控制系统的数字仿真

（上　册）

南　京　工　学　院

工　业　自　动　化　教　研　组　翻　印

目　录

〔說明〕：本教材按照清华大学自动化系熊光楞編写的《控制系統的数字仿眞》一书翻印，作为本专业学生的选修課教材。除序言部分省略外，其余均按原书翻印。

第一章　　計算机仿真概述

§1－1　仿真技术的簡单介紹

在进行自动控制系統的分析、綜合、設計的过程中人們除掉运用理論知识对系統进行理論上的分析計算以外，常常要对系統的特性进行实驗研究；这种实驗研究一般有两种：一种是在实际系統上进行，另一种則是在模型上进行。由于各种原因，比如：安全性的考虑，經济性的考虑以及可能性的考虑等，在实际系統上进行实驗往往不易办到，或不宜采納。因此在模型上进行实驗很早以来就被系統工程师及研究人員所采納。比如：要研究連軋机主傳动速度响应特性，在理論分析的基础上常常用一台同軸的直流发电机作为軋机負載的模型，然后在这套机組（軋机主傳动模型）上进行实驗研究。又比如：要研究电力系統的稳定性，我們可以用許多小容量的同步机，感应电动机与直流电机組成一个系統作为电力网的模型，然后在这个系統上进行实驗研究，这就是大家所熟知电力系統动态模拟实驗。这种用一个物理模型来仿真实际系統通常称为物理仿真。近年来，由于数字計算机引入控制系統，复合控制，最佳控制，自适应控制等等新的控制方法已成为可能，这些控制系統常常比較复杂，影响因素也比較多，很难用一个物理模型来进行仿真，或者說，为了研究这种复杂系統而設計制造一个模型常常要花費巨大的代价，周期也相当长，同时进行一次实驗准备工作也十分可观，所以用計算机对实际系統进行仿真就日益被人們所采納。这种仿真的特点是：将实际系統的运动規律用数学形式表达出来，它們通常是一組微分方程或差分方程，然后用模拟計算机或数字計算机来解这些方程。所以有时人們也称它是計算机仿真，采用計算机仿真的方法的好处是：用同一套仿真設备可以对物理性質截

然不同的許多控制系統进行仿眞研究，而且进举一次仿眞研究的准备工作主要是准备模拟計算机的排題板或數字計算机的程序，这比在实际物理模型上作大量的安装、接綫、調整等准备工作的工作量要小得多，周期也要短得多，所化的费用要少得多。隨着計算机技术的飞速发展計算机仿眞越来越多的取代了純物理的仿眞，当然有时为了某种要求还必須有一部分实物介入到計算机仿眞系統中去，但仿眞系統的主体是計算机，因此現在我們一討到仿眞，都指的是計算机仿眞。

为了使大家对計算机仿眞有一个更加全面的了解，让我們用一个簡单的例子来說明一下。

比如我們要对一个直流傳动系統进行仿眞研究。首先我們要对这个系統进行模型化，即建立这个系統的数学模型，比如，要对其中的直流电动机（如图 1—1 a 所示）进行模型化，假定，我們是用傳遞函数来描述它，則可以得图 1—1 b 所示的結构图。

