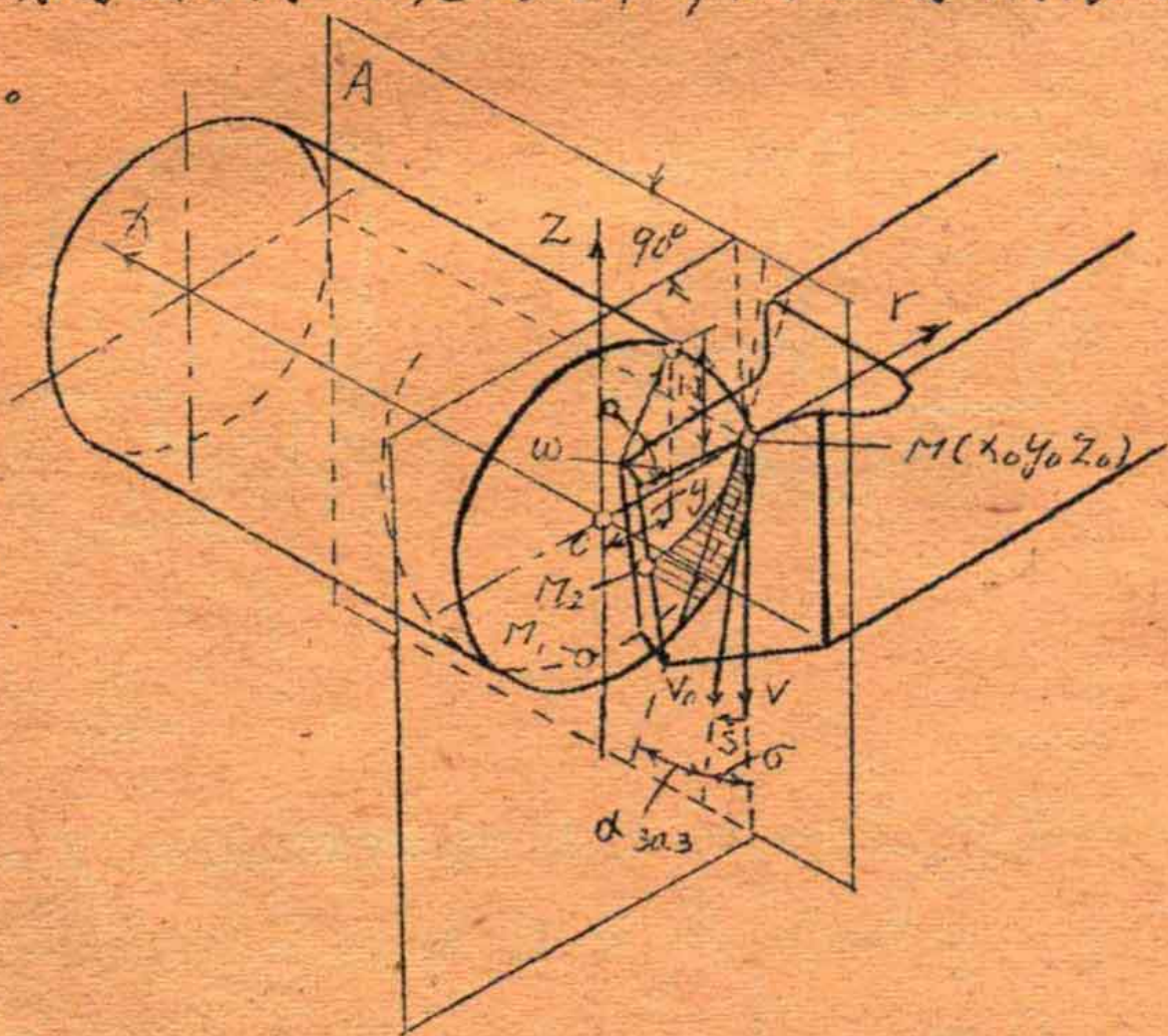


图12. 包含于切刀切削及上 M 点相对位移轨迹之切线上的相对速度 V_0 向量之确定。

与切刀后隙面上 MM_2 之切线间测量

切刀切削及上 M 点相对运动螺旋轨跡 MM_1 之参数方程式为:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{Sw}{2\pi} \\ y &= p \cos w; \\ z &= p \sin w. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

