

2005
试题与研究
“金六月”丛书

2005 年
高考冲刺压轴金卷

高考数学 (理)

 大象出版社

SHITI YU YANJIU SHITI YU YANJIU

2005 年高考冲刺压轴金卷

数学试题(理一)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.

参考公式:

如果事件 A, B 互斥,那么

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

如果事件 A, B 相互独立,那么

$$P(A \cdot B)=P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S=4 \pi R^2$$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$$V=\frac{4}{3} \pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

(1) 若非空数集 $A = \{x|2a + 1 \leq x \leq 3a-5\}$, $B = \{x|3 \leq x \leq 22\}$,则能使 $A \subseteq B$ 成立的所有 a 的集合是()

- (A) $\{a|1 \leq a \leq 9\}$ (B) $\{a|6 \leq a \leq 9\}$ (C) $\{a|a \leq 9\}$ (D) \emptyset

(2) 不等式 $\frac{|x-1|}{x+2} > 0$ 的解集是

- (A) $\{x|x > -2\}$ (B) $\{x|x < -2\}$
 (C) $\{x|-2 < x < 1 \text{ 或 } x > 1\}$ (D) $\{x|x < -2 \text{ 或 } x > 1\}$

(3) 若点 $P(3, 4), Q(a, b)$ 关于直线 $x-y-1=0$ 对称,则()

- (A) $a=1, b=-2$ (B) $a=2, b=-1$ (C) $a=4, b=3$ (D) $a=5, b=2$

(4) 若复数 z 满足 $z+\bar{z}=2$ 和 $z^2+\bar{z}^2=-6$,则 z 的值为()

- (A) $1+i$ (B) $2+i$ (C) $1+2i$ (D) $2+2i$

(5) 已知直线 m, n , 平面 α, β, γ , 则 $\alpha \perp \beta$ 的一个充分不必要条件为()

- (A) $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ (B) $\alpha \cap \beta = m, n \perp m, n \subset \beta$
 (C) $m // \alpha, m \perp \beta$ (D) $m // \alpha, m // \beta$

(6) 抛物线 $y^2=4x$ 按向量 e 平移后的焦点坐标为 $(3, 2)$, 则平移后的抛物线顶点坐标为()

- (A) $(4, 2)$ (B) $(2, 2)$ (C) $(-2, -2)$ (D) $(2, 3)$

(7) 设 $a, b, c \in \mathbf{R}^*$, 那么三个数 $a+\frac{1}{b}, b+\frac{1}{c}, c+\frac{1}{a}$ ()

- (A) 都不大于 2 (B) 都不小于 2
 (C) 至少有一个不大于 2 (D) 至少有一个不小于 2

(8) 某电视台在因特网上就观众对其某一节目的喜爱程度进行调查, 参加调查的人数为

20000人,其中持各种态度的人数如右表所示.电视台为了了解观众的具体想法和意见,打算从中抽选出100人进行更为详细的调查,为此要进行分层抽样,那么在分层抽样时,每类人中各应抽选出的人数近似为()

最喜爱	喜爱	一般	不喜欢
4817	7188	6392	1603

- (A) 25, 25, 25, 25 (B) 24, 36, 32, 8 (C) 20, 40, 30, 10 (D) 48, 72, 64, 16.

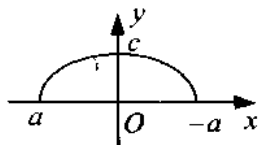
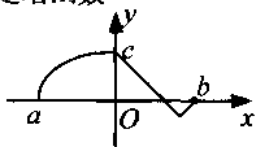
(9) 点P在直径为 $\sqrt{6}$ 的球面上,过P作两两垂直的三条弦,若其中一条弦长是另一条弦长的2倍,则这三条弦长之和的最大值是()

- (A) $\sqrt{6}$ (B) 6 (C) $\frac{4\sqrt{15}}{5}$ (D) $\frac{2\sqrt{105}}{5}$

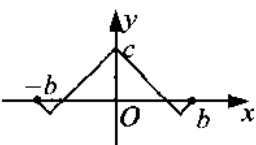
(10) 已知函数 $f(x)=x^2-2ax+a$ 在区间 $(-\infty, 1)$ 上有最小值,则函数 $g(x)=\frac{f(x)}{x}$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上一定()

- (A) 有最小值 (B) 有最大值 (C) 是减函数 (D) 是增函数

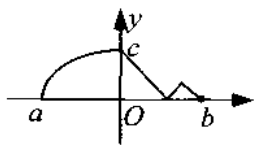
(11) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[a, b]$,函数 $f(x)$ 的图象如右图所示,则函数 $f(|x|)$ 的图象是()