第二步是要将这个数学模型变成能在計算机上进行研究的仿眞模型，具体来討，比如要在數字上进行仿眞，則可以将它变成一个如图 1 — 2 所示的离散化的仿眞模型。

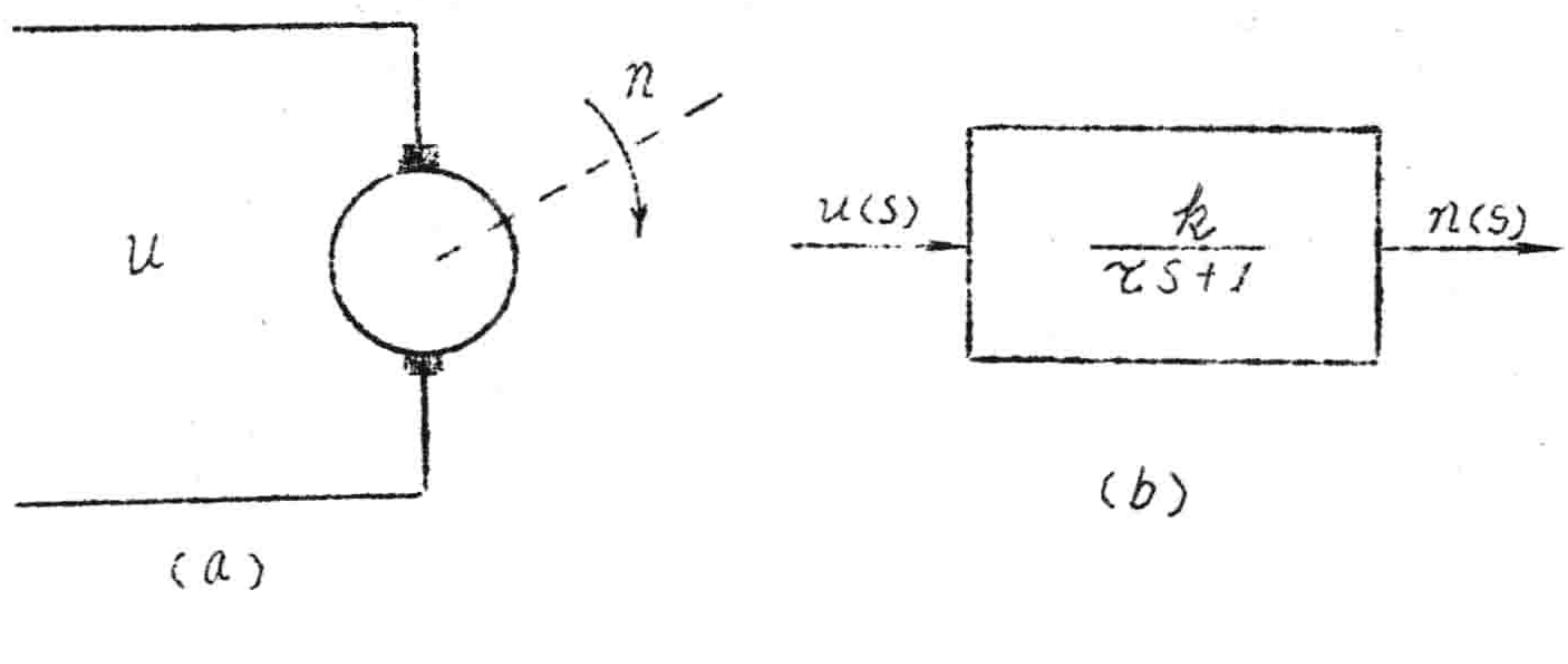

图 1 — 1　直流电动机及其傳遞函数

第三步是要将这个仿眞模型編成計算机的程序。最后，为了对仿

眞研究更加有效（比如：計算量最少，但精度較高等）还应对这个仿眞模型的誤差进行分析，并对模型进行修改。在經过这四步之后，就可以进行这个系統的仿眞研究了。

根据上面所举的这个例子，我們可以看出在我們进行仿眞研究的过程中，我們是經过了这样四个步驟：

1、写出实际系統的数学模型

2、将它轉变成能在計算机上进行运轉的仿眞模型。

3、編出仿眞程序

4、对仿眞模型进行修改，校驗。

这里涉及到三个具体的部分：一是实际系統，二是数学模型，三是計算机，并且共有两次模型化。第一次是将实际系統变成数学模型，第二次是将数学模型变成仿眞模型，这可以用图1－3来表示。