将(1)式初次微分后得:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dw} &= \frac{s}{2\pi}; \\ \frac{dy}{dw} &= -p \sin w; \\ \frac{dz}{dw} &= p \cos w. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

切螺旋轨跡 MM_1 于 M 点之切线方程式为:

$$\frac{x - x_0}{\frac{s}{2\pi}} = + \frac{y - y_0}{p \sin w} = \frac{z - z_0}{p \cos w} \quad (3)$$

对車刀来说絕大部份情况下后隙面是后为平面的, 为了以数学方程式表明主后隙面之平面使車刀处于空间座标轴 XYZ 内(图13)。从原点 O 至車刀主后隙面之平面垂线 OM 之方向余弦为:

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_1 &= \cos \alpha \cdot \sin \varphi \\ \cos \beta_1 &= \cos \alpha \cdot \cos \varphi \\ \cos \gamma_1 &= \sin \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

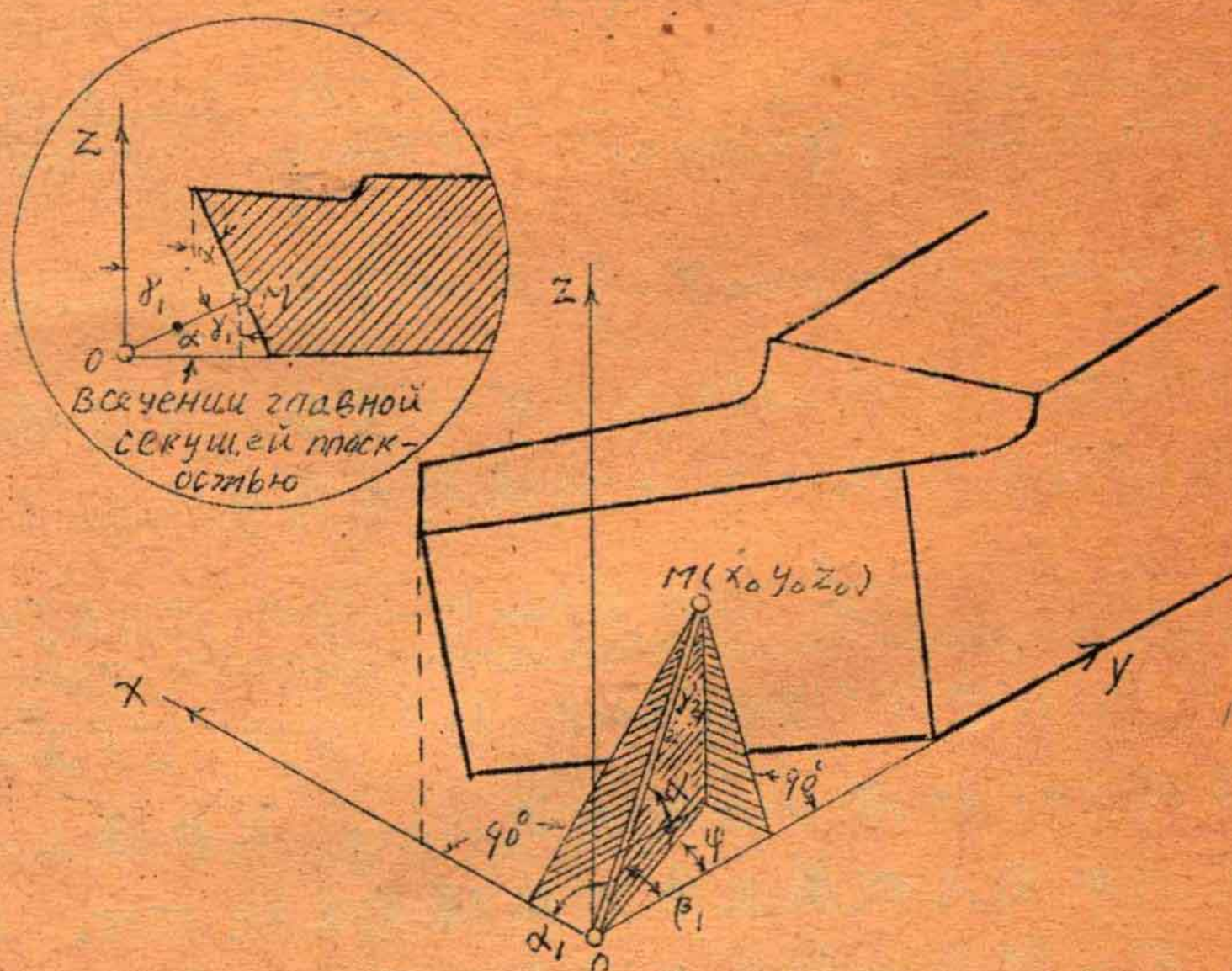


图13、确定坐标轴 XYZ 内自原点至主后隙面所作垂线 OM 之方向余弦时之計标图

該时通过 M 点之車刀后隙面之平面方程式为:

$$\cos \alpha \cdot \sin(x-x_0) + \cos \alpha \cdot \cos \varphi (y-y_0) + \sin \alpha (z-z_0) = 0 \quad (5)$$

包含切削及上 M 点相对运动螺旋轨跡之半径为 p 之圆柱表面之参数方程式为:

$$\left. \begin{aligned} x &= p \\ y &= p \cos \omega \\ z &= p \sin \omega \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

解方程式(5)与(6)找出車刀主后隙面与圆柱体之交线 MM_2 之方程式为:

