

总主编◎陈无极

2019

上海新高考试题  
分类汇编  
· 数学 ·

第一轮复习必刷题  
研习模拟题，探究新的命题规律  
分类汇编，吃透题目变换类型

主编◎陈无极

权威

必备

精准

 同济大学出版社  
TONGJI UNIVERSITY PRESS

## 图书在版编目(CIP)数据

2019 上海新高考试题分类汇编. 数学/陈无极主编.  
—上海: 同济大学出版社, 2018. 8  
ISBN 978-7-5608-8120-1

I. ①2… II. ①陈… III. ①中学数学课—高中—习题集—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 194840 号

---

---

## 2019 上海新高考试题分类汇编·数学

主编 陈无极

出品人 华春荣 策 划 赵俊丽 责任编辑 赵俊丽  
特约编辑 王小双 责任校对 徐春莲 封面设计 渲彩轩

---

出版发行 同济大学出版社 [www.tongjipress.com.cn](http://www.tongjipress.com.cn)  
(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

排版制作 南京展望文化发展有限公司

印 刷 浙江广育爱多印务有限公司

开 本 787 mm×1092 mm 1/16

印 张 15.5

字 数 387 000

版 次 2018 年 8 月第 1 版 2018 年 8 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-8120-1

---

定 价 48.00 元

---

---

本书若有印装质量问题,请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究

## 致 2019 年新高考考生

对中国学生而言,高考基本是进入大学的唯一途径.新高考改革是一场自上而下的招生制度大变革,身处在这个年代的中学生都要参与到这场改革的洪流中.

作为一名考生,首先,要有自己的人生规划和目标;其次,认清在新高考中取胜的关键因素;第三,在此基础上制定学习和选科方案,顺利进入大学.

人生规划和目标不是越早确立越好,但到了高中阶段,应该有大致的专业方向.学生可以按自己的人生规划方向参与课外实践活动,了解相关专业知识.中学时代试错的成本低,若进入大学学习或参加工作几年以后,才发现自己并不喜欢学习或从事的专业,试错的成本就会大大提高.新高考增加了“对学生进行综合素质评价”这一项,也是提醒学生不仅要埋头学习,也要抬头展望未来.综合素质评价面试环节旨在考查学生有无人生规划方向以及做了哪些努力来实现目标.这也是能否进入名校的最后一道门槛.

新高考改革的设计,按照“3+3”总分进行排序、录取.

“大三门”——语文、数学、外语总分 450 分,占到新高考可区分分值(540 分)的 83.3%,所以对于每一个考生来说都是重中之重.高考的目的在于为高校选拔人才,试卷整体难度不是很高,每科试卷学霸与非学霸分值的区分在 20 分以内.也就是说普通学生认认真真、扎扎实实地学习,考 120 多分并不是很难的事情.

“小三门”——“6(地理、历史、政治、生命科学、物理、化学)选 3”,每科可区分分值 30 分.等级考考试时间缩短至 60 分钟,考题难度大大降低.这就更需要学生扎扎实实学好课本基础知识,并按照考纲要求复习,千万不要追逐难题怪题.如等级考物理试卷,选择题全部为单项选择题,与旧高考中有不定项选择题相比,难度自然是降低的.另外,往年试卷中的实验压轴题、计算压轴题消失了,所以,如选考物理的考生在平时的练习中遇到历年的这类考题,可以统统跳过.深感学霸没有用武之地!“小三门”采取等级性考试成绩计入总分,会出现卷面分值差 1 分,而实际成绩差 3 分的现象,考生务必慎重对待!

新高考拉长了考试战线,采取了不同的计分方式,公布成绩也在不同的时间,所以对考生而言,选科技巧性因素和心理承受能力会影响最终的结果.考生在报考专业不受影响的前提下,可以在“+3”的等级考中选择有利于自己总分提高的组合.但是并不建议为了暂时的高分而避重就轻.人生是长跑,有些竞争无法避免就一定要设法应对.何况目前选考科目试题难度不高,普通学生完全有能力胜任.在“大三门”考试之前,考生已经知道了“小三门”的成绩,对有些考分不理想的考生会产生极大的心理压力而影响“大三门”考试的发挥.考生只有调整心态,轻松上阵,才能超常发挥,在余下的 83.3%的博弈中取胜.