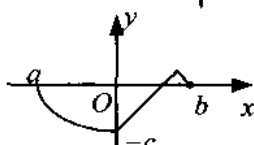
(A)



(B)



(C)



(D)

(12) 在如图的表格中,每格填上一个数字后,使每一横行成等差数列,每一纵列成等比数列,则 $a+b+c$ 的值为()

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

1		2		
0.5		1		
		a		
			b	
				c

第II卷 (非选择题 共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分.将正确答案填在答题卷上对应题号的横线上)

(13) 已知 e_1, e_2 是两个不共线的向量, $a = k^2e_1 + (1 - \frac{5}{2}k)e_2$ 和 $b = 2e_1 + 3e_2$ 是两个共线向量,则实数 $k =$ _____.

(14) 若 $(1+2x)^{100} = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \dots + a_{100}(x-1)^{100}$,则 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{99} =$ _____.

(15) 将大小不同的两种钢板截成A、B两种规格的成品,每张钢板可同时截得这两种规格的成品的块数如右表所示.现在需要A、B两种规格的成品分别为12块和10块,则至少需要这两种钢板共_____张.

	规格类型	A 规格	B 规格
钢板类型			
第一种钢板		2	1
第二种钢板		1	3

(16) 霓虹灯的一个部位由七个小灯泡组成(如右图),每个灯泡均可亮出红色或黄色.现设计每次变换只闪亮其中三个灯泡,且相邻两个不同时亮,则一共可呈现_____种不同的变换形式(用数字作答).



三、解答题(本大题共6小题,满分74分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

(17) (本小题满分12分)

已知向量 $\mathbf{a}=(1+\cos \alpha, \sin \alpha)$, $\mathbf{b}=(1-\cos \beta, \sin \beta)$, $\mathbf{c}=(1, 0)$, 其中 $\alpha \in(0, \pi)$, $\beta \in(\pi, 2 \pi)$.

若 \mathbf{a} 与 \mathbf{c} 的夹角为 θ_1 , \mathbf{b} 与 \mathbf{c} 的夹角为 θ_2 , 且 $\theta_1-\theta_2=\frac{\pi}{6}$, 求 $\sin \frac{\alpha-\beta}{4}$ 的值.

(18) (本小题满分 12 分)

设一汽车在行进途中要经过 4 个路口,汽车在每个路口遇到绿灯的概率为 $\frac{3}{4}$,遇到红灯(禁止通行)的概率为 $\frac{1}{4}$.假定汽车只在遇到红灯或到达目的地才停止前进, ξ 表示停车时已经通过的路口数,求:

(I) ξ 的概率的分布列及期望 $E\xi$;

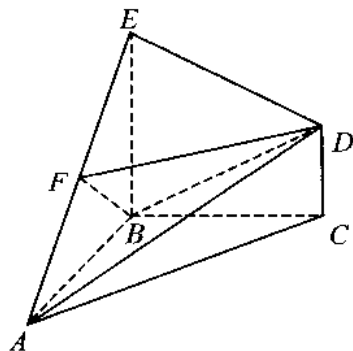
(II) 停车时最多已通过 3 个路口的概率.

(19) (本小题满分12分)

如图, 在几何体 $A-BCDE$ 中, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ABC = 90^\circ$, BE 和 CD 都垂直于平面 ABC , 且 $BE = AB = 2$, $CD = 1$, 点 F 是 AE 的中点.

(I) 求证: $DF \parallel$ 平面 ABC ;

(II) 求 AB 与平面 BDF 所成角的大小.



(20) (本小题满分12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数且 $a_1 = 6$, 点 $A_n(a_n, \sqrt{a_{n+1}})$ 在抛物线 $y^2 = x + 1$ 上; 数列 $\{b_n\}$ 中, 点 $B_n(n, b_n)$ 在过点 $(0, 1)$ 且方向向量为 $(1, 2)$ 的直线上.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 对任意正整数 n , 不等式 $a\sqrt{n-2+a_n} \leq (1 + \frac{1}{b_1})(1 + \frac{1}{b_2}) \cdots (1 + \frac{1}{b_n})$ 成立, 求正数 a 的取值范围.

(21)(本小题满分 12 分)

已知 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a \neq 0)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, 其图象交 x 轴于 A, B, C 三点. 若点 B 的坐标为 $(2, 0)$, 且 $f(x)$ 在 $[-1, 0]$ 和 $[4, 5]$ 上有相同的单调性, 在 $[0, 2]$ 和 $[4, 5]$ 上有相反的单调性.