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + \frac{\cos \varphi (y_0 - p \cos \omega) - \tan \alpha (p \sin \omega + z_0)}{\sin \varphi} \\ y &= p \cos \omega \\ z &= p \sin \omega \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

将方程式(7)初次微分后得:

$$\frac{dx}{d\omega} = \frac{p \cos \varphi \sin \omega - p \tan \alpha \cdot \cos \omega}{\sin \varphi};$$

$$\frac{dy}{d\omega} = -p \sin \omega;$$

$$\frac{dz}{d\omega} = p \cos \omega$$

該时切于車刀后隙面与半径为 p 之圆柱体交线 MM_2 于 M 点 (x_0, y_0, z_0) 之切线方程式为:

$$\frac{\sin \varphi (x-x_0)}{p(\cos \varphi \sin \omega - \tan \alpha \cos \omega)} = \frac{y-y_0}{p \sin \omega} = \frac{z-z_0}{p \cos \omega} \quad (8)$$

当 M 点之 $\omega = \varepsilon = \sin^{-1}(\frac{h}{p})$ 时, (其中 h — 車刀切削及上 M 点高或低于被加工零件迴转中心之公厘数) 介于螺旋轨跡 MM_1 切线与車刀后隙面交线 MM_2 之切线间之角度为:

$$\cos \alpha_{\text{газ}} = \frac{\frac{s}{2\pi} (\cos \varphi \sin \varepsilon - \tan \alpha \cdot \cos \varepsilon) + p \sin \varphi}{\sqrt{\sin^2 \varphi + (\cos \varphi \sin \varepsilon - \tan \alpha \cdot \cos \varepsilon)^2} \sqrt{(\frac{s}{2\pi})^2 + p^2}} \quad (9)$$

按方程式(9)所得之运动后角 $\alpha_{\text{газ}}$ 在数值上等于相对速度向量 v_0 与以平面 A 相截之車刀后隙面交线 MM_2 之切线间之夹角。因此又可以說在切削及上 M 点之运动后角 $\alpha_{\text{газ}}$ 在平面 A 内介于相对速度 v_0 与以平面 A 截后隙面所得交线 MM_2 之切线间度量。