2019 年的考生,已有两年的上海市一模二模试卷作指导.为了学生复习方便,配合第一轮

复习进度,特推出《2019 上海新高考试题分类汇编》丛书.从2017年开始上海市教育考试院不再印发真题材料,本丛书就成为了新高考“必刷”题,而分类汇编,有助于学生吃透新高考题型变换模式,让考生做到无论题型怎么变换,都能从容应对.

注:本书中加“★”的题目表示在“一模”“二模”试卷中重复出现.

编者  
2018年7月

# 目 录

## 第 1 章 集合与命题 / 1

- 1.1 集合 / 1
- 1.2 命题 / 2
- 1.3 充分条件与必要条件 / 2

## 第 2 章 不等式 / 4

- 2.1 解不等式 / 4
- 2.2 基本不等式 / 5
- 2.3 不等式的比较和证明 / 5

## 第 3 章 函数的基本性质 / 6

- 3.1 函数的三要素 / 6
- 3.2 函数的基本性质 / 7
- 3.3 基本初等函数 / 14
- 3.4 反函数 / 16

## 第 4 章 函数的综合问题 / 18

- 4.1 函数的根分布、恒成立问题 / 18
- 4.2 函数的图像问题 / 21
- 4.3 分段函数、迭代函数 / 23
- 4.4 函数应用题 / 24
- 4.5 新定义问题 / 30

## 第 5 章 三角比 / 37

- 5.1 三角比 / 37
- 5.2 解三角形 / 38
- 5.3 三角应用题 / 41

## 第 6 章 三角函数 / 45

- 6.1 三角函数的三要素及其基本性质 / 45

- 6.2 三角函数综合问题 / 49

- 6.3 反三角函数与三角方程 / 54

## 第 7 章 数列 / 56

- 7.1 等差、等比数列 / 56
- 7.2 求数列的和与通项公式 / 59
- 7.3 极限 / 63
- 7.4 数学归纳法 / 64
- 7.5 数列综合问题 / 65

## 第 8 章 向量 / 86

- 8.1 向量的运算和关系 / 86
- 8.2 向量的合成与分解 / 87

## 第 9 章 矩阵与行列式初步 / 89

- 9.1 矩阵 / 89
- 9.2 行列式 / 89

## 第 10 章 算法初步 / 92

## 第 11 章 解析几何(一) 直线 / 93

- 11.1 直线方程 / 93
- 11.2 线性规划 / 93

## 第 12 章 解析几何(二) 圆锥曲线 / 96

- 12.1 圆方程 / 96
- 12.2 圆锥曲线方程 / 97
- 12.3 圆锥曲线的性质 / 102
- 12.4 轨迹问题 / 105
- 12.5 直线和圆锥曲线相交的基本问题和基本方法 / 106
- 12.6 参数方程 / 127

**第 13 章 复数 / 128**

- 13.1 复数的概念和运算 / 128
- 13.2 复数的几何意义 / 129
- 13.3 实系数方程 / 130

**第 14 章 空间直线与平面 / 132**

- 14.1 直线与直线的关系 / 132
- 14.2 直线与平面的关系 / 132
- 14.3 平面与平面的关系 / 133
- 14.4 三视图 / 133
- 14.5 空间向量 / 136

**第 15 章 空间几何体 / 139**

- 15.1 多面体 / 139
- 15.2 旋转体 / 148

**第 16 章 排列组合与二项式定理 / 153**

- 16.1 排列组合 / 153

- 16.2 以排列组合为基础的简单概率问题 / 154

- 16.3 二项式定理 / 155

**第 17 章 概率论初步 / 157**

**第 18 章 基本统计方法 / 158**

**第 19 章 压轴小题 / 159**

- 19.1 不等式 / 159
- 19.2 函数 / 159
- 19.3 三角 / 162
- 19.4 数列 / 162
- 19.5 向量 / 163
- 19.6 解析几何 / 164
- 19.7 立体几何 / 165
- 19.8 其他 / 166

