

综合大学数学专业

解析几何教学大纲

(四年制)

人民教育出版社

一九八〇年八月

· 本大纲由教育部委托厦门大学草拟，于一九八〇年五月在上海举行的高等学校理科数学、力学、天文学教材编审委员会扩大会议上，由北京大学、复旦大学、南开大学、杭州大学、湘潭大学、内蒙古大学和厦门大学等校代表讨论修改，并经编委会审订。

本大纲也可供计算数学专业参考。

解析几何教学大纲

一、本课程的地位和作用

解析几何利用坐标方法,密切地联系数学的基本对象(空间形式与数量关系)之间的关系,对整个数学的发展起了巨大的作用。

在高等学校的数学专业教学计划中,解析几何是第一个几何课程,在这个课程里,除了初等平面解析几何(在中学已学过的)外,重点是运用代数方法作为工具研究空间解析几何,即研究空间中的直线,平面和二次曲面等。为了扩大数学专业学生的视野与培养现代数学工作者的需要,还简略地论述射影解析几何(包括仿射几何)。此外,通过最近几年来的教学实践,鉴于学生在中学里所学到的平面解析几何知识,不但不巩固,而且还远远不能满足本专业学生应该掌握的必须内容,所以在这个课程里还列入《平面解析几何复习和补充》。这样,本课程的内容分为三部分:第一部分(第一章到第三章)平面解析几何复习和补充;第二部分(第四章到第七章)空间解析几何;第三部分(即第八章)射影解析几何概要(各校根据具体情况,本章内容可作为机动教材)。

解析几何在工程技术、物理、化学、生物、经济等其他领域内都具有广泛的应用。

本课程的目的，在于培养学生运用解析方法解决几何问题及其在实际中应用的能力，并为以后学习其他数学课程作准备。解析几何与分析 and 代数有密切的关系，分析中经常用到解析几何的方法与图形的许多性质；解析几何为代数中不少对象提供了具体的解释，给代数以直观的几何形象，加强了数量关系的直观鲜明性，使几何、分析与代数构成了一个不可分割的有机整体。

本课程的总时数为 68 学时，讲授与习题课的分配，各校可根据具体情况适当的安排。

二、课程内容与学时分配建议

引 言

内容：几何作为研究现实世界的空间形式的科学，几何发展简史，坐标方法的发生、发展及其对科学、工程技术的意义。

说明：从几何发展史的阐述，贯彻辩证唯物主义和历史唯物主义的思想。

重点：几何发展简史。

第一章 平面向量和平面直角坐标系 6 学时

内容：1. 向量 (1)向量的概念；(2)向量的加、减和数

乘及其运算法则; (3)两向量的数量积.

2. 向量及其运算的坐标表示、几个最简单的问题 (1)两点间的距离; (2)向量的坐标表示; (3)用坐标决定向量的模和方向; (4)分线段为定比; (5)三角形的面积.

3. 曲线的表示 (1)曲线与方程; (2)圆的方程; (3)曲线的参数方程; (4)两曲线的交点.

说明: 向量在解析几何里是最有效的辅助工具 (正如它在其他许多数学分支中一样). 为了使读者容易接受向量的基本内容, 本章先着重讨论平面向量, 然后运用向量方法复习中学里已学过的一些简单的内容.

引进曲线的一般概念, 使学生能在较广的概念上来认识直线与二次曲线.

重点: 向量的概念及其坐标表示的应用.

第二章 直 线 6 学时

内容: 4. 直线的方程

5. 两直线的交角及其平行和垂直条件

6. 直线和点的相互位置、直线的法线式方程

7. 直线束

8. 坐标变换 (1)坐标轴的平移; (2)坐标轴的旋转;
(3)直角坐标的一般变换.

说明: 用代数方法讨论最简单的曲线——直线, 从两个向量平行的条件出发, 推出直线的方程及其参数方程.

引进坐标变换公式, 为以后把图形分类作准备.

从直线的一般方程讨论直线间的关系可简略地讲, 因大

部分属于复习内容.

重点: i. 二元一次方程表示直线, 直线的各种方程, 直线间的关系.

ii. 坐标变换的公式.

第三章 二次曲线 6 学时

内容: 9. 三种常见的二次曲线(1)椭圆;(2)双曲线;(3)抛物线.

10. 椭圆、双曲线、抛物线的共同性质 (1)焦点和准线的性质;(2)圆锥截线;(3)二次曲线的直径.

11. 二次曲线的切线和法线、光学性质

12. 二次曲线的分类

13. 极坐标和曲线的极坐标方程 (1)极坐标;(2)极坐标和直角坐标的关系;(3)曲线的极坐标方程;(4)二次曲线的极坐标方程.

