



学在七中 乐在其中

乐学七中

高中数学必修 2

策划 许 勇 曹杨可 魏 华
主编 廖学军 祁祖海



电子科技大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

乐学七中. 高中数学必修 2 / 廖学军, 祁祖海主编.

—成都: 电子科技大学出版社, 2014. 3

ISBN 978-7-5647-1975-3

I. ①乐… II. ①廖…②祁… III. ①中学数学课—高中—

教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 242837 号

乐学七中. 高中数学必修 2

策划 许勇 曹杨可 魏华

主编 廖学军 祁祖海

出 版: 电子科技大学出版社 (成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦 邮编: 610051)

策划编辑: 罗 雅

责任编辑: 罗 雅

主 页: www.uestcp.com.cn

电子邮箱: uestcp@uestcp.com.cn

发 行: 新华书店经销

印 刷: 四川煤田地质印刷厂

成品尺寸: 205mm×282mm 印张 12 字数 364 千字

版 次: 2014 年 3 月第一版

印 次: 2014 年 3 月第一次印刷

书 号: ISBN 978-7-5647-1975-3

定 价: 38.80 元

■ 版权所有 侵权必究 ■

◆ 本社发行部电话: 028-83202463; 本社邮购电话: 028-83201495。

◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。

前 言



成都七中,作为一所百年名校,在校本教材的开发和利用上从未停止探索的步伐.2013年四川省迎来首次新课程高考,内容要求和题型结构已初步成型.经过三年一轮的教学实践,成都七中数学组对新课程高中数学教学进行了系统的反思和研究,形成了独特而完备的指导思想.为了将这一集体智慧渗透到学校的常规教学中,七中数学组群策群力、全员参与,编写了教学辅导同步用书《乐学七中》.该书既可以满足七中教育集团广大师生的日常教学需要,也可以作为兄弟学校师生了解成都七中课堂教学的一个窗口.

成都七中的数学教学一直坚持发挥学生的主体作用.孔子有云:知之者不如好之者,好之者不如乐之者.“乐学”是七中教师对学生主体更加积极的期许状态,学生的这一状态并非一蹴而就,而是需要耐心引导的.发现问题并解决问题所带来的成就感往往是学生“乐学”的内在动因,而数学教育中“怎样解题”则成为教师引导的关键所在.为了构建和完善“怎样解题”的引导平台,教辅用书的选择和使用贯穿了整个高中数学教学过程.

为了提高教学工作的有效性,由成都七中名优教师牵头,依托学校丰富的教育教学资源,七中数学组教师共同编写了教辅同步用书《乐学七中》,以供学校师生使用.该书有以下特点:

1. 章节排布与成都七中实际教学进度一致,为教师的课堂教学与作业布置带来了便利,增加了该书的可操作性.
2. 衔接内容和延拓专题一并刊出,弥补了教材内容与高考要求的脱节,为师生的教与学提供了必要的蓝本.
3. “课标要求”与“知识要点”言简意赅、点到为止,为教师讲解,学生冥思留下空间.
4. “典型例题”重视课本例题的使用和挖掘,源于教材,但不拘泥于教材.为了保证课堂训练的针对性和有效性,强调一讲一练,所选题目既能体现知识的内涵和外延,也能兼顾方法的呈现和过手.
5. “备选例题”一方面可作为教师授课的后备题库,另一方面也为学有余力者的拓展训练抛砖引玉.
6. “小结与反思”为培养学生的归纳辩证思维而留白.
7. “练习”遵循“紧扣课堂、难度适中、梯度呈现”的原则.

基于此,《乐学七中》作为高中数学教学同步辅导用书,有其独特的优势和推广价值.热忱欢迎兄弟学校师生参考或使用该书.

由于编写时间紧,该书难免存在一些不足,恳请广大师生批评指正,以便今后修订时更加完善.

编 者

2013年11月

目 录



K*2JK*2 | 第一章 空间几何体

1.1 空间几何体	(1)
§ 1.1.1 柱、锥、台、球的结构特征	(1)
§ 1.1.2 简单组合体的结构特征	(2)
1.2 空间几何体的三视图和直观图	(5)
§ 1.2.1 ~ § 1.2.2 中心投影与平行投影、三视图	(5)
§ 1.2.3 空间几何体的直观图	(6)
1.3 空间几何体的表面积与体积	(8)
§ 1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积与体积	(8)
§ 1.3.2 柱体、锥体、台体、球的表面积与球的表面积	(9)
小结与复习	(12)

K*2JK*2 | 第二章 点、直线、平面之间的位置关系

2.1 点、直线、平面之间的位置关系	(15)
§ 2.1.1 平面	(15)
§ 2.1.2 空间中直线与直线之间的位置关系	(16)
§ 2.1.3 ~ § 2.1.4 空间中直线与平面、平面与平面之间的位置关系	(18)
2.2 直线、平面垂直的判定及其性质	(20)
§ 2.2.1 ~ § 2.2.2 线面平行与面面平行的判定	(20)
§ 2.2.3 直线与平面平行的性质	(21)
§ 2.2.4 平面与平面平行的性质	(23)
2.3 直线、平面平行的判定及其	