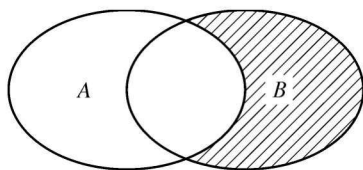
**参考答案 / 167**

# 第 1 章 集合与命题

## 1.1 集 合

1. (2018·杨浦·一模)已知集合  $A = \{1, 2, m\}$ ,  $B = \{3, 4\}$ . 若  $A \cap B = \{3\}$ , 则实数  $m =$  \_\_\_\_\_.
2. (2018·青浦·一模)设全集  $U = \mathbf{Z}$ , 集合  $M = \{1, 2\}$ ,  $P = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ , 则  $P \cap \complement_U M =$  \_\_\_\_\_.
3. (2018·金山·一模)若全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 2\}$ , 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_.
4. (2018·普陀·一模)设全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . 若集合  $A = \{3, 4, 5\}$ , 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_.
5. (2018·长宁、嘉定·一模)已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 5\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.
6. (2018·徐汇·一模)已知集合  $A = \{2, 3\}$ ,  $B = \{1, 2, a\}$ . 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $a =$  \_\_\_\_\_.
7. (2018·宝山·一模)已知集合  $A = \{2, 3, 4, 12\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.
8. (2018·浦东·一模)已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.
9. (2018·闵行·一模)已知集合  $P = \{x \mid 0 \leq x < 3, x \in \mathbf{Z}\}$ ,  $M = \{x \mid x^2 \leq 9\}$ , 则  $P \cap M =$  \_\_\_\_\_.
10. (2018·崇明·一模)已知集合  $A = \{1, 2, 5\}$ ,  $B = \{2, a\}$ . 若  $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.
11. (2018·奉贤·一模)已知全集  $U = \mathbf{N}$ , 集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , 集合  $B = \{3, 4, 5\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap B =$  \_\_\_\_\_.
12. (2018·黄浦·一模)已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid |x-1| > 1\}$ ,  $B = \left\{x \mid \frac{x-3}{x+1} < 0\right\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap B =$  \_\_\_\_\_.
13. (2018·虹口·二模)已知  $A = (-\infty, a]$ ,  $B = [1, 2]$ , 且  $A \cap B \neq \emptyset$ , 则实数  $a$  的范围是 \_\_\_\_\_.
14. (2018·崇明·二模)已知集合  $U = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ,  $A = \{-1, 0, 2\}$ , 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_.
15. (2018·长宁、嘉定·二模)已知集合  $A = \{1, 2, m\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ , 若  $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ ,

- 4}, 则实数  $m =$  \_\_\_\_\_.
16. (2018·黄浦·二模) 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, m\}$ , 若  $3 - m \in A$ , 则非零实数  $m$  的数值是\_\_\_\_\_.
17. (2018·宝山·二模) 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 若集合  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  $B = \{x \mid -1 < x < 2\}$ , 则  $A \cap (\complement_U B) =$  \_\_\_\_\_.
18. (2018·静安·一模) 设全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x \mid y = \log_3(1-x)\}$ ,  $B = \{x \mid |x-1| < 1\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap B =$  ( ).
- A.  $(0, 1]$                       B.  $(0, 1)$                       C.  $(1, 2)$                       D.  $[1, 2)$
19. (2018·杨浦·二模) 设  $A, B$  是非空集合, 定义:  $A \times B = \{x \mid x \in A \cup B \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$ . 已知  $A = \{x \mid y = \sqrt{2x-x^2}\}$ ,  $B = \{x \mid x > 1\}$ , 则  $A \times B$  等于( ).
- A.  $[0, 1] \cup (2, +\infty)$                       B.  $[0, 1) \cup (2, +\infty)$   
C.  $[0, 1]$                                       D.  $[0, 2]$
20. (2018·静安·二模) 设全集  $U = \mathbf{Z}$ , 集合  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ , 则图中阴影集合用列举法表示的结果是\_\_\_\_\_.