图1－2　直流电动机的数字仿眞模型

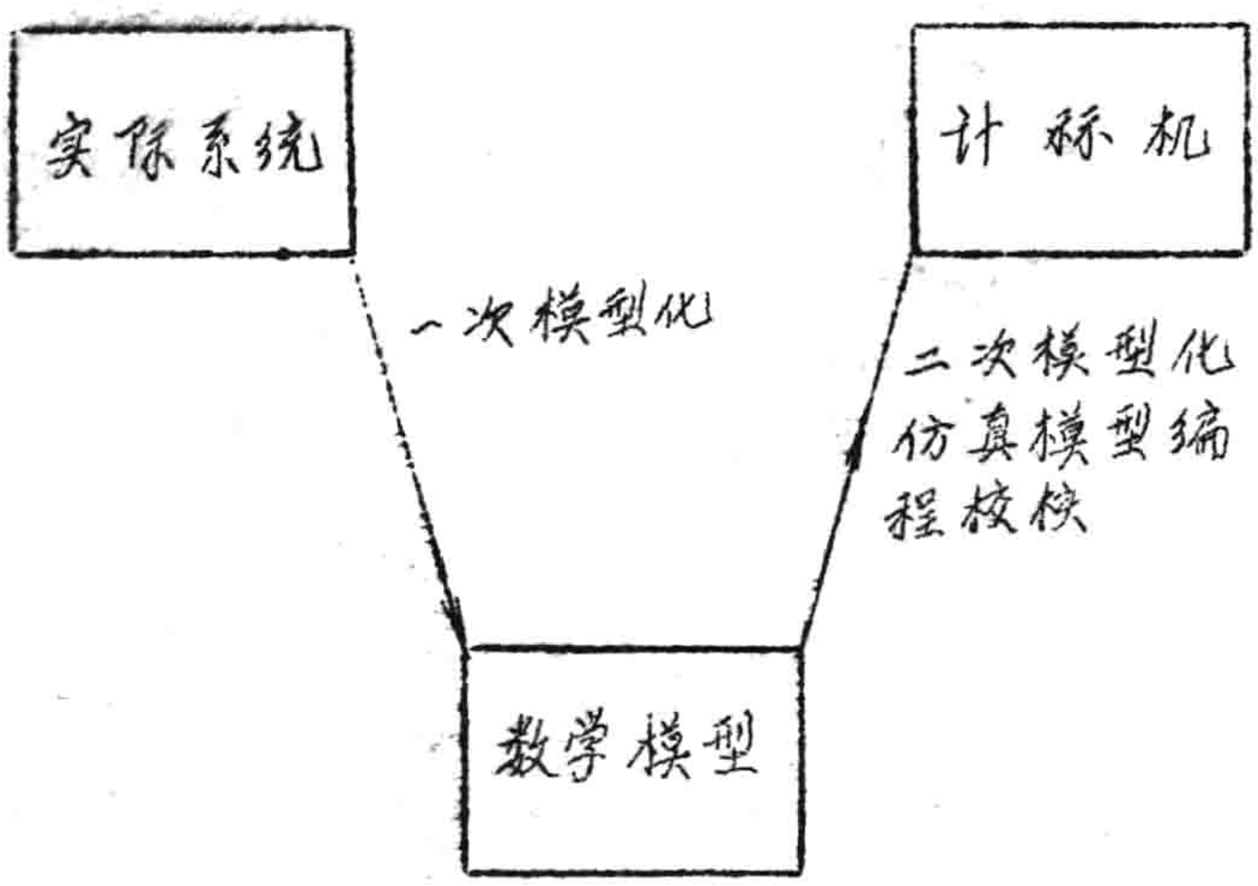

图1－3　一次模型化与二次模型化

通常我們将一次模型化的技术称为系統取模及系統辨识技术，而将二次模型化，仿眞模型編程，校核的技术称为系統仿眞技术，两者虽有十分密切的联系，但仍有所区别。由图1－3可知，系統取模及系統辨识技术是研究系統与数学模型之間的关系，而系統仿眞技术是研究数学模型与計算机之間的关系。