排屑角 λ_0 。运动角度 λ_0 取决于切削过程中主切削刃对相对（真实的）速度 V_0 所占据之位置。

在车刀之一般工作情况下，主切削刃上每点之相对切削速度向量之数值与方向区别与其它相隣点 V_0 向量之数值与方向，因此主切削刃上具有与其它点有所区别的运动角度 λ_0 。但当主切削刃上所有点皆包含在通过被加工件轴线之平面内时为例外情况，该时切削刃上所有点之向量彼此平行，因此所有点之 λ_0 角皆相等，刨削与插削时亦同样是此情况，因该时切刀之工作运动为直线性质，主切削刃上所有点之相对（工作）速度 V_0 彼此平行因而决定了切刀工作时主切削刃上所有点之 λ_0 为一常数。

由金属切削刀具之工作证实，主切削刃之运动倾角 λ_0 确定了被切下切屑沿刀具前倾面（经常为平面）滑动之方向以及排出之切屑捲曲与倾斜之性质。

在一般情况下，沿刀具前倾面（其中包括切刀）排屑之方向并不与垂直于主切削刃之平面一致，而是与此平面形成一个角度，实际上即等于运动角度 λ_0 ，仅在个别情况下切屑垂直于主切削刃排出该时切屑捲成了平螺捲状，如以切断车刀切削时即如此，因而主切削刃倾角可称为排屑角，其定义如下：

排屑角 λ_0 在主切削刃或其在 M 点之切线与在 M 点垂直于相对速度 V_0 向量之平面间度量。

由此定义可以找出直线主切削刃或曲线主切削刃于 M 点的切线角度的方向余弦（Направляющие косинусы углов） $\cos \alpha_1$ ， $\cos \beta_1$ ， $\cos \gamma_1$ 与在同一点 M 包含相对速度向量之直线之方向余弦 $\cos \alpha_2$ ， $\cos \beta_2$ ， $\cos \gamma_2$ ，此二直线间之角度可以下式表示：

$$\begin{aligned} \cos \psi = & \cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2 \\ & + \cos \beta_1 \cdot \cos \beta_2 \\ & + \cos \gamma_1 \cdot \cos \gamma_2 \end{aligned}$$

----- (10)

排屑角 λ_0 可以下式表示：

$$\sin \lambda_0 = \cos \alpha_1 \cdot \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cdot \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cdot \cos \gamma_2 \dots (11)$$