(第 20 题)

## 1.2 命 题

1. (2018·虹口·一模) 命题: “若  $x^2 = 1$ , 则  $x = 1$ ” 的逆否命题为( ).
- A. 若  $x \neq 1$ , 则  $x \neq 1$  或  $x \neq -1$                       B. 若  $x = 1$ , 则  $x = 1$  或  $x = -1$   
C. 若  $x \neq 1$ , 则  $x \neq 1$  且  $x \neq -1$                       D. 若  $x = 1$ , 则  $x = 1$  且  $x = -1$

## 1.3 充分条件与必要条件

1. (2018·青浦·一模) “ $a > b$ ” 是 “ $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 > ab$ ” 成立的( ).
- A. 充分而不必要条件                      B. 必要而不充分条件  
C. 充要条件                                      D. 既不充分又不必要条件
2. (2018·浦东·一模) 若实数  $x, y \in \mathbf{R}$ , 则命题甲 “ $\begin{cases} x+y > 4, \\ xy > 4 \end{cases}$ ” 是命题乙 “ $\begin{cases} x > 2, \\ y > 2 \end{cases}$ ” 的( ).
- A. 充分非必要条件                      B. 必要非充分条件  
C. 充要条件                                      D. 既非充分又非必要条件
3. (2018·徐汇·一模) 已知  $\alpha$  是  $\triangle ABC$  的一个内角, 则 “ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ” 是 “ $\alpha = 45^\circ$ ” 的( ).



- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
4. (2018·奉贤·一模)“ $x > 1$ ”是“ $x^2 > 1$ ”的( ).  
A. 充分非必要条件  
B. 必要非充分条件  
C. 充要条件  
D. 既非充分又非必要条件
5. (2018·长宁、嘉定·二模)“ $x = 2$ ”是“ $x \geq 1$ ”的( ).  
A. 充分非必要条件  
B. 必要非充分条件  
C. 充要条件  
D. 既非充分也非必要条件
6. (2018·浦东·二模)唐代诗人杜牧的七绝唐诗中有两句诗为:“今来海上升高望,不到蓬莱不成仙.”其中后一句中“成仙”是“到蓬莱”的( ).  
A. 充分条件  
B. 必要条件  
C. 充要条件  
D. 既非充分又非必要条件
7. (2018·崇明·二模)“ $x > 1$ ”是“ $2^x > 1$ ”的( ).  
A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件
8. (2018·松江、闵行·二模)“ $xy = 0$ ”是“ $x = 0$ 且 $y = 0$ ”成立的( ).  
A. 充分非必要条件  
B. 必要非充分条件  
C. 充要条件  
D. 既非充分也非必要条件
9. (2018·金山·一模)若非空集合  $A$ 、 $B$ 、 $C$  满足  $A \cup B = C$ , 且  $B$  不是  $A$  的子集, 则( ).  
A. “ $x \in C$ ”是“ $x \in A$ ”的充分条件但不是必要条件  
B. “ $x \in C$ ”是“ $x \in A$ ”的必要条件但不是充分条件  
C. “ $x \in C$ ”是“ $x \in A$ ”的充要条件  
D. “ $x \in C$ ”既不是“ $x \in A$ ”的充分条件也不是“ $x \in A$ ”的必要条件

## 第2章 不等式

### 2.1 解不等式

#### 2.1.1 解一元二次不等式

1. (2018·松江·一模) 已知集合  $A = \{x \mid 0 < x < 3\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 \geq 4\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.
2. (2018·徐汇·二模) 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 > 0\}$ , 则  $\complement_U A =$  \_\_\_\_\_.

#### 2.1.2 解分式不等式

1. (2018·浦东·二模) 不等式  $\frac{x}{x-1} < 0$  的解集为 \_\_\_\_\_.
2. (2018·崇明·一模) 不等式  $\frac{x}{x+1} < 0$  的解集是 \_\_\_\_\_.
3. (2018·金山·一模) 不等式  $\frac{x-1}{x} < 0$  的解集为 \_\_\_\_\_.
4. (2018·长嘉·一模) 不等式  $\frac{x}{x+1} \leq 0$  的解集为 \_\_\_\_\_.
5. (2018·浦东·一模) 不等式  $\frac{1}{x} < 1$  的解集为 \_\_\_\_\_.
6. (2018·宝山·一模) 不等式  $\frac{x+2}{x+1} > 1$  的解集为 \_\_\_\_\_.
7. (2018·奉贤·二模) 已知集合  $A = \left\{x \mid \frac{x}{x-2} < 0\right\}$ ,  $B = \{x \mid x \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.