性质	(25)
§ 2.3.1 直线与平面垂直的判定	(25)
§ 2.3.2 平面与平面垂直的判定	(26)
§ 2.3.3 直线与平面垂直的性质	(28)
§ 2.3.4 平面与平面垂直的性质	(30)

K*2JK*2 | 第三章 直线与方程

3.1 直线的倾斜角与斜率	(32)
§ 3.1.1 倾斜角与斜率	(32)
§ 3.1.2 两条直线平行与垂直的判定	(33)
3.2 直线的方程	(35)
§ 3.2.1 直线的点斜式方程	(35)
§ 3.2.2 直线的两点式方程	(36)
§ 3.2.3 直线的一般式方程	(37)
3.3 直线的交点坐标与距离公式	(39)
§ 3.3.1 两条直线的交点坐标	(39)
§ 3.3.2 ~ § 3.3.4 点到直线的距离	(40)
小结与复习	(42)

K*2JK*2 | 第四章 圆与方程

4.1 圆的方程	(44)
§ 4.1.1 圆的标准方程	(44)
§ 4.1.2 圆的一般方程	(45)
4.2 直线、圆的位置关系	(48)
§ 4.2.1 直线与圆的位置关系	(48)
§ 4.2.2 圆与圆的位置关系	(49)
§ 4.2.3 直线与圆的方程的应用	(51)
4.3 空间直角坐标系	(53)
小结与复习	(55)

参考答案	(57)
------	--------

练习册见附页



第一章

空间几何体

1.1 空间几何体

§ 1.1.1 柱、锥、台、球的结构特征

一、课标要求

1. 能根据几何结构特征对空间物体进行分类.
2. 会用语言概述棱柱、棱锥、圆柱、圆锥、棱台、圆台、球的结构特征.

二、知识要点

1. 空间几何体:我们只考虑物体的形状和大小,而不考虑其他因素,那么由这些物体抽象出来的空间图形就叫做空间几何体.

2. 多面体:一般地,我们把由若干个平面多边形围成的几何体叫做多面体.围成多面体的各个多边形叫做多面体的面,相邻两个面的公共边叫做多面体的棱,棱与棱的公共点叫做多面体的顶点.

3. 旋转体:我们把由一个平面图形绕它所在平面内的一条定直线旋转所形成的封闭几何体叫做旋转体.这条定直线叫做旋转体的轴.

4. 棱柱:一般地,有两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行,由这些面所围成的多面体叫做棱柱.棱柱中,两个面互相平行的面叫做棱柱的底面,简称底;其余各面叫做棱柱的侧面;相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱;侧面与底面的公共顶点叫做棱柱的顶点.

5. 棱锥:一般地,有一个面是多边形,其余各面都是有一个公共顶点的三角形,由这些面所围成的多面体叫做棱锥.棱锥中,那个多边形面叫做棱锥的底面或底;有公共顶点的各个三角形面叫做棱锥的侧面;各侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点;相邻侧面的公共边叫做棱锥的侧棱.

6. 棱台:用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面与截面之间的部分,这样的多面体叫做棱台.棱台中,原棱锥的底面和截面叫做棱台的下底面和上底面;原棱锥侧面被截得的四边形面叫做棱台的侧面;各侧面与上下底面的公共点叫做棱台的顶点;相邻侧面的公共边叫做棱台的侧棱.

7. 圆柱:以矩形的一边所在直线为旋转轴,其余三边旋转成的面所围成的旋转体叫做圆柱.旋转轴叫做圆柱的轴;垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆柱的底面;平行于轴的边旋转而成的曲面叫做圆柱的侧面;无论旋转到什么位置,不垂直于轴的边都叫做圆柱侧面的母线.

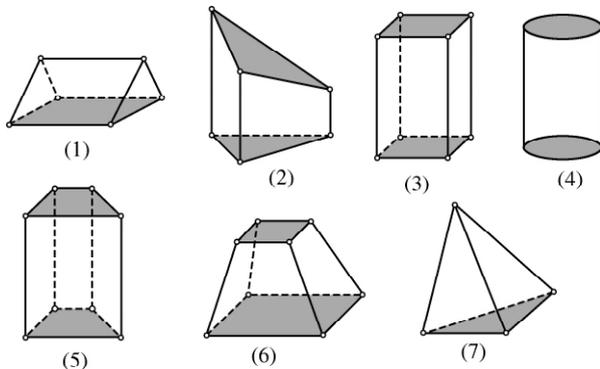
8. 圆锥:以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的面所围成的旋转体叫做圆锥.旋转轴叫做圆锥的轴;垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆锥的底面;直角三角形斜边旋转而成的曲面叫做圆锥的侧面;无论旋转到什么位置,斜边都叫做圆锥侧面的母线.

9. 圆台:以直角梯形垂直于底边的腰为旋转轴,其余各边旋转形成的面所围成的旋转体叫做圆台.