現在我們来給“仿眞”下一个定义：

将一个能近似描述实际系統的数学模型进行二次模型化，变成一个仿眞模型，然后将它放到計算机上进行运轉的过程就称为仿眞。

关于仿眞的其它定义可参看（参1）

§1－2　仿眞系統的組成

根据前一节的介紹，我們已經了解到，仿眞就是模型在計算机上运轉的过程，因此用于对控制系統进行仿眞的这一套軟硬設备——簡称仿眞系統，是离不开計算机的，也就是說，不管是什么类型的仿眞系統，其主体都是計算机。

仿眞系統按照有无实物介入来区分，可分为实时仿眞系統及非实时仿眞系統。而按照計算机的类型不同来区分，則可分为：用模拟計算机組成的仿眞系統，用数字計算机組成的数字仿眞系統及用混合模拟机組成的或用数字——模拟混合計算机組成的混合仿眞系統，以及用微型机陣列組成的全数字式仿眞系統等等。

下面我們来具体分析一下这些計算机作为仿眞工具时的优缺点。

用模拟計算机来进行控制系統的仿眞的优点是：在模拟机上进行的計算是“并行的”，因此运算速度快，同时，在模拟机上进行的运算是“連續”的，因而更接近实际的連續系統，这两点使得模拟机在快速、实时仿眞方面至今仍保持有一定的长处。它們的缺点是：①計

算精度比较低，一般为千分之几，②对一些特殊环节如純时延，或较为复杂的非綫性环节用电子綫路来进行仿眞不仅綫路上比較复杂，而且精度不易保証，③对于采样控制系統，以及当控制系統中有比較多的邏辑判断环节时，用模拟机来进行仿眞比較困难，④仿眞的自动化程度較低，比如：排題板还要操作員去接綫。

用数字計算机进行仿眞却能十分好地解决上述困难，即使是小型的数字机的运算精度通常也可达到6～7位有效数字，所以精度是远远高于模拟机，对于一些特殊环节，用数字机来仿眞也是很容易的，至于仿眞采样系統及具有邏辑判断环节的系統則更是数字計算机的独特功能，另外，用数字計算机来对控制系統进行仿眞，整个“被仿眞的系統”都包含在一組程序之中，所以使用起来十分方便，修改参数也很容易。也即，仿眞工作的自动化程度是相当高的。但是，采用数字机进行仿眞也有它的缺点，主要是，数字机的运算工作是“串行”的，所以計算速度比較低，对于一些反应較快的系統若要求进行“实时仿眞”則有一些困难，也正是由于这个原因，所以用数字机来进行系統参数的寻优計算則要占用大量的时間，远不如模拟机来得快。

由于模拟計算机及数字計算机在控制系統仿眞技术中各有优缺点，所以就产生了将这两种机器結合起来进行仿眞的混合仿眞系統。它的基本結构有两种，一种是在模拟机的基础上增加一些数字邏輯功能，称为混合模拟机，另一种是由模拟机，数字机及混合界面三者联合起来构成一个模拟——数字混合計算系統，如图1－4所示。