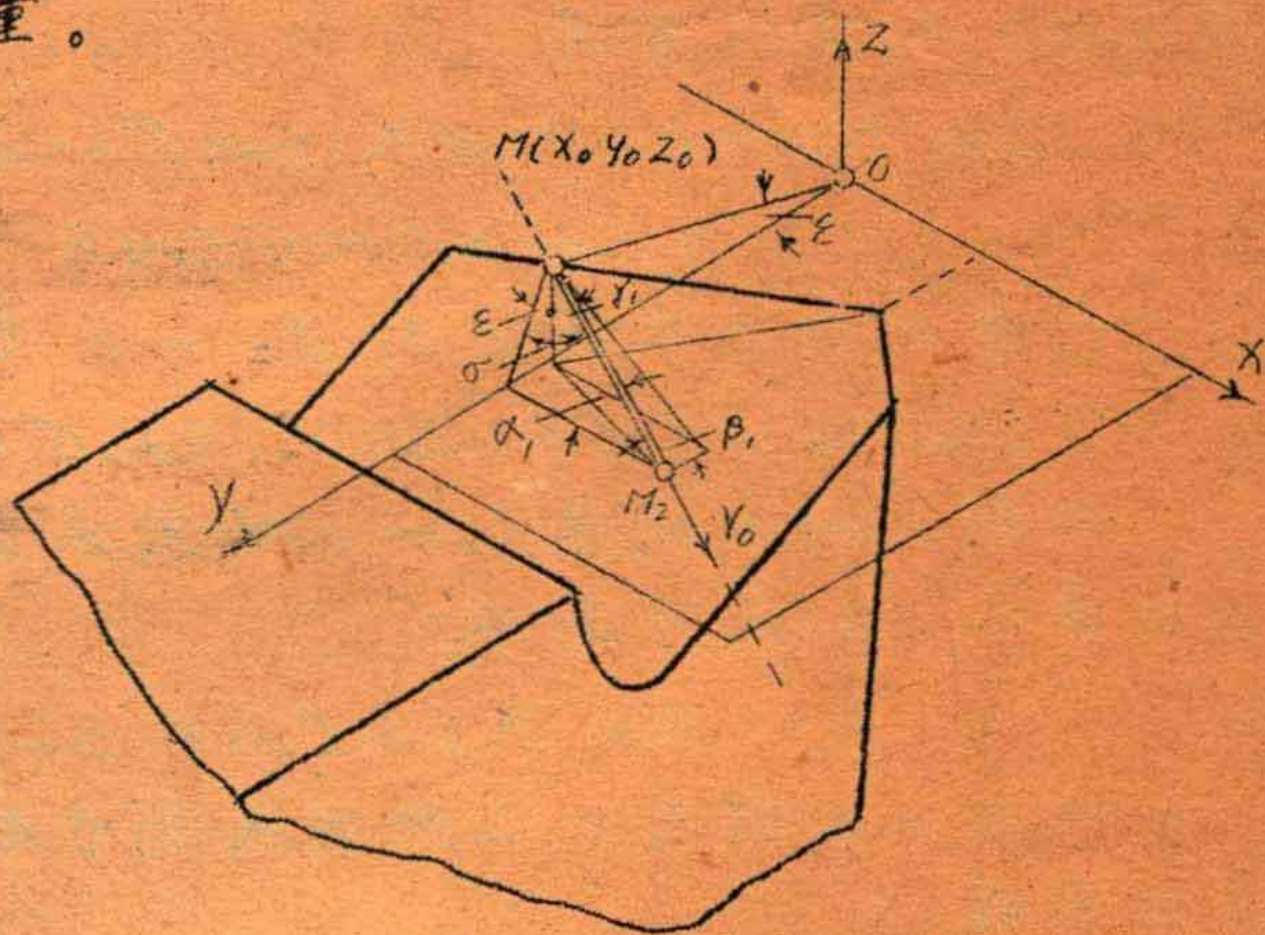


图14. 在坐标轴 XYZ 内确定相对切削速度 V_0 向量之方向余弦时之剖视图

对方何余弦数学式之确定可依带 $\lambda > 20^\circ$ 之车刀处于空间坐标轴 X, Y, Z 内 (图 15), 且使 X 轴与被加工零件之迴转轴线一致, 在主切削及上任点 $M(x_0, y_0, z_0)$ 相对速度 V_0 之向量交平面 XY 于 M_2 点与 X 轴形成 α_1 , 与 Y 轴形成 β_1 , 与 Z 轴形成 γ_1 角, 这些角度之值由计算可知可以以下等式表示:

$$\cos \alpha_1 = \sin \delta;$$

$$\cos \beta_1 = \cos \delta \cdot \sin \varepsilon;$$

$$\cos \gamma_1 = \cos \delta \cdot \cos \varepsilon.$$

图 15 为同样之切刀置于同样之空间坐标轴内, 主切削及 1-2 与 X 轴形成 α_2 , 与 Y 轴形成 β_2 , 与 Z 轴形成 γ_2 角。

根据计算图 15 这些角度可以下列等式表示:

$$\cos \alpha_2 = \cos \varphi \cdot \cos \lambda;$$

$$\cos \beta_2 = \sin \varphi \cdot \cos \lambda;$$

$$\cos \gamma_2 = \cos (90 - \lambda) \sin \lambda.$$

将相对切削速度 V_0 向量与主切削及之方向余弦代入方程式 (11) 对车刀可得:

$$\sin \lambda_2 = \cos \varphi \cos \lambda \cdot \sin \delta + \sin \varphi \cos \lambda \sin \varepsilon \cos \alpha_1 + \sin \lambda \cos \delta \cos \varepsilon \quad (12)$$