10. 球:以半圆的直径所在直线为旋转轴,半圆面旋转一周所形成的旋转体叫做球体,简称球.半圆的圆心叫做球的球心,半圆的半径叫做球的半径,半圆的直径叫做球的直径.

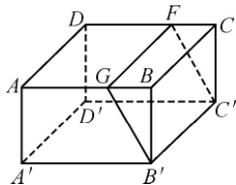
三、典型例题

例1 下图中的几何体哪些是棱柱?





变式 1 如图,过 $B'C'$ 的截面截去长方形的一角,所得的几何体是什么? 截去的几何体呢?



例 2 (教材第 8 页 1(2)) 下列命题正确的是 ()

A. 有两个面平行,其余各面都是四边形的几何体叫棱柱.

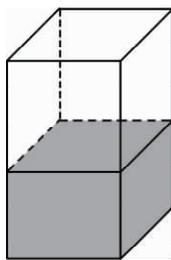
B. 有两个面平行,其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱.

C. 有两个面平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行的几何体叫棱柱.

D. 用一个平面去截棱锥,底面与截面之间的部分组成的几何体叫棱台.

变式 2 如图,将装有水的长方体水槽固定底面一边后倾斜一个小角度,则倾斜后水槽中的水形成的几何体是 ()

- A. 棱柱.
- B. 棱台.
- C. 棱柱与棱锥的组合体.
- D. 不能确定.



例 3 下列命题中错误的是 ()

A. 圆柱的轴截面是过母线的截面中面积最大的一个.

B. 圆锥的轴截面是所有过顶点的截面中面积最大的一个.

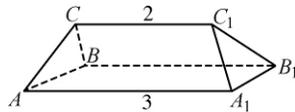
变式 3 设圆锥母线长为 l , 高为 $\frac{l}{2}$, 过圆锥的两条母线作一个截面, 则截面面积的最大值为 _____.

四、备选例题

例 1 若长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的一个顶点上的三条棱的长分别为 3, 4, 5, 则 ① 长方体对角线 $AC_1 =$ _____;

② 一个质点从长方体的一条对角线的一个端点 A 出发, 沿长方体表面运动到该对角线另一个端点 C_1 , 其最短路程是 _____.

例 2 如图几何体中, 四边形 AA_1B_1B 为边长为 3 的正方形, $CC_1 = 2$, $CC_1 \parallel AA_1$, $CC_1 \parallel BB_1$, 请你判断这个几何体是棱柱吗? 若是棱柱, 指出是几棱柱. 若不是棱柱, 请你试用一个平面截去一部分, 使剩余部分是一个侧棱长为 2 的三棱柱, 并指出截去的几何体的特征. 在立体图中画出截面.



五、小结与反思

§ 1.1.2 旋转体与简单组合体的结构特征

一、课标要求

1. 认识组成我们生活的世界的各种各样的旋转体;
2. 认识和把握圆柱、圆锥、圆台、球体的几何结构特征.

二、知识要点

(1) 简单组合体: 由 _____ 组合而成的几何体叫做简单组合体. 常见的简单组合体大多是由具有柱、锥、台、球等几何结构特征的物体组成的.

(2) 基本形式: 一种是由简单几何体 _____ 而成, 另一种是由简单几何体 _____ 或 _____ 一部分而成.



三、典型例题

例 1 说出下列对几何体的主要结构特征.



变式 1 说出下列几何体的主要结构特征.

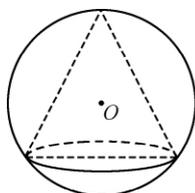


图1

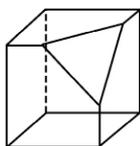


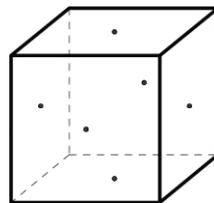
图2



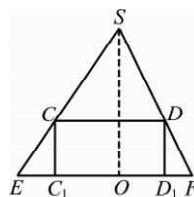
图3

例 2 将矩形绕其对角线 l 旋转一周, 指出所得几何体的结构特征.

变式 2 指出正方体的六个面的中心为顶点的几何体的结构特征.



例 3 圆锥底面半径为 1 cm , 高为 $\sqrt{2}\text{ cm}$, 其中有一个内接正方体, 求这个内接正方体的棱长.





变式 3 圆锥的底面半径为 r , 高为 h , 在此圆锥内有一个内接正方体, 则此正方体的棱长为 ()

A. $\frac{rh}{r+h}$

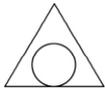
B. $\frac{2rh}{r+h}$

C. $\frac{2rh}{\sqrt{2}h+2r}$

D. $\frac{rh}{\sqrt{2}h+r}$

四、备选例题

例 1 一个三棱锥的各棱长均相等, 其内部有一个内切球, 即球与三棱锥的各面均相切(球在三棱锥的内部, 且球与三棱锥的各面只有一个交点), 过一条侧棱和对边的中点作三棱锥的截面, 所得截面图形是 ()



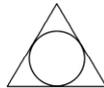
A



B



C



D

例 2 正四棱锥(棱锥底面是正方形, 侧面都是全等等腰三角形)有一个内接正方体, 它的顶点分别在正四棱锥的

底面内和侧棱上, 若棱锥的底面边长为 6, 高为 3, 求内接正方体的对角线长.