混合仿眞一般应用于以下几种情况：

1、要求对控制系統进行反复迭代計算时——比如：参数寻优，統計分析等。

2、要求与实物連接进行实时仿眞同时又有一些复杂的函数需要

用数字計算机来仿眞时。

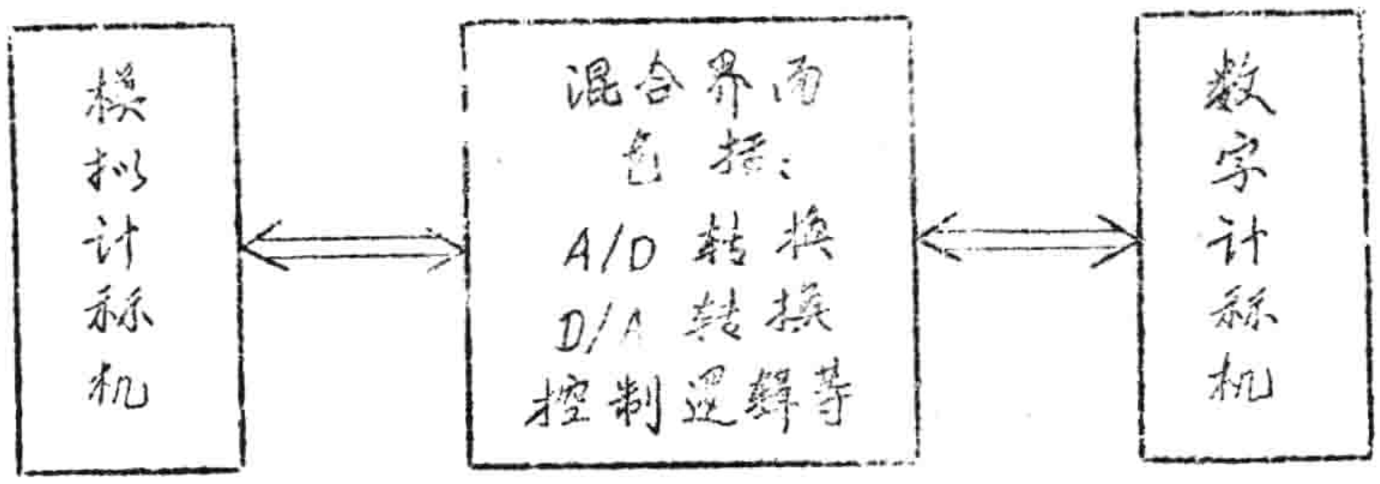

图1－4　模拟一数字混合計算系統

3、对于一些用数字計算机控制的系統进行仿眞时。

从发展情况来看，四十年代出現了模拟机計算机，由此仿眞技术才眞正成为一門独立的技术而存在。五十年代用数字計算机进行系統仿眞开始得到发展。五十年代末由于导弹技术的需要开始研究混合仿眞（包括：用混合模拟机或用数字—— 模拟机混合計算机）。六十年代到七十年代这十几年时間中数字仿眞与混合仿眞在互相竞争之中都得到了迅速的发展。其标志是出現了大量的数字仿眞語言，大大普及了数字仿眞的应用，而同时又出現了許多种混合計算机，几乎所有的先进国家都建立了混合仿眞实驗基地。到了七十年代后半期，由于微型机的发展，才使采用微型机陣列仿眞系統的成为可能，但是这种取代預計还需要若干年的时間。

現在来介紹一下我国的情况，六六年前，我国主要是着眼于模拟机的仿眞系統，典型的机型是 DMJ － 3 型（北京計算机一厂），六六年以后，停頓了一段时間，七十年代开始着眼于数字仿眞，并进行了部分混合仿眞的研究，建立了 HMJ － 200／DJS － 8 HAP2／DJS － 130 等混合仿眞系統，但是，从总的情况来看，比国际上先进国家落后了相当一段距离。另外，由于搞控制的技术人員对仿眞技术了

解与掌握也較少这也阻碍仿眞技术在我国的发展，1979年自动化学会成立了仿眞技术专业委員会，并召开了第一次全国学术会议，对于推动这項技术的发展起了一定的作用，可以預計今后几年，仿眞技术必有較大的进展，这将对我国的四个现代化起到一定的促进作用。

§1－3　仿眞技术的应用

仿眞技术最初主要应用于航空、导弹、原子能、宇航等控制系統的仿眞研究方面。其目的是：

1、新的系統的建立，比如：新的控制規律的研究，新的調节器，仪表的应用，新的控制系統的形成与調試等等。

2、实現对控制系統的最佳設計与最佳控制問題。

3、操纵人員的訓練

由于这些系統比較复杂，成本又极其高昂加上安全性的考虑，所以采用仿眞技术后，收益是十分明显的。随着仿眞技术的发展，仿眞技术在化工系統、冶金系統、电力系統等工程系統中也逐步得到了广泛的应用。可以肯定的說：控制系統的仿眞技术是对控制系統进行研究，設計不可缺少的一項重要技术。