对车刀之刀尖点, 因 $Z_0 = 0$ 因而 $\varepsilon = 0$ (12) 式即可写成:

$$\sin \lambda_2 = \cos \varphi \cdot \cos \lambda \cdot \sin \delta + \sin \lambda \cdot \cos \delta \quad (13)$$

对静止时及倾角 $\lambda = 0$ 所有点安装于被加工零件之迴转中心上之车刀 (12) 式可写成:

$$\sin \lambda_2 = \cos \varphi \cdot \sin \delta \quad (14)$$

对 $\lambda = 0$ 但及口上所有点高于被加工零件之迴转中心时 (12) 式可写成:

$$\sin \lambda_2 = \cos \varphi \cdot \sin \delta + \sin \varphi \cos \alpha_1 \cdot \sin \varepsilon \quad (15)$$

运动前角 γ_2 . λ_2 角确定了切屑沿前倾面之滑动与排出方向, 很明显的, 被切下切屑之变形值与变形过程, 切削力与摩擦, 以及切削热等; 都与在排屑方向内即与垂直于切削及之平面形成 λ_2 角平面内所度量之前角 γ_2 之数值直接有关。

因而切削过程之前角 γ_2 可以下确定:

刀具在工作状态之前角 γ_2 在垂直于相对速度 V_0 之平面

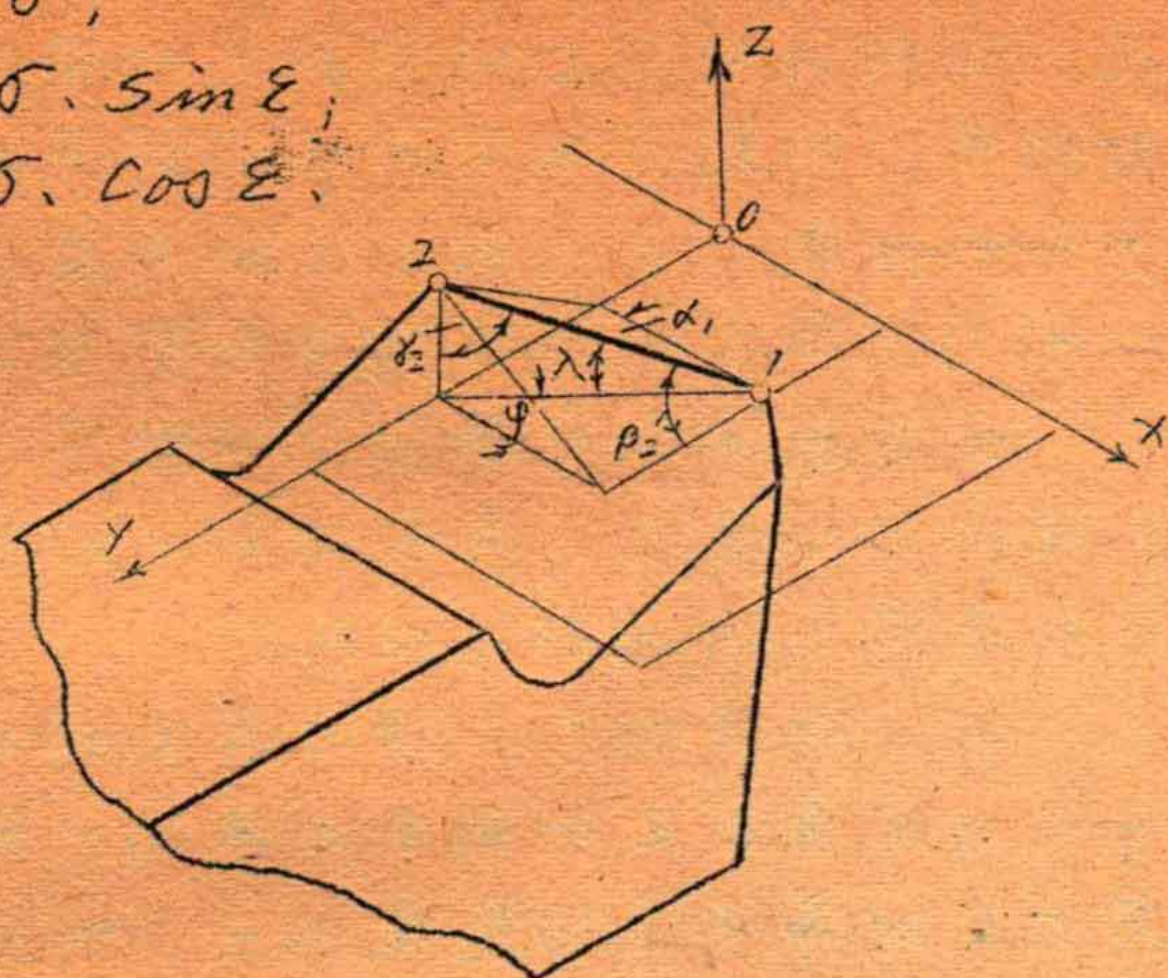


图 15, 在坐标轴 XYZ 内确定主切削及方向余弦之计算图

与通过排屑方向与切削及 M 点之垂直成 λ_2 切于前倾面之切线间度量。

包含相对速度 V_0 之向量在 M 点 (x_0, y_0, z_0) 之直线方程式为：

$$\frac{x-x_0}{\cos \alpha_1} = \frac{y-y_0}{\cos \beta_1} = \frac{z-z_0}{\cos \gamma_1}$$

在同一类 M 垂直于向量 V_0 之平面方程式为：

$$(x-x_0)\cos \alpha_1 + (y-y_0)\cos \beta_1 + (z-z_0)\cos \gamma_1 = 0$$

在前倾面上切于接触表面与法线成 λ_2 之切线方程式为：

$$\frac{x-x_0}{\cos \alpha_3} = \frac{y-y_0}{\cos \beta_3} = \frac{z-z_0}{\cos \gamma_3}$$