五、小结与反思

Four horizontal lines for writing reflections.





❖ 1.2 空间几何体的三视图和直观图 ❖

§ 1.2.1 ~ § 1.2.2 中心投影与平行投影、三视图

一、课标要求

1. 了解投影、中心投影和平行投影的概念；
2. 能画出简单几何体的三视图，能识别三视图所表示的立体模型.

二、知识要点

(1) 投影的定义

由于光的照射，在不透明物体后面的屏幕上可以留下这个物体的_____，这种现象叫做投影，其中，我们把光线叫做_____，把留下物体影子的屏幕叫做_____.

(2) 投影的分类

① 中心投影：光由_____向外散射形成的投影，叫做中心投影. 中心投影的投影线交于_____.

② 平行投影：在一束_____光线照射下形成的投影，叫做平行投影. 平行投影的_____是平行的. 在平行投影中，投影线正对着投影面时，叫做_____，否则叫做_____.

(3) 三视图的分类：

① 光线从几何体的前面向后面正投影，得到投影图，这种投影图叫做几何体的_____.

② 光线从几何体的左面向右面正投影，得到投影图，这种投影图叫做几何体的_____.

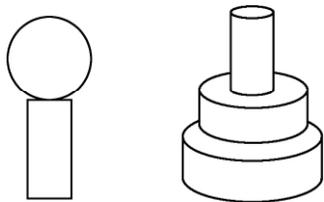
③ 光线从几何体的上面向下面正投影，得到投影图，这种投影图叫做几何体的_____.

(4) 三视图的特征：一个物体的三视图的排列规则是：俯视图放在正视图的_____，长度与_____的长度一样，侧视图放在正视图的右边，高度与_____的高度一样，宽度与_____的宽度一样.

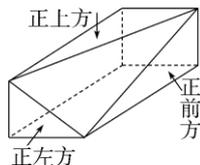
(5) 在绘制三视图的时候，分界线和可见轮廓线都用_____线画出，被遮挡部分用_____线画出.

三、典型例题

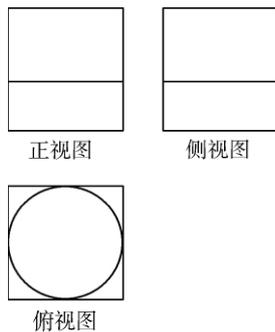
例 1 观察下列两个几何体，画出它们的三视图.



变式 1 如图所示，将一个长方体截去一部分，这个几何体的三视图是什么？

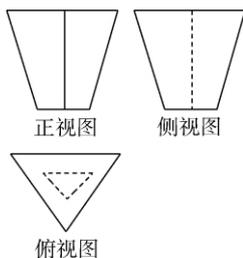


例 2 下图是简单组合体的三视图，想象它们表示的组合体的结构特征，并画出其示意图.





变式 2 说出下面的三视图表示的几何体的结构特征.

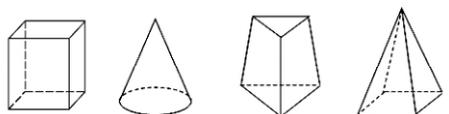


例 3 下列说法,其中正确的说法有 ()

- ①从投影角度看,三视图是在平行投影下画出的;
- ②平行投影的投影线互相平行,中心投影的投影线交于一点;
- ③空间图形经过中心投影后,直线变成直线,但平行线有可能变成相交了;
- ④如果一个三角形的平行投影仍是三角形,那么它的中位线的平行投影,一定是这个三角形的平行投影的中位线.

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

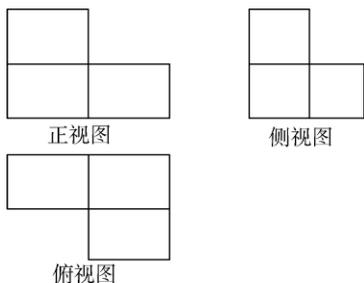
变式 3 下列几何体各自的三视图中,有且仅有两个视图相同的是 ()



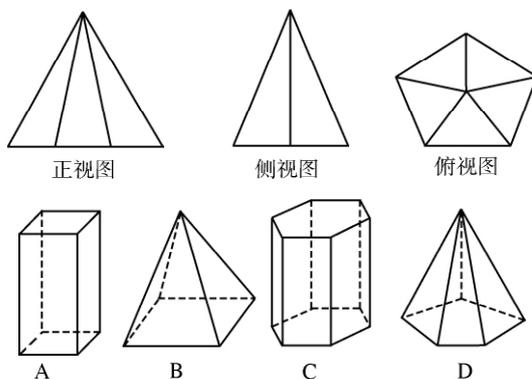
- ①正方体 ②圆锥 ③三棱台 ④正四棱锥
- A. ①② B. ①③
C. ①④ D. ②④

四、备选例题

例 1 下图是一个物体的三视图,试说出物体的形状.



