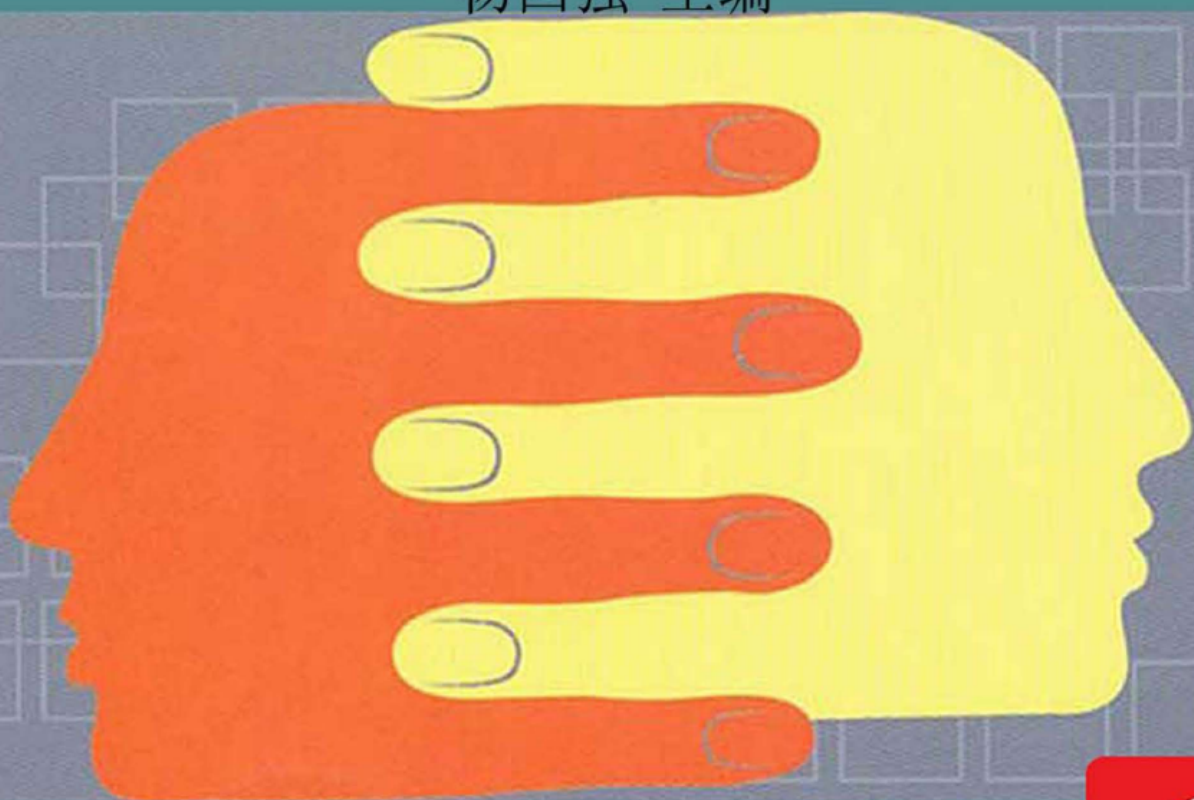


# 数学初高中衔接导学

杨国强 主编



四川大学出版社



## 写在前面的话

茂县中学是一所有着 76 年办学历史的新学校。

谓之“新”，因其经历汶川“5·12”特大地震后，学校搬迁新址由山西省援建，是一所全新的学校；也因其经历几番起落沉浮，正以崭新的姿态迈向充满希望的新征程。

艰难中充满信心，困境中充满希望。新老茂中一批批教师经历一次次的荣光和困苦，始终耕耘在三尺讲台，坚守茂县中学精益求精的钻研精神，坚守不甘人后的进取精神，坚守校兴我兴的团队精神。

多年来，新老茂中的教师团队清楚地认识到初高中衔接学习的重要性，一直在寻求最适合学生实际、最适合学生学习发展的衔接教材。经茂中教师及团队认真研究、交流、几易其稿得以出版的衔接教材体系更完善、知识安排更精准、习题设置更精练。此次出版的衔接教材既是学校教研工作的一次全面突破，又是茂中教师教学科研的一次综合检验，也是培养教师成长和校本教材研究的一次全新尝试。

茂县中学陈光德名师工作室负责编写了物理篇，杨国强名师工作室负责编写了数学篇，余学华老师为主研人的课题组和陈忠美老师编写了化学篇，邹绍敏老师编写了语文篇、杨发茂老师编写了英语篇……字里行间饱含着编写者的辛勤汗水，凝聚着茂中人的集体智慧，是茂县中学教师团队勤钻研、乐奉献的成果。值此，谨向付出辛勤劳动的老师们表示诚挚的感谢和美好祝愿！