因而，在运动中之前角 γ_2 —— 垂直于向量 V_0 之平面与切于前倾面上接触面与法线成 λ_2 角之切线间之夹角 —— 之方程式为：

$$\sin \gamma_2 = \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_3 + \cos \beta_1 \cos \beta_3 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_3}{\sqrt{\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \beta_1 + \cos^2 \gamma_1} \cdot \sqrt{\cos^2 \alpha_3 + \cos^2 \beta_3 + \cos^2 \gamma_3}} \quad (16)$$

由剖视图 (图14) 可知， M 点 (x_0, y_0, z_0) 相对速度向量之方向余弦为：

$$\cos \alpha_1 = \sin \sigma;$$

$$\cos \beta_1 = \cos \sigma \cdot \sin \varepsilon;$$

$$\cos \gamma_1 = \cos \sigma \cdot \cos \varepsilon.$$

由剖视图 (图16) 可见，排屑角 λ_2 在平面 XY 上之投影可以以下之方程式表示：

$$\tan \lambda'_2 = \frac{\tan \lambda_2}{\cos \gamma}$$

在车刀上排屑方向所后出之前角 γ' 在与主截面形成 λ'_2 之平面内度量，按以下之方程式在此平面内度量。

$$\sin \gamma' = \sin \gamma \cdot \cos \lambda_2.$$

$$\text{或者 } \cos \gamma' = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma \cos^2 \lambda_2}$$

MM_1 直线在 XY 平面上之投影线与走刀量 S 向量之垂线形成了 $\varphi + \lambda'_2$ 角，切于车刀前倾面而包含于切屑滑动与排出方向之切线之方向余弦，根据图16, 17可写为：

$$\cos \alpha_3 = \sin (\varphi + \lambda'_2) \sqrt{1 - \sin^2 \gamma \cos^2 \lambda_2};$$