例 2 下图中的三视图表示下面哪个几何体 ()



五、小结与反思

§ 1.2.3 空间几何体的直观图

一、课标要求

1. 掌握斜二测画法的作图规则.
2. 会用斜二测画法画出简单几何体的直观图.

二、知识要点

1. 用斜二测画法画水平放置的平面图形直观图的步骤:

(1) 在已知图形中取互相_____的 x 轴和 y 轴, 两轴相交于点 O . 画直观图时, 把它们画成对应的 x' 轴与 y' 轴, 两轴交于点 O' , 且使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$ (或 135°), 它们确定的平面表示水平面.

(2) 已知图形中平行于 x 轴或 y 轴的线段, 在直观图中分别画成_____于 x' 轴或 y' 轴的线段.

(3) 已知图形中平行于 x 轴的线段, 在直观图中保持原长度_____, 平行于 y 轴的线段, 长度为原来的_____.

2. 立体图形的直观图的画法

画立体图形的直观图, 在画轴时, 要多画一条与平面 $x'O'y'$ 垂直的轴 $O'z'$. 且平行于 $O'z'$ 的线段长度_____. 其他同平面图形的画法.



三、典型例题

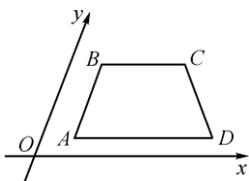
例 1 用斜二测画法画边长为 $4\sqrt{3}\text{cm}$ 的水平放置的正三角形的直观图.

变式 1 关于“斜二测画法”,下列说法不正确的是 ()

- A. 原图形中平行于 x 轴的线段,其对应线段平行于 x' 轴,长度不变.
- B. 原图形中平行于 y 轴的线段,其对应线段平行于 y' 轴,长度变为原来的 $\frac{1}{2}$.
- C. 画与直角坐标系 xOy 对应的 $x'O'y'$ 时, $\angle x'O'y'$ 必须是 45° .
- D. 在画直观图时,由于选轴的不同,所得的直观图可能不同.

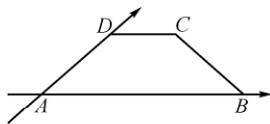
例 2 用斜二测画法画长、宽、高分别为 $4\sqrt{3}\text{cm}$ 、 $3\sqrt{3}\text{cm}$ 、 $2\sqrt{3}\text{cm}$ 的长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的直观图.

变式 2 具有如图所示直观图的平面图形 $ABCD$ 是 ()



- A. 等腰梯形.
- B. 直角梯形.
- C. 任意四边形.
- D. 平行四边形.

例 3 如图,一个平面图形的水平放置的斜二测直观图是一个等腰梯形,它的底角为 45° ,两腰和上底边长均为 1,求这个平面图形的面积.



变式 3 已知 $\triangle ABC$ 的平面直观图 $\triangle A'B'C'$ 是边长为 a 的正三角形,那么原 $\triangle ABC$ 的面积为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$
- B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$
- C. $\frac{\sqrt{6}}{2}a^2$
- D. $\sqrt{6}a^2$

四、备选例题

例 1 如下图 1 所示,梯形 $A'B'C'D'$ 是一平面图形 $ABCD$ 的直观图.若 $A'D' \parallel O'y'$, $A'B' \parallel C'D'$, $A'B' = \frac{2}{3}C'D' = 2$, $A'D' = O'D' = 1$.请画出原来的平面几何图形的形状,并求原图形的面积.

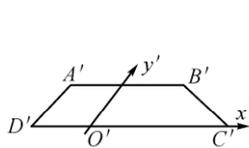


图 1

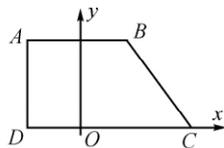


图 2

例 2 某几何体的一条棱长为 $\sqrt{7}$,在该几何体的正视图中,这条棱的投影是长为 $\sqrt{6}$ 的线段,在该几何体的侧视图与俯视图中,这条棱的投影分别是长为 a 和 b 的线段,则 $a^2 + b^2 =$ ()

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 20

五、小结与反思



❖ 1.3 空间几何体的表面积与体积 ❖

§ 1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积

一、课标要求

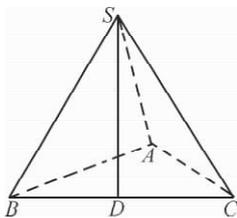
1. 通过对柱、锥、台体的研究,掌握柱、锥、台体的表面积的计算法;
2. 了解柱、锥、台体的表面积计算公式;能运用柱、锥、台的表面积公式进行计算和解决有关实际问题;
3. 培养学生空间想象能力和思维能力.