说明: 9 和 10 基本上是复习内容, 可简略地讲, 但是其中也包括了一些新内容, 例如二次曲线的直径及其共同性质与分类等. 这里讲二次曲线的切线与法线时, 用到一些微积分的概念, 如果数学分析尚未学到这里, 只要把函数的导数概念讲一下就可以了, 利用坐标变换, 把二次方程化为标准形式, 从而得到分类. 介绍极坐标, 使学生初步认识解析几何的另一种坐标方法.

重点: i. 二次曲线的共同性质;

ii. 二次曲线的分类;

iii. 极坐标的定义及二次曲线的极坐标方程.

第四章 空间向量和空间坐标系 10 学时

内容: 14. 空间向量 (1)向量的坐标; (2)空间坐标系(包括仿射坐标系与直角坐标系); (3)向量的向量积; (4)向量的混合积.

15. 空间解析几何中几个最简单的问题 (1)分线段为定比; (2)两点间的距离; (3)三角形的面积; (4)四面体的体积.

16. 曲面和空间曲线的表示 (1)曲面与方程; (2)空间曲线的方程.

17. 球面坐标与柱面坐标 (1)球面坐标; (2)柱面坐标.

18. 坐标变换 (1)空间仿射坐标系的变换公式; (2)空间直角坐标系的变换公式; (3)*欧拉角(*表示可讲可不讲).

说明: 本章讨论空间向量, 向量及其坐标与坐标变换是数学上必要的工具. 在向量的基础上定义仿射坐标, 从而引出直角坐标, 然后引用向量方法讨论空间中一些简单问题并讨论一些简单的曲面与空间曲线. 为了讨论空间的几个图形之间的相互关系引进坐标变换.

重点: i. 向量的向量积与混合积的定义, 几何意义和应用; ii. 向量的坐标和点的坐标; iii. 几个最简单问题的公式和计算方法; iv. 坐标变换的公式.

第五章 平面与空间直线 8 学时

内容: 19. 平面的方程 (1)平面的一般方程; (2)平面的截距式方程; (3)平面关于坐标系的位置; (4)平面的法线式方程; (5)平面的参数方程.

20. 平面间的相互位置

21. 空间直线的方程 (1)直线的一般方程; (2)直线的标准方程; (3)直线的参数方程.

22. 直线和平面、直线的相互位置

23. 直线与平面的交角, 一点到一直线的距离和两直线间的最短距离

说明: 从两向量的垂直条件推出平面的方程, 然后引出各种形式的平面方程及平面间的相互位置, 把直线作为两平面的交线, 写出直线的一般方程, 从而引出各种形式的直线方程及其参数方程, 讨论直线与平面、二直线的相互位置以及直线和平面的基本问题.

重点: i. 三元一次方程表示平面, 平面的各种形式的方程;

ii. 直线的一般方程和标准方程的互化;

iii. 两直线的最短距离.

第六章 二次曲面 10 学时

内容: 24. 椭球面

25. 双曲面 (1)单叶双曲面; (2)双叶双曲面.

26. 抛物面 (1)椭圆抛物面; (2)双曲抛物面.

27. 柱面和锥面 (1)圆柱面; (2)双曲柱面; (3)抛物面柱面; (4)二次锥面.

28. 二次曲面的分类

29. 二次曲面上的母线

30. 二次曲面的直径与直径平面

说明：讨论标准型的各种曲面的形状，使学生对这些曲面有初步的认识；然后从一般的三元二次方程出发来分类二次曲面，得到十七种标准形式的曲面；讨论了二次曲面上母线及其性质；最后，从二次曲面与直线的交点引进弦、直径和直径平面等概念。

重点：i. 椭球面、双曲面和抛物面的标准方程和形状；ii. 二次曲面分类；iii. 母线的性质；iv. 直径平面的定义和求法。

第七章 二次曲线与二次曲面的一般性质 8 学时

内容：31. 二次型的变换

32. 二次曲线与二次曲面的不变量

33. 二次曲线方程的化简和分类

34. 二次曲面方程的化简和分类

35. 二次曲线的对称轴，二次曲面的对称平面

36. 双曲线的渐近线，双曲面的渐近锥面

说明：本章主要任务是应用“不变量”的理论引入二次曲线方程和二次曲面方程的另一种简化方法，从而分类所述图形。这与第三、六章的方法对比，不但计算比较简单而且还可直接从一般二次方程出发，经过简单的计算就可以写出它们的标准方程，其次，直接从一般(二元或三元)二次方程出发讨论图形的基本元素：中心、直径平面、对称轴、对称平面、渐近锥面等。

重点：i. 不变量的概念；

ii. 二次曲线和二次曲面方程的化简和分类；

iii. 二次曲面的中心，直径平面、对称轴和对称平面

的求法.

***第八章 射影解析几何概要(包括仿射几何)**

12 学时

内容: 37. 正交变换 (1)平面上的正交变换; (2)空间中的正交变换.