我相信，本套教材会让每一个茂中高一学子喜欢，会学有所获，能顺利过渡并适应高中阶段学习生活；我相信，不久的将来，有更多的师生在茂县中学成就自我，助力茂县教育腾飞。

“积土而为山、积水而为海”，愿茂县中学的教学改革一直在路上。

谭 平

二〇一八年五月十四日

# 目 录

第 1 章 因式分解 .....	1
1.1 提公因式法和分组分解法 .....	1
1.2 公式法 .....	4
1.3 十字相乘法 .....	8
1.4 三次或三次以上多项式因式分解 .....	10
第 1 章 参考答案 .....	13
第 2 章 一元二次方程 .....	16
2.1 一元二次方程 .....	16
2.1.1 一元二次方程 .....	16
2.1.2 含参数的一元二次方程 .....	17
2.2 解一元二次方程 .....	19
2.2.1 配方法 .....	19
2.2.2 公式法 .....	22
2.2.3 因式分解法 .....	24
2.2.4 一元二次方程的根与系数的关系 .....	26
2.2.5 含参数的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解法 .....	30
第 2 章 参考答案 .....	34
第 3 章 二次函数的图象和性质 .....	47
第 3 章 参考答案 .....	52
第 4 章 解不等式 .....	53
4.1 一元二次不等式的解法 .....	53
4.2 含绝对值的不等式的解法 .....	59
第 4 章 参考答案 .....	64
第 5 章 二次根式及指数运算 .....	67
5.1 分母、分子有理化 .....	67
5.2 整数指数幂的运算 .....	71
第 5 章 参考答案 .....	73
综合试题 (一) .....	76
综合试题 (一) 答案 .....	80
综合试题 (二) .....	82
综合试题 (二) 答案 .....	86

# 第 1 章 因式分解

把一个多项式化为几个整式的积的形式，叫作因式分解。它是多项式乘法的逆运算。因式分解是代数运算中一种重要的恒等变形，它与整式乘法是相反方向的变形，在解不等式、方程、分式运算及各种恒等变形中起到非常重要的作用，是进入高中阶段后必须熟练掌握的一项基本技能。

因式分解的方法比较多，除了在初中教材中要求掌握的提公因式法、平方公式法（平方差公式和完全平方公式）外，在高中阶段我们还要求熟练掌握立方公式法（立方和与立方差公式）、十字相乘法和分组分解法。

常用因式分解方法：

- (1) 提公因式法： $am + bm = m(a + b)$ ；
- (2) 公式法：运用乘法公式进行逆推；
- (3) 十字相乘法；
- (4) 分组分解法。

因式分解法的一般步骤：

- (1) 一提：首先看多项式能不能提公因式；
- (2) 二用：看能不能用公式法或十字相乘法等其他方法分解；
- (3) 三查：检查是否已经进行到每一个多项式都不能再分解为止。

## 1.1 提公因式法和分组分解法

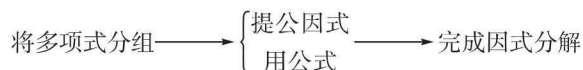
知识回顾

### 1. 提公因式法

$$am + bm = m(a + b)$$

### 2. 分组分解法

分组分解法的基本模式：



分组分解法一般适用于不能直接用其他方法进行因式分解时，在分组分解中，合理的分组是解决问题的关键，分组要有明确的目的性（如：分组后能提取公因式或能用公式等），必须保证分组后能进一步分解因式。

### 新课讲解

例 1: 分解因式.

$$(1) 2a(y-z) - 3b(z-y);$$

$$(2) x^2(a^2 - b^2) + y^2(b^2 - a^2).$$

$$\begin{aligned} \text{解: (1) 原式} &= 2a(y-z) + 3b(y-z) \\ &= (y-z)(2a+3b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 原式} &= x^2(a^2 - b^2) - y^2(a^2 - b^2) \\ &= (a^2 - b^2)(x^2 - y^2) \\ &= (a+b)(a-b)(x+y)(x-y) \end{aligned}$$

例 2: 把  $a^2x + a^2y + b^2x + b^2y$  分解因式.

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= a^2(x+y) + b^2(x+y) \\ &= (x+y)(a^2 + b^2) \end{aligned}$$

想一想: 你还有其他的分组办法吗?