二、知识要点

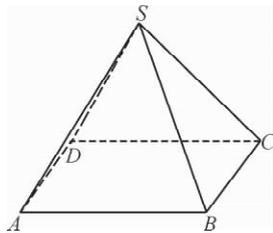
1. 棱柱、棱锥、棱台是由多个 _____ 围成的多面体,它们的表面积就是各个面的面积的 _____.
2. 圆柱、圆锥、圆台的侧面展开图分别是 _____、_____、_____.
3. (1) 圆柱:底面积: $S_{\text{底}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 侧面积: $S_{\text{侧}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 表面积: $S = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (2) 圆锥:底面积: $S_{\text{底}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 侧面积: $S_{\text{侧}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 表面积: $S = \underline{\hspace{2cm}}$.
 (3) 圆台:上底面面积: $S_{\text{上底}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 下底面面积: $S_{\text{下底}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 侧面积: $S_{\text{侧}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 表面积: $S = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、典型例题

例 1 已知棱长为 a , 各面均为等边三角形的四面体 $S-ABC$, 求它的表面积.



变式 1 已知棱长为 5, 底面为正方形, 各侧面均为正三角形的四棱锥 $S-ABCD$, 如图所示, 求它的表面积.



例 2 已知正四棱台(上、下底是正方形, 上底面的中心在下底面的投影是下底面中心)上底面边长为 6, 高和下底面边长都是 12, 求它的侧面积.

变式 2 在例 2 中, 把棱台还原成棱锥, 你能利用棱锥的有关知识求解吗?



例 3 一圆台形花盆,盆口直径 20 cm ,盆底直径 15 cm ,底部渗水圆孔直径 1.5 cm ,盆壁长 15 cm .为美化外表而涂油漆,若每平方米用 100 mL 油漆,涂 100 个这样的花盆需要多少油漆? (π 取 3.14 ,结果精确到 1 mL)

变式 3 圆台的上、下底面半径分别为 10 cm 和 20 cm .它的侧面展开图扇环的圆心角为 180° ,那么圆台的表面积是多少?(结果中保留 π)

四、备选例题

例 1 三棱柱的底面是边长为 4 的正三角形,侧棱长为 3,一条侧棱与底面相邻两边都成 60° 角,求此棱柱的侧面积.

例 2 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面边长都等于 2, A_1 在底面 ABC 上的射影为 BC 的中点,则三棱柱的侧面面积为_____.

五、小结与反思

§ 1.3.2 柱体、锥体、台体、球的体积与球的表面积

一、课标要求

1. 掌握柱体、锥体、台体的体积公式,会利用它们求有关几何体的体积;
2. 了解球的表面积与体积公式,并能应用它们求球的表面积及体积;
3. 会求简单组合体的体积及表面积.

二、知识要点

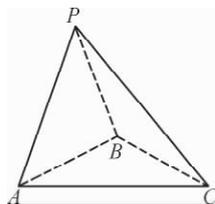
1. 柱体: $V_{\text{柱体}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (S 为底面面积, h 为高),
 $V_{\text{圆柱}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (r 为底面半径)
2. 锥体: $V_{\text{锥体}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (S 为底面面积, h 为高),
 $V_{\text{圆锥}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (r 为底面半径)

3. 台体: $V_{\text{台体}} = \underline{\hspace{2cm}}$
(S' , S 分别为上、下底面面积, h 为高),
 $V_{\text{圆台}} = \underline{\hspace{2cm}}$
(r' , r 分别为上、下底面半径)

4. (1) 球的体积球的半径为 R ,那么它的体积 $V = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) 球的表面积
球的半径为 R ,那么它的表面积 $S = \underline{\hspace{2cm}}$.

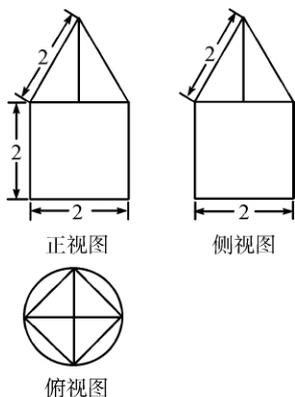
三、典型例题

例 1 如图所示的三棱锥 $P-ABC$ 的三条侧棱两两垂直, $PB=1$, $PA=\sqrt{3}$, $PC=\sqrt{6}$, 求其体积. (一直线和一平面内两相交直线垂直, 直线与平面垂直)





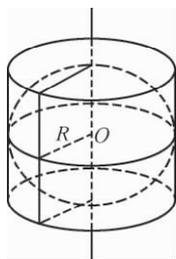
变式 1 一空间几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积为 ()



- A. $2\pi + 2\sqrt{3}$ B. $4\pi + 2\sqrt{3}$
 C. $2\pi + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $4\pi + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

例 2 如图,圆柱的底面直径与高都等于球的直径. 求证:

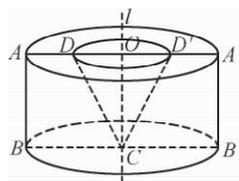
- (1) 球的体积等于圆柱体积的 $\frac{2}{3}$;
 (2) 球的表面积等于圆柱的侧面积.