#### 2.1.3 解含绝对值的不等式

1. (2018·普陀·一模) 不等式  $\frac{1}{|x-1|} \geq 1$  的解集为 \_\_\_\_\_.
2. (2018·青浦·二模) 不等式  $|x-3| < 2$  的解集为 \_\_\_\_\_.
3. (2018·黄浦·二模) 不等式  $|1-x| > 1$  的解集是 \_\_\_\_\_.

4. (2018·金山·二模)已知集合  $P = \{x | (x+1)(x-3) < 0\}$ ,  $Q = \{x | |x| > 2\}$ , 则  $P \cap Q =$  \_\_\_\_\_.

## 2.2 基本不等式

(无题目)

## 2.3 不等式的比较和证明

1. (2018·闵行·一模)若  $a > b > 0$ ,  $c < d < 0$ , 则一定有( ).
- |              |              |
|--------------|--------------|
| A. $ad > bc$ | B. $ad < bc$ |
| C. $ac < bd$ | D. $ac > bd$ |
2. (2018·崇明·一模)设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 若  $a > b$ , 则( ).
- |                                |                    |
|--------------------------------|--------------------|
| A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ | B. $\lg a > \lg b$ |
| C. $\sin a > \sin b$           | D. $2^a > 2^b$     |

## 第3章 函数的基本性质

### 3.1 函数的三要素

#### 3.1.1 定义域

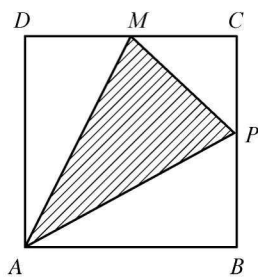
1. (2018·虹口·一模) 函数  $f(x) = \lg(2-x)$  的定义域是\_\_\_\_\_.
2. (2018·徐汇·一模) 函数  $f(x) = \sqrt{1-\lg x}$  的定义域为\_\_\_\_\_.
3. (2018·徐汇·二模) 函数  $f(x) = \lg(3^x - 2^x)$  的定义域为\_\_\_\_\_.
4. (2018·静安·二模) 函数  $y = \sqrt{\lg(x+2)}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

#### 3.1.2 值域

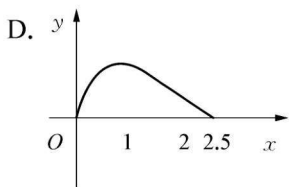
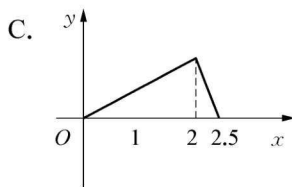
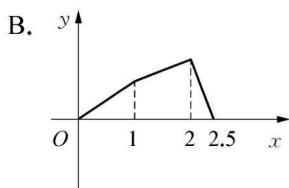
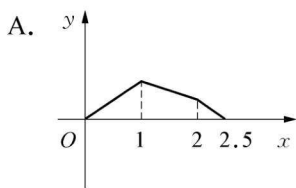
1. (2018·普陀·二模) 设  $M = \left\{ y \mid y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, x \in \mathbf{R} \right\}$ ,  $N = \left\{ y \mid y = \left(\frac{1}{m-1} + 1\right)(x-1) + (|m|-1)(x-2), 1 \leq x \leq 2 \right\}$ , 若  $N \subseteq M$ , 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

#### 3.1.3 表达式

1. (2018·长宁、嘉定·二模) 设点  $P$  在边长为1的正方形  $ABCD$  的边上运动,  $M$  是  $CD$  的中点, 则当  $P$  沿  $A-B-C-M$  运动时, 点  $P$  经过的路程  $x$  与  $\triangle APM$  的面积  $y$  的函数  $y = f(x)$  的图像的形状的大致图形是( ).