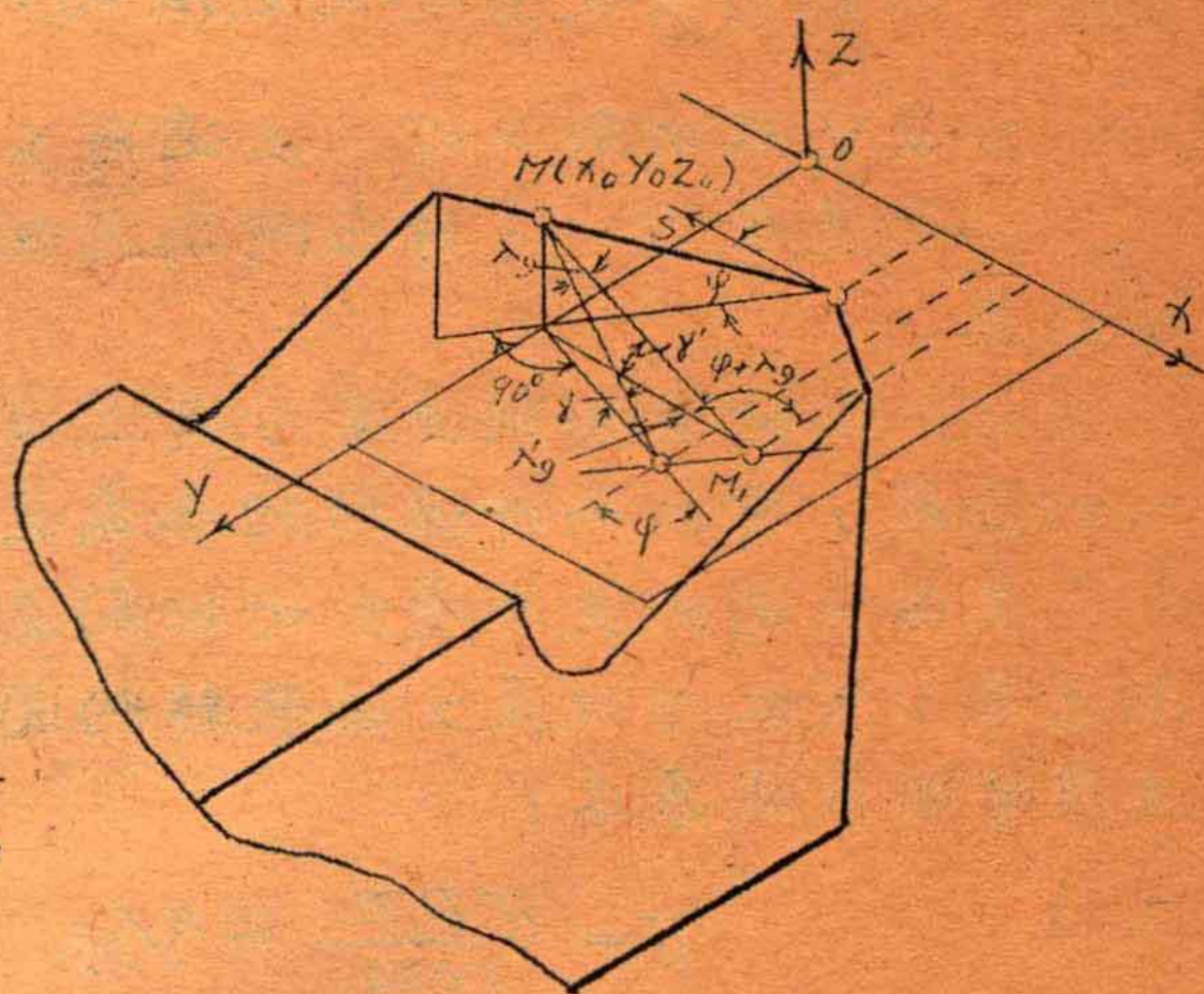


图16. 确定车刀排屑角 λ_2 时之剖视图