变式 2 球与圆台的上、下底面及侧面都相切,且球面面积与圆台的侧面积之比为 3 : 4,则球的体积与圆台的体积之比为 ()

- A. 6 : 13 B. 5 : 14
 C. 3 : 4 D. 7 : 15

例 3 如图,梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AD = a$, $BC = 2a$, $\angle DCB = 60^\circ$,在平面 $ABCD$ 内过点 C 作 $l \perp CB$,以 l 为轴旋转一周. 求旋转体的表面积和体积.



变式 3 将例题中的条件改为在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 3$, $BC = 4$, $AB = 5$,以 AB 所在直线为轴,三角形面旋转一周形成一旋转体,求此旋转体的表面积和体积.

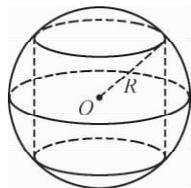
四、备选例题

例 1 如图所示,半径为 R 的半圆内的阴影部分以直径 AB 所在直线为轴,旋转一周得到一几何体,求该几何体的表面积(其中 $\angle BAC = 30^\circ$)及其体积.





例 2 如图,半径为 R 的球 O 中有一内接圆柱. 当圆柱的侧面积最大时,球的表面积与该圆柱的侧面积之差是 _____.



五、小结与反思



❖ 小结与复习 ❖

一、课标要求

①认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征,并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构.

②能画出简单空间图形(长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱等的简易组合)的三视图,能识别上述的三视图所表示的立体模型,会用斜二侧法画出它们的直观图.

③会用平行投影与中心投影两种方法,画出简单空间图形的三视图与直观图,了解空间图形的不同表示形式.

④会画某些建筑物的视图与直观图(在不影响图形特征的基础上,尺寸、线条等不作严格要求).

⑤了解球、棱柱、棱锥、台的表面积和体积的计算公式(不要求记忆公式).

二、知识要点

1. 棱柱的主要结构特征

①棱柱的各个侧面都是_____,所有侧棱都_____;

②直棱柱的各个侧面都是_____;

③正棱柱的各个侧面都是_____;

④棱柱的两个底面与平行于底面的截面是对应边互相平行的_____;

⑤过棱柱不相邻的两条侧棱的截面是_____.

2. 棱锥的结构特征

(1)棱锥的元素:底面、侧面、棱、侧棱、底边、高、斜高、对角面.

(2)棱锥的分类:按棱锥底面多边形分类:三棱锥、四棱锥、五棱锥……

(3)正棱锥:指底面是_____,并且顶点在底面的射影是_____的棱锥.

(4)棱锥的结构特征:如果棱锥被平行于底面的平面所截,那么所得截面与底面_____,截面面积与底面面积之比等于_____.

(5)正棱锥的结构特征

①正棱锥的各侧棱_____,各侧面都是_____,各侧面的斜高_____;

②正棱锥的高、斜高和斜高在底面内的射影组成一个直角三角形,正棱锥的高、侧棱、侧棱在底面内的射影也组成一个直角三角形.

3. 圆柱、圆锥、圆台的结构特征

分别以矩形一边、直角三角形一直角边、直角梯形中垂直于底边的腰所在的直线为旋转轴,其余各边旋转一周而形

成的曲面所围成的几何体分别叫做_____、_____、_____.

其中旋转轴叫做所围成的几何体的轴;在轴上的这条边叫做这个几何体的高;垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做这个几何体的底面;不垂直于轴的边旋转而成的曲面叫做这个几何体的侧面,无论旋转到什么位置,这条边都叫做侧面的母线.

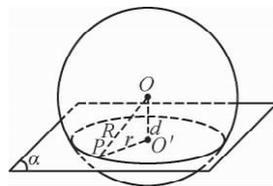
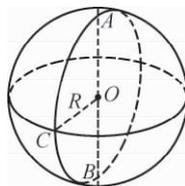
4. 棱台、圆台的特征

用平行于底面的平面去截棱锥、圆锥,截面与底面的部分叫做棱台、圆台.

5. 球

(1)一个_____围绕着它的直径所在的直线旋转一周所形成的曲面叫做球面,球面所围成的几何体叫做球.

形成球的半圆的圆心叫做球心,连接球面上一点和球心的线段叫球的半径,连接球面上两点且通过球心的线段叫球的直径.



(2)球的截面性质

①截面是一个圆面,我们过球心的圆叫做_____,不过球心的圆,叫做_____;

②球心和截面圆心的连线_____截面.球心到截面的距离 d 与球的半径 R 及截面圆的半径 r 之间的关系是:_____.

6. 投影、投影面、中心投影和平行投影

(1)中心投影

由于光的照射,在不透明物体后面的屏幕上可以留下这个物体的影子,这种现象叫做_____.其中,我们把光线叫做_____,把留下物体影子的屏幕叫做_____.我们把光由一点向外散射形成的投影,叫做_____.

(2)平行投影

我们把在一束平行光线照射下形成的投影,叫做_____.在平行投影中,投影线正对着投影面时,叫做_____,否则叫做_____.

(3)高中阶段的三视图与直观图主要用平行投影方式研究.