(第1题)



## 3.2 函数的基本性质

### 3.2.1 奇偶性

- (2018·虹口·一模)已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数,则  $f(-1) + f(0) + f(1) =$  \_\_\_\_\_.
- (2018·崇明·一模)已知函数  $y = f(x)$  是奇函数,当  $x < 0$  时,  $f(x) = 2^x - ax$ ,且  $f(2) = 2$ ,则  $a =$  \_\_\_\_\_.
- (2018·普陀·二模)若函数  $f(x) = \frac{1}{x - 2m + 1}$  是奇函数,则实数  $m =$  \_\_\_\_\_.
- (2018·黄浦·二模)若函数  $f(x) = \sqrt{8 - ax - 2x^2}$  是偶函数,则该函数的定义域是\_\_\_\_\_.
- (2018·杨浦·一模)给出下列函数:①  $y = \log_2 x$ ;②  $y = x^2$ ;③  $y = 2^{|x|}$ ;④  $y = \arcsin x$ ,其中图像关于  $y$  轴对称的函数的序号是( ).  
A. ①②                      B. ②③                      C. ①③                      D. ②④
- (2018·松江·一模)已知  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的偶函数,则“ $x_1 + x_2 = 0$ ”是“ $f(x_1) - f(x_2) = 0$ ”的( ).  
A. 充分而不必要条件                      B. 必要而不充分条件  
C. 充要条件                                  D. 既不充分也不必要条件
- (2018·徐汇·一模·改)已知函数  $f(x) = |x| + \frac{m}{x} - 3$  ( $m \in \mathbf{R}, x \neq 0$ ).判断函数  $y = f(x)$  的奇偶性,并说明理由.
- (2018·奉贤·一模·改)已知函数  $f(x) = \log_2(3+x) - \log_2(3-x)$ ,判断函数的奇偶性.

9. (2018·松江·一模·改) 已知函数  $f(x) = \left| 1 - \frac{a}{x} \right|$  ( $x \neq 0$ , 常数  $a \in \mathbf{R}$ ). 讨论函数  $f(x)$  的奇偶性, 并说明理由.
10. (2018·杨浦·一模) 已知函数  $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$  的定义域为集合  $A$ , 集合  $B = (a, a+1)$ , 且  $B \subseteq A$ .  
(1) 求实数  $a$  的取值范围;  
(2) 求证: 函数  $f(x)$  是奇函数但不是偶函数.
11. (2018·奉贤·二模) 已知函数  $f(x) = \frac{2^x}{k} + \frac{1}{2^x} - 1$  ( $k \neq 0, k \in \mathbf{R}$ ). 讨论函数  $f(x)$  的奇偶性, 并说明理由.
12. (2018·崇明·二模·改) 已知函数  $f(x) = \frac{2^x + a}{2^x + 1}, x \in \mathbf{R}$ . 根据  $a$  的不同取值, 讨论函数  $y = f(x)$  的奇偶性, 并说明理由.

## 3.2.2 单调性

1. (2018·松江·一模) 定义  $F(a, b) = \begin{cases} a, & a \leq b; \\ b, & a > b, \end{cases}$  已知函数  $f(x)$ 、 $g(x)$  的定义域都是  $\mathbf{R}$ ,

则下列四个命题中为真命题的是\_\_\_\_\_. (写出所有真命题的序号)

① 若  $f(x)$ 、 $g(x)$  都是奇函数, 则函数  $F(f(x), g(x))$  为奇函数

② 若  $f(x)$ 、 $g(x)$  都是偶函数, 则函数  $F(f(x), g(x))$  为偶函数

③ 若  $f(x)$ 、 $g(x)$  都是增函数, 则函数  $F(f(x), g(x))$  为增函数

④ 若  $f(x)$ 、 $g(x)$  都是减函数, 则函数  $F(f(x), g(x))$  为减函数

2. (2018·普陀·一模) “ $m > 0$ ”是“函数  $f(x) = |x(mx + 2)|$  在区间  $(0, +\infty)$  上为增函数”的( ).

A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充要条件

D. 既非充分也非必要条件

3. (2018·奉贤·二模) 已知函数  $f(x) = \frac{2^x}{k} + \frac{1}{2^x} - 1$  ( $k \neq 0, k \in \mathbf{R}$ ). 若  $f(x)$  在  $(-\infty, 0]$

上单调递减, 求实数  $k$  的取值范围.