除此而外，近年来仿眞技术在对非工程系統的研究方面正在起着越来越大的作用，比如，医学方面：研究人对药物的反应，疾病的成因等，人口系統，市場系統，电話系統等离散事件系統。

本书主要是講述控制系統的計算机仿眞，这种系統的主要特点是：它是一个动态系統。关于非工程系統的仿眞技术本身虽然没有涉及，但控制系統仿眞技术的一般原理对它仍然是适合的，若要求更詳細的了解这类系統的仿眞技术，可参看其它书籍（参2）

第二章　　連續系統的数字仿眞

一个控制系統的动态特性通常是用高阶微分方程式或状态方程来加以描述的。研究这个系統的性质，归根結蒂是要解这些微分方程式或状态方程。因此，用数字計算机来仿眞一个控制系統的数学基础就是：用数字計算机来解高阶微分方程。

本章将首先簡要的介紹一下連續系統的数学模型，然后講述几种常用的解微分方程的数値方法，在此基础上可以建立面向微分方程或傳遞函数的数字仿眞程序，因此在本章的第三节将向大家介紹这种仿眞程序的結构与框图。由于大多数控制工程师更习慣于用結构图的形式来描述一个控制系統，因此我們将在本章的第四节向大家介紹連續系統結构图法数字仿眞。

§2－1　連續系統的数学模型

連續系統的数学模型通常可以有以下几种表示方法：微分方程，傳遞函数，状态方程。有关它們的詳細論述請参看（参3、参4、参5）我們在这一节中仅作最簡要的介紹。

一、微分方程

一个連續系統可以表示成如（2－1）式所示的高阶微分方程。

$$\frac{d^n y}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+\cdots+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_n y=C_0\frac{d^{n-1}u}{dt^{n-1}}+C_1\frac{d^{n-2}u}{dt^{n-2}}+\cdots+C_{n-1}u \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\ (2-1)$$

其中y是系統的輸出量，u是系統的輸入量。若引进算子

$P \triangleq \dfrac{d}{dt}$，則（2－1）可以写为

$$P^{n}y+a_{1}P^{n-1}y+\cdots+a_{n-1}Py+a_{n}y$$
$$=C_{0}P^{n-1}u+C_{1}P^{n-2}u+\cdots+C_{n-1}u$$

即 $$\sum_{j=0}^{n}a_{n-j}P^{j}y=\sum_{j=0}^{n-1}C_{n-j-1}P^{j}u \quad （其中 a_{0}=1）$$

$$\frac{y}{u}=\frac{\sum_{j=0}^{n-1}C_{n-j-1}P^{j}}{\sum_{j=0}^{n}a_{n-j}P^{j}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2-2)$$

二、傳遞函数

对（2－1）式两边取拉氏变换，假設y及u的各阶导数（包括另阶）的初值均为另，則可得：

$$S^{n}Y(s)+a_{n}S^{n-1}Y(s)+\cdots a_{n-1}SY(s)$$
$$+a_{n}Y(s)=C_{0}S^{n-1}U(s)$$
$$+C_{1}S^{n-2}U(s)+\cdots+C_{n-1}U(s)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2-3)$$

其中：Y(s)是输出量y(t)的拉氏变换。

U(s)是輸入量u(t)的拉氏变换。

即：$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{C_{0}S^{n-1}+C_{1}S^{n-2}+\cdots+C_{n-2}S+C_{n-1}}{S^{n}+a_{1}S^{n-1}+\cdots+a_{n-1}S+a_{n}}=G(s)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2-4)$$

G(S)称为系統的傳遞函数

将（2－4）与（2－2）比較一下，可知：在初值为另的情况下，用算子P所表示的式子与傳遞函数G(S)在形式上是完全相同的。

三、状态空間描述

假定一个連續系統可用如（2－5）所示的微分方程来描述。

$$\frac{d^n y}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+\cdots+a_{n-1}\frac{dy}{dt}+a_n=u(t)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2-5)$$