(I) 求 c 的值;

(II) 在函数 $f(x)$ 的图象上是否存在一点 $M(x_0, y_0)$, 使得 $f(x)$ 在点 M 的切线斜率为 $3b$? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

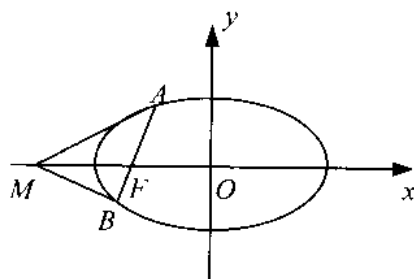
(III) 求 $|AC|$ 的取值范围.

(22)(本小题满分14分)

如图,过椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点 F 任作一条与两坐标轴都不垂直的弦 AB ,若点 M 在 x 轴上,且使得 MF 为 $\triangle AMB$ 的一条内角平分线,则称点 M 为该椭圆的“左特征点”.

(I)求椭圆 $\frac{x^2}{5}+y^2=1$ 的“左特征点” M 的坐标;

(II)试根据(I)中的结论猜测:椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的“左特征点” M 是一个怎样的点?并证明你的结论.



(拟题人 湖北 高慧明 郭仁俊)

2005 年高考冲刺压轴金卷

数学试题 (理二)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分,考试时间 120 分钟.

参考公式:

如果事件 A, B 互斥,那么

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

如果事件 A, B 相互独立,那么

$$P(A \cdot B)=P(A) \cdot P(B)$$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ,那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

球的表面积公式

$$S=4\pi R^2$$

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

(1) 已知全集 $U = \mathbf{R}, A = \{x \mid \frac{x+1}{x+2} \geq 0\}, B = \{y \mid y = 2 \arcsin x\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$ ()

(A) $\{x \mid -1 < x \leq 1\}$ (B) $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$ (C) $\{x \mid -1 < x \leq 2\}$ (D) \emptyset

(2) 已知 $f(x) = -\sqrt{4-x^2}$ 在区间 M 上的反函数是其自身,则 M 可以是()

(A) $[-2, 2]$ (B) $[-\sqrt{3}, -1]$ (C) $[0, 2]$ (D) $(-2, 2)$

(3) 已知复数 $z_1 = a - bi, z_2 = b - ai, (a, b \in \mathbf{R} \text{ 且 } a > 0)$, 若 $z_1^2 = z_2$, 则 $z_1 =$ ()

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

(C) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ (D) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

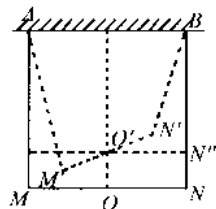
(4) 与函数 $y = \sin(3x + \frac{\pi}{4})$ 的图象重合的一个函数是()

(A) $y = \sin(3x + \frac{3\pi}{4})$ (B) $y = \sin(3x - \frac{\pi}{4})$

(C) $y = \cos(3x - \frac{3\pi}{4})$ (D) $y = \cos(\frac{\pi}{4} - 3x)$

(5) 如图,在水平横梁上 A, B 两点处各挂长为 50 cm 的细线 AM, BN , 在 MN 处拴有平行于横梁且长为 60 cm 的日光灯 MN , 若日光灯绕 MN 中点 O 的铅垂线旋转 60° , 则日光灯比原来升高了()

(A) 10 cm (B) 5 cm
(C) $10\sqrt{3}$ cm (D) $5\sqrt{3}$ cm



(6) 在以下四个式子中:

① $|a| - |b| \leq |a - b| \leq |a| + |b|;$

② $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|;$

③ $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ 或 $b = 0$;

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ 且 $b = 0$.

其中不论 a, b 为实数, 或是 a, b 为向量都成立的是()

(A) ①②

(B) ②③

(C) ①④

(D) ②④

(7) 将 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 七个数排成一个七位数, 其中出现两个偶数夹在两个奇数之间情况的概率是()

(A) $\frac{2}{35}$

(B) $\frac{4}{35}$

(C) $\frac{6}{35}$

(D) $\frac{12}{35}$

(8) 若 $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$, 则 $\cos^2 x + \sin x \cos x$ 的取值范围是()

(A) $[0, 1]$

(B) $[0, \frac{1+\sqrt{2}}{2}]$

(C) $[\frac{1-\sqrt{2}}{2}, \frac{1+\sqrt{2}}{2}]$

(D) $[-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$

(9) $(1-x-\frac{1}{x})^6$ 的展开式中的常数项为()