4. (2018·崇明·二模·改) 已知函数  $f(x) = \frac{2^x + a}{2^x + 1}, x \in \mathbf{R}$ . 证明: 当  $a > 1$  时, 函数  $y = f(x)$  是减函数.

5. (2018 · 虹口 · 二模 · 改) 已知函数  $g(x) = \frac{x}{1-x^3}$ . 判断  $g(x)$  在  $(-1, \frac{-\sqrt[3]{4}}{2}]$  和  $[\frac{-\sqrt[3]{4}}{2}, 1)$  的单调性, 并说明理由.

6. (2018 · 虹口 · 二模 · 改) 已知函数  $f(x) = ax^3 + x - a$  ( $a \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}$ ), 函数  $g(x) = \frac{x}{1-x^3}$  在  $(-1, \frac{-\sqrt[3]{4}}{2}]$  上递减, 在  $[\frac{-\sqrt[3]{4}}{2}, 1)$  上递增. 证明: 函数  $f(x)$  存在零点  $q$ , 使得

$$a = q + q^4 + q^7 + \cdots + q^{3n-2} + \cdots$$

成立的充要条件是  $a \geq \frac{-\sqrt[3]{4}}{3}$ .

7. (2018 · 崇明 · 二模 · 改) 已知函数  $f(x) = \frac{2^x + 2}{2^x + 1}$ ,  $x \in \mathbf{R}$ . 当  $b < c$  时, 证明: 对任意  $d \in [f(c), f(b)]$ , 存在唯一的  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 使得  $f(x_0) = d$ , 且  $x_0 \in [b, c]$ .



### 3.2.3 单调性、奇偶性混合的问题

- (2018·浦东·一模)已知函数  $y = f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数,且在  $[0, +\infty)$  上是增函数,若  $f(a+1) \leq f(4)$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
- (2018·浦东·二模)已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数,且  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上是增函数,如果对于任意  $x \in [1, 2]$ ,  $f(ax+1) \leq f(x-3)$  恒成立,则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

### 3.2.4 对称性、周期性

- (2018·长宁、嘉定·一模)已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上且周期为 4 的偶函数,当  $x \in [2, 4]$  时,  $f(x) = \left| \log_4 \left( x - \frac{3}{2} \right) \right|$ , 则  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  的值为\_\_\_\_\_.
- (2018·徐汇·二模)若函数  $f(x) = \frac{2(x+1)^2 + \sin x}{x^2 + 1}$  的最大值和最小值分别为  $M, m$ , 则函数  $g(x) = (M+m)x + \sin[(M+m)x - 1]$  图像的一个对称中心是\_\_\_\_\_.
- (2018·虹口·一模)已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0; \\ f(x-2), & x > 0, \end{cases}$  则  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2017) = ( \quad )$ .  
 A. 2 017                      B. 1 513                      C.  $\frac{2017}{2}$                       D.  $\frac{3025}{2}$
- (2018·宝山·二模)若函数  $f(x) (x \in \mathbf{R})$  满足  $f(-1+x)$ 、 $f(1+x)$  均为奇函数,则下列四个结论正确的是( ).  
 A.  $f(-x)$  为奇函数                      B.  $f(-x)$  为偶函数  
 C.  $f(x+3)$  为奇函数                      D.  $f(x+3)$  为偶函数
- (2018·青浦·二模)已知函数  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的偶函数,对于任意  $x \in \mathbf{R}$  都有  $f(x+6) = f(x) + f(3)$  成立,当  $x_1, x_2 \in [0, 3]$ , 且  $x_1 \neq x_2$  时,都有  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ . 给出以下三个命题:  
 ① 直线  $x = -6$  是函数  $f(x)$  图像的一条对称轴;  
 ② 函数  $f(x)$  在区间  $[-9, -6]$  上为增函数;  
 ③ 函数  $f(x)$  在区间  $[-9, 9]$  上有五个零点.  
 以上命题中正确的个数是( ).  
 A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3
- (2018·普陀·二模·改)定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足:对任意的实数  $x$ , 存在非零常数  $t$ , 都有  $f(x+t) = -tf(x)$  成立. 设函数  $f(x)$  的值域为  $[-a, a]$ , 证明:函数  $f(x)$  为周期函数.