今引进n个状态变量

$$X_1=y$$

$$X_2=\dot{X}_1=\frac{dy}{dt}$$

$$X_3=\dot{X}_2=\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\vdots$$

则有：
$$\dot{X}_n=\frac{d^n y}{dt^n}=-a_1\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}-a_2\frac{d^{n-2}y}{dt^{n-2}}$$

$$-\cdots-a_{n-1}\frac{dy}{dt}-a_n y+u(t)=-a_1x_n$$

$$-a_2x_{n-1}-\cdots-a_{n-1}x_2-a_nx_1+u(t)$$

将上述n个一阶微分方程組写成矩陣形式可得：

$$X=\begin{pmatrix}\dot{X}_1\\ \dot{X}_2\\ \vdots\\ \dot{X}_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&0&\cdots&0\\ 0&0&1&&0\\ &&&\ddots&1\\ -a_n&-a_{n-1}&&\cdots&-a_1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X_1\\ X_2\\ \\ X_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ 0\\ \vdots\\ 1\end{pmatrix}u$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2-6)$$

$$y=[1,\ 0\cdots0]X \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2-7)$$

令 $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & & \\ 0 & 0 & 1 & & \\ & & & \ddots & 1 \\ -\alpha_n & \cdots & & & -\alpha_n \end{bmatrix} = A$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = B$ $[1, \ 0 \cdots 0] = C$

可得一个一般形式：

$$\dot{X} = AX + B_u \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2-8)$$

$$y = CX \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2-9)$$

（2－8）称为状态方程

（2－9）称为輸出方程

若系統的微分方程如（2－1）或（2－2）所示

则可引进n个状态变量 $x_1 . x_2 \cdots x_n$

設 $$\sum_{j=0}^{n} \alpha_{n-j}\, p^j\, x = u \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2-10)$$

并令 $p^j x = x_{j+1}$ （$j = 0, 1, 2 \cdots n-1$）

则有： $$\sum_{j=0}^{n-1} \alpha_{n-j}\, x_{j+1} + \alpha_0\, p^n\, x = u,$$

由于 $\alpha_0 = 1$，故有： $$p^n x = x_n = -\sum_{j=0}^{n-1} \alpha_{n-j}\, x_{j+1} + u$$

所以 $$\dot{X} = AX + B_u \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2-11)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \cdots & 0 \\ & & & \ddots & 1 \\ -\alpha_n & -\alpha_{n-1} & \cdots & & -\alpha_1 \end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2-12)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2\text{—}13)$$

将（2—10）代入（2—2）可得：

$$\sum_{j=0}^{n} a_{n-j}\, p^j\, y = \sum_{j=0}^{n-1} C_{n-j-1}\, p^j \sum_{j=0}^{n} a_{n-j}\, p^j\, x$$

故 $$y = \sum_{j=0}^{n-1} C_{n-j-1}\, p^j\, x = \sum_{j=0}^{n-1} C_{n-j-1}\, x_{j+1} = CX$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2\text{—}14)$$

$$c = [\, C_{n-1},\ C_{n-2},\ \cdots C_0 \,] \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2\text{—}15)$$