(A) 1

(B) 140

(C) -141

(D) 141

(10) 设函数 $f(x)$ 在点 $x=a$ 处可导, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(a+x) - f(a-x)}{x}$ ()

(A) $2f'(a)$

(B) $f'(a)$

(C) $f'(2a)$

(D) 0

(11) 已知抛物线 $y^2 = 4x$, 过焦点的直线交抛物线于 A, B 两点, 若 $y_A > 0$, 且 $\overrightarrow{AF} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$, 则直线 AB 的斜率为()

(A) $\frac{4}{5}$

(B) $\frac{5}{4}$

(C) $\frac{4}{3}$

(D) $\frac{3}{2}$

(12) 已知直线 $x + 2y - 2 = 0$ 与椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 相交于 A, B 两点, P 为椭圆上的一点, 若 $\triangle PAB$ 的面积为 $\frac{3}{2}$, 则这样的 P 点有()

(A) 1 个

(B) 2 个

(C) 3 个

(D) 4 个

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

(13) 不等式组 $\begin{cases} (x-2y+2)(x+y-1) \geq 0, \\ -1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ 所表示的平面区域的面积是_____. (平方单位)

(14) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 , 公比为 $q (q \neq 1)$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{a_n}{1+q} - q^n) = \frac{1}{2}$. 则 a_1 的取值范围是_____.

(15) 已知 $f(x)$ 为定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且 $f(x) + f(x+2) = 1$, 若当 $x \in [0, 2)$ 时, $f(x) = 2 - x$. 则 $f(7.5) =$ _____.

(16) 已知直线 m, n , 平面 α, β , 且 $m \subset \alpha, n \subset \beta$, 又 $\alpha \cap \beta = l$, 试用这几个元素写出一个使 $m \perp n$ 成立的条件:_____.

三、解答题(本大题共6小题,共74分)

(17)(本小题满分12分)

已知向量 $\mathbf{a} = (\sin \alpha, 1 - \cos \alpha)$, $\mathbf{b} = (\sin \beta, 1 + \cos \beta)$, $\mathbf{c} = (0, 1)$, 其中 $\alpha \in (0, \pi)$, $\beta \in (\pi, 2\pi)$, 若 \mathbf{a} 与 \mathbf{c} 的夹角为 θ_1 , \mathbf{b} 与 \mathbf{c} 的夹角为 θ_2 , 且 $\theta_1 - \theta_2 = \frac{\pi}{3}$, 求 $\alpha - \beta$ 的值.

(18)(本小题满分 12 分)

人寿保险的某一年龄段,在一年的保险期内,每个被保险人需交纳保险费 a 元,若被保险人意外死亡则保险公司赔付 3 万元,若出现非意外死亡则赔付 1 万元. 经统计该年龄段一年内意外死亡的概率为 0.005,非意外死亡的概率为 0.15,则保险费 a 需满足什么条件,保险公司才可能赢利?

(19) (本小题满分 12 分)

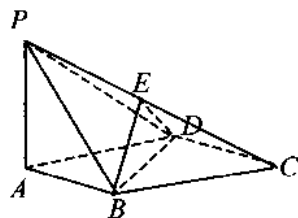
已知 a 为实常数, 求函数 $f(x) = \ln(\sqrt{1+x^2} + x) + ax$ 的单调区间.

(20)(本小题满分12分)

如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为1的菱形,且 $\angle DAB=60^\circ$, 又 $PA \perp$ 平面 $ABCD$, PC 与底面 $ABCD$ 所成的角为 30° , E 是 PC 的中点.

(I) 求异面直线 DE 与 PB 所成的角;

(II) 求二面角 $C-BE-D$ 的大小.



(21) (本小题满分 12 分)

椭圆 E 的中心在坐标原点, F_1, F_2 分别为 x 轴上的左、右焦点, P 为椭圆 E 上的点, 已知 $\cos \angle F_1PF_2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$, 过 F_1 且垂直于 x 轴的直线被椭圆 E 截得的线段长等于 3.

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) 若过 F_1 的直线交椭圆 E 于 A, B 两点, 在 ΔF_2AB 中, 求 $\overrightarrow{F_2A} \cdot \overrightarrow{F_2B}$ 的取值范围.

金六月公司精心策划
试题与研究编辑出版

高考数学 (理)

紧贴考纲
最新仿真

权威信息
名师设计

模拟强化
金榜题名

ISBN 7-5347-3769-9



9 787534 737695 >

ISBN7-5347-3769-9/G·3069

总定价:12.50元 (共5册)