38. 仿射变换 (1)平面上的仿射变换; (2)空间中的仿射变换.

39. 二次曲线和二次曲面的仿射几何

40. 射影变换 (1)平面上的射影变换; (2)空间中的射影变换(包括交比和射影不变量).

41. 齐次坐标, 平面上和空间中无穷远元素的补充

42. 二次曲线和二次曲面的射影几何

43. 配极论

44. 切坐标

45. 变换群和几何分类 (1)变换及其性质; (2)变换群与克来因纲领.

说明: 从正交变换和仿射变换开始, 引入射影变换, 初步介绍二次曲线和二次曲面的仿射性质和射影性质及其分类, 变换群的概念和几何的分类, 指出正交变换群是仿射变换群的子群和仿射变换群是射影变换群的子群.

根据教学计划规定: 属于射影几何的内容不宜安排在一年级, 并在选修课程表中设有高等几何(包括射影解析几何). 但对不开设这门选修课的学校, 也可讲授本章内容(或选择部分讲授).

重点: i. 齐次坐标; ii. 配极论; iii. 变换群的概念和几何的分类; iv. 二次曲线和二次曲面的射影分类.

综合大学数学专业
解析几何教学大纲
(四年制)

*

人民教育出版社出版发行
人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 0.375 字数 6,500
1980 年 8 月第 1 版 1980 年 10 月第 1 次印刷
印数 00,001—9,000
书号 7012·0201 定价 0.03 元

代号 001

综合大学数学专业

高等代数教学大纲

(四年制)

人民教育出版社

一九八〇年八月

本大纲由教育部委托北京大学草拟，一九八〇年五月在上海举行的高等学校理科数学、力学、天文学教材编审委员会扩大会议上，由四川大学、复旦大学、南开大学、厦门大学、杭州大学、湘潭大学、内蒙古大学、北京大学等校代表讨论、修改，并经编委会审订。

高等代数教学大纲

一、本课程目的与要求

1. 高等代数是数学专业的一门重要的基础课,也是第一个代数课程. 本课程的目的是向学生介绍代数最基本的概念、理论与方法. 课程大体上分两个部分: 多项式理论与线性代数,其中以线性代数为主. 多项式理论以一元多项式的因子分解唯一性定理为主体介绍有关多项式与方程的一些最必要的知识,为后继课程提供准备;线性代数部分则较为系统地介绍线性方程组,线性空间与线性变换,二次型与欧氏空间以及多重线性代数的概念与方法. 线性代数不但是代数的基础,也是整个数学的基础,因而应要求学生能熟练地掌握.

2. 多重线性代数是第一次列入教学大纲,各校的经验还不多,而且在现有的教材中都没有这部分内容. 近期内,只有自编补充讲义. 我们认为,马力茨夫的《线性代数基础》(柯召译,人民教育出版社,1959)中有关部分可供参考.

3. 双线性函数是一个重要的概念,如认为必要,可在二次型这一部分中作适当介绍.

4. 若当标准形的证明没有列入大纲作为基本要求,这部

分内容在高等代数中是否要讲,各校可自行决定.

5. 教学计划规定总学时为 157 学时,本大纲安排的总学时 114 学时是留有余地的,多余的学时可用来增加内容,也可以增加习题课的时间.

二、课程内容与学时分配建议

1. 一元与多元多项式 (16 学时)

- (1) 数域
- (2) 一元多项式环
- (3) 整除,最大公因子,互素
- (4) 不可约多项式,因式分解定理
- (5) 重因式
- (6) 多项式函数
- (7) 复系数与实系数多项式的因式分解
- (8) 多元多项式,对称多项式,基本定理

2. 行列式 (10 学时)

- (1) 排列
- (2) n 级行列式的定义
- (3) n 级行列式的性质与计算
- (4) 行列式按一行(列)展开
- (5) 克莱姆法则

3. 线性方程组 (14 学时)

- (1) 消元法

- (2) n 维向量空间
- (3) 线性相关性, 向量组的秩
- (4) 矩阵的秩
- (5) 线性方程组有解的判别定理
- (6) 线性方程组解的结构
- 4. 矩阵代数 (10 学时)
 - (1) 矩阵的运算
 - (2) 矩阵乘积的行列式与秩
 - (3) 矩阵的逆
 - (4) 矩阵的分块
 - (5) 初等矩阵
- 5. 线性空间 (16 学时)
 - (1) 集合, 映射
 - (2) 线性空间的定义与性质
 - (3) 维数、基与坐标
 - (4) 坐标变换
 - (5) 线性子空间
 - (6) 子空间的交、和与直和
 - (7) 线性空间的同构
 - (8) 商空间
- 6. 线性变换 (16 学时)
 - (1) 线性变换的定义、运算
 - (2) 线性变换的矩阵
 - (3) 特征值与特征向量
 - (4) 对角矩阵