7. 三视图

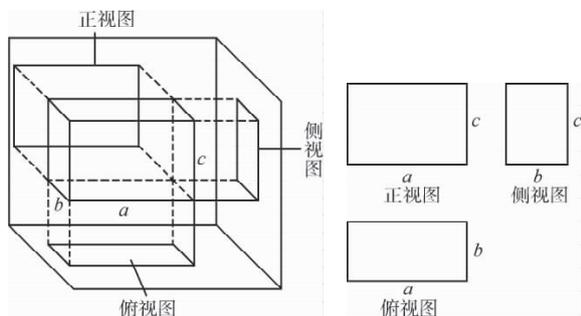
(1)正视图:光线从几何体的前面向后面正投影,得到投影图,这种投影图叫做几何体的_____.正视图又叫_____.



(2)侧视图:光线从几何体的左面向右面正投影,得到投影图,这种投影图叫做几何体的_____,侧视图又叫左视图.

(3)俯视图:光线从几何体的上面向下面正投影,得到投影图,这种投影图叫做几何体的_____.

几何体的正视图、侧视图和俯视图统称为几何体的_____.



8. 几何体的表面积

侧面积就是几何体侧面面积(其中棱柱、棱锥、棱台的侧面积是指各侧面面积之和),表面积是各个面的面积之和,即侧面积与底面积之和.将面展开成一个平面图形,称它的展开图,它的表面积就是展开图的面积.

(1)多面体的表面积

多面体的表面积就是各个面的面积之和.

一般地,我们可以把多面体展开成平面图形,利用求平面图形面积的方法来求多面体的表面积,这是空间问题平面化的思维方法,也是将空间问题转化为平面问题的化归思想.

特别地:①直棱柱的侧面积 $S=cl$ (其中 c 为底面周长,为侧棱长);

②若长方体的长、宽、高分别为 a, b, c ,则其表面积为 $S=$ _____.

③若正方体的棱长为 a ,则其表面积为 $S=6a^2$.

(2)旋转体的表面积(查阅教材,填空并理解旋转体表面积公式推导的思想方法)

①圆柱

设 r, l 分别为圆柱的底面半径和母线长,则其侧面展开图是一个_____,其侧面积为: $S_{\text{圆柱侧}}=$ _____ ;圆柱的全面积为: $S_{\text{圆柱}}=$ _____.

侧面积公式是 $S_{\text{圆柱侧}}=$ _____,表面积公式是 $S_{\text{圆柱表}}=$ _____.

②圆锥

设圆锥的母线长为 l ,底面半径为 r ,则其侧面展开图是一个_____,其侧面积为:

$S_{\text{圆锥侧}}=$ _____ ;全面积 $S_{\text{圆锥}}=$ _____.

③圆台

设圆台的上、下底面半径分别为 r', r ,母线长为 l ,其侧面展开图是一个_____,圆台的侧面积为 $S_{\text{圆台侧}}=$ _____ ;

圆台的全面积为 $S_{\text{圆台}}=$ _____.

④球

设球的半径为 R ,则球的表面积只与半径 R 有关,由半径 R 唯一确定,球的表面积公式为 $S=$ _____.

9. 几何体的体积

(1)柱体的体积公式

棱柱体和圆柱体统称为柱体.柱体的体积 $V_{\text{柱体}}=$ _____ (S 为底面面积, h 为高).

棱柱(圆柱)的高是指两底面之间的距离,即从一底面上任一点向另一个底面作垂线,此点与垂足(垂线与底面的交叉点)之间的距离.

(2)锥体的体积公式

棱锥体和圆锥体统称为锥体.锥体的体积 $V_{\text{锥体}}=$ _____ (S 为底面面积, h 为高).

棱锥(圆锥)的高是指从顶点向底面作垂线,顶点与垂足(垂线与底面的交叉点)之间的距离.

(3)台体体积公式

棱台体和圆台体统称台体.台体体积 $V_{\text{台体}}=$ _____ (其中 S', S 分别为上、下底面面积, h 为高).圆台(棱台)的高是指两个底面之间的距离.

(4)球的体积公式

设球的半径为 R ,则球的体积只与半径 R 有关,由半径 R 唯一确定,其体积公式为: $V=$ _____.

三、典型例题

例1 已知圆锥底面半径为 2,高为 $2\sqrt{2}$.若圆锥中有一个内接正方体(即正方体的下底面在圆锥的底面上,上底面的四个顶点在圆锥的侧面上),则这个内接正方体的棱长为_____.

变式1 若圆锥中有一个内接圆柱(即圆柱的下底面在圆锥的底面上,上底面在圆锥的侧面上),且该圆柱上底面过圆锥的高的中点,则该圆柱的侧面积为_____ ;夹在该圆柱上底面和圆锥下底面之间部分几何体的体积=_____.

例2 球面内接正四面体的棱长为 $2\sqrt{2}$,则球的表面积为_____.

变式2 在球面上有四个点 P, A, B, C ,如果 PA, PB, PC 两两垂直且 $PA = PB = PC = a$,则这个球的体积为_____.

例3 已知某三棱锥的三视图(单位:①cm②)如图所示,则该三棱锥的体积是 ()