若将（2—10）及（2—14）所示的状态方程与输出方程用图形的方式表示出来，则可如图2—1所示。

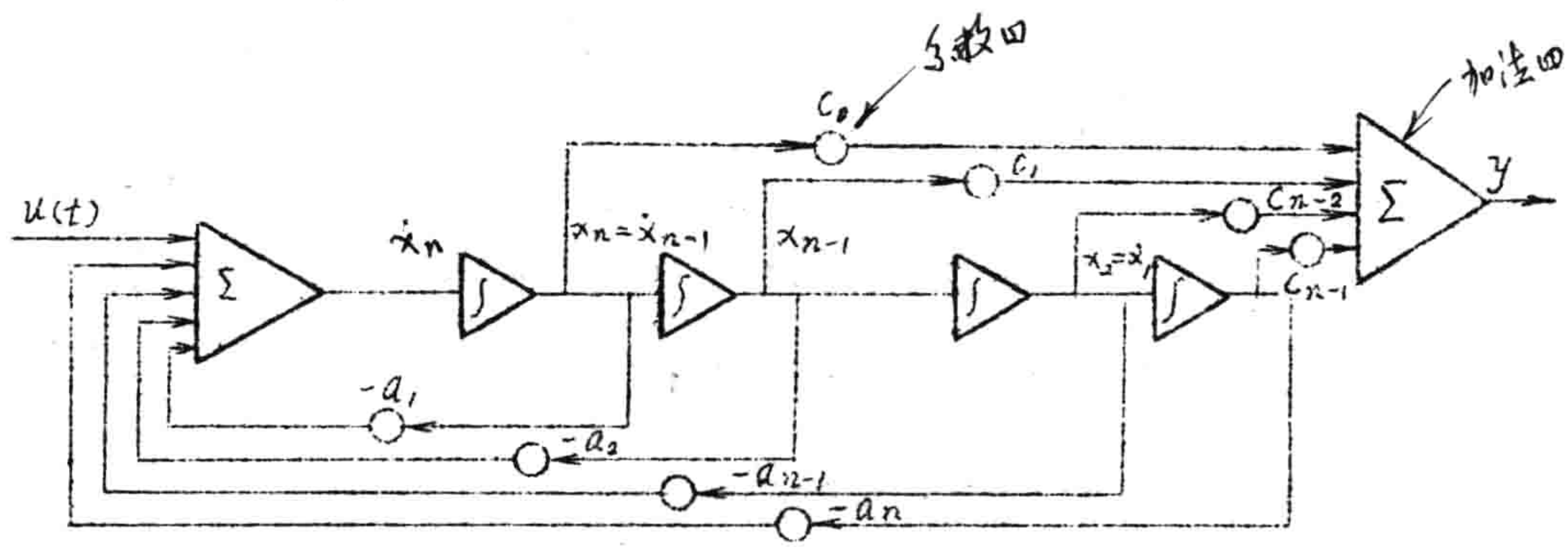

图2—1 在模拟机上进行仿真的仿真模型

若在模拟計算机上对（2—10）及（2—14）所示的控制系統进行仿真，那么只要稍加处理（比如考虑比例尺、符号等）就可直接使用图2—1。所以这种图俗称模拟图，或者也可称为在模拟机上进行

仿眞的仿眞模型。

由模拟图图2－1可知，一个綫性系統如果在模拟机上进行仿眞，那么它們的仿眞模型是由n个积分器（n是該系統的阶次）以及若干个比例器（加法器）及系数器組成的，积分器的輸出就是状态变量，n阶系統有n个状态变量，所以有n个积分器。

另外，从微分方程或傳遞函数写出状态方程与輸出方程并不是唯一的，它可以写成許多不同的形式，所以仿眞模型也并不是唯一的。下面我們再向大家介紹两种常用的方法。

1、并联程序法

假設系統的傳遞函数为：

$$G(S)=\frac{Y(S)}{U(S)}=\frac{c_0S^{n-1}+c_1S^{n-2}+\cdots+c_{n-1}}{S^n+a_1S^{n-1}+\cdots+a_n}$$

如果其分母的多项式能解出n个根，也就是系統的n个极点，λ_1，$\lambda_2\cdots\lambda_n$。那么G(S)可改写成：

$$G(S)=\frac{Y(S)}{U(S)}=\frac{K_1}{S-\lambda_1}+\frac{K_2}{S-\lambda_2}+\cdots+\frac{K_n}{S-\lambda_n} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\quad (2-16)$$

这里是假定λ_1，$\lambda_2\cdots\lambda_n$各不相同，即系統无重根的情况。

（2－16）中的各系数可用下式求出

$$K_i=\lim_{s\to\lambda i}G(S)\cdot(S-\lambda_i)$$

$$\cancel{S\to\lambda_i}$$

$$i=1,2,\cdots n$$

現在要設法将（2－16）所示的系統写成状态空間表达式，和以前的作法相同，先引进n个状态量x_1，x_2，$\cdots x_n$