例 3: 在实数范围内分解因式.

$$(1) a^4b + 2a^3b^2 - a^2b - 2ab^2;$$

$$(2) ab(c^2 - d^2) + cd(a^2 - b^2).$$

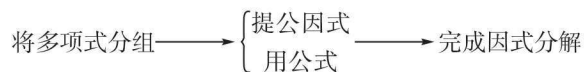
$$\begin{aligned} \text{解: (1) } &a^4b + 2a^3b^2 - a^2b - 2ab^2 \\ &= ab(a^3 + 2a^2b - a - 2b) \\ &= ab[(a^3 + 2a^2b) - (a + 2b)] \\ &= ab[a^2(a + 2b) - (a + 2b)] \\ &= ab[(a + 2b)(a^2 - 1)] \\ &= ab(a + 2b)(a + 1)(a - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) } &ab(c^2 - d^2) + cd(a^2 - b^2) \\ &= abc^2 - abd^2 + a^2cd - b^2cd \\ &= (abc^2 + a^2cd) - (abd^2 + b^2cd) \\ &= ac(bc + ad) - bd(ad + bc) \\ &= (ad + bc)(ac - bd) \end{aligned}$$

### 总结

(1) 提公因式法:  $am + bm = m(a + b)$ ;

(2) 分组分解法的基本模式:



## 习题 1.1

## A 组

1. 填空题.

(1) 若  $xy=2$ , 则  $[x(x^2y^2-xy)-y(x^2-x^3y)]\div 5x^2y = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 不解方程组  $\begin{cases} 2x+y=6 \\ x-3y=1 \end{cases}$ , 则  $7y(x-3y)^2-2(3y-x)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 把下列各式分解因式.

(1)  $4x^2-y^2+2x-y$ ;

(2)  $x^4y+2x^3y^2-x^2y-2xy^2$ ;

(3)  $x^2+x-(y^2+y)$ ;

(4)  $ab(x^2-y^2)+xy(a^2-b^2)$ .

## B 组

1. 把下列各式分解因式.

(1)  $x^4y-xy$ ;

(2)  $(a^2+b^2)x^2-a^2-b^2$ ;

(3)  $x^2(x+1)-y(xy+x)$ ;

(4)  $5x^2-15x+2xy-6y$ .

2. 在实数范围内分解因式.

(1)  $mx^2-2mxy+my^2-5x+5y$ ;

(2)  $(1-m^2)(1-n^2)-4mn$ .

3. )  $a+b=0$ , 求  $a^3-2b^3+a^2b-2ab^2$  的值.

4. 试说明  $81^7-27^9-9^{13}$  必能被 45 整除.

## 1.2 公式法

### 知识回顾

用于因式分解的常用公式:

(1) 完全平方公式:  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ ;

(2) 平方差公式:  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ;

(3) 立方和公式:  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ;

(4) 立方差公式:  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ ;

(5) 三数和平方公式:  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac = (a+b+c)^2$ ;

(6) 两数和立方公式:  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$ ;

(7) 两数差立方公式:  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3$ .

### 新课讲解

例 1: 分解下列因式.

$$(1) 8x^3 - \frac{1}{125};$$

$$(2) 4a^2 - 4ab + b^2 - 1;$$

$$(3) m^2(x+y)^3 - m^2n^3;$$

$$(4) x^7 - xy^6.$$

解: (1)  $8x^3 - \frac{1}{125}$

$$= (2x)^3 - \left(\frac{1}{5}\right)^3$$

$$= \left(2x - \frac{1}{5}\right) \left[ (2x)^2 + 2x \times \frac{1}{5} + \left(\frac{1}{5}\right)^2 \right]$$

$$= \left(2x - \frac{1}{5}\right) \left(4x^2 + \frac{2x}{5} + \frac{1}{25}\right)$$

(2)  $4a^2 - 4ab + b^2 - 1$

$$= (4a^2 - 4ab + b^2) - 1$$

$$= (2a - b)^2 - 1$$

$$= [(2a - b) + 1][(2a - b) - 1]$$

$$= (2a - b + 1)(2a - b - 1)$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & m^2(x+y)^3 - m^2n^3 \\
 &= m^2[(x+y)^3 - n^3] \\
 &= m^2[(x+y) - n][(x+y)^2 + n(x+y) + n^2] \\
 &= m^2(x+y-n)(x^2 + 2xy + y^2 + nx + ny + n^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & x^7 - xy^6 \\
 &= x(x^6 - y^6) \\
 &= x(x^3 + y^3)(x^3 - y^3) \\
 &= x(x+y)(x^2 - xy + y^2)(x-y)(x^2 + xy + y^2)
 \end{aligned}$$

例 2: 把下列各式分解因式.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2; & (2) \quad & (x^2y^2 + 1)^2 - 4x^2y^2; \\
 (3) \quad & a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - 2\sqrt{2}; & (4) \quad & 1 - a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2bc - 2ac.
 \end{aligned}$$

解: (1)  $(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$

$$\begin{aligned}
 &= (x^2 + y^2 + 2xy)(x^2 + y^2 - 2xy) \\
 &= (x+y)^2(x-y)^2
 \end{aligned}$$

(2)  $(x^2y^2 + 1)^2 - 4x^2y^2$

$$\begin{aligned}
 &= (x^2y^2 + 1 + 2xy)(x^2y^2 + 1 - 2xy) \\
 &= (xy+1)^2(xy-1)^2
 \end{aligned}$$

(3)  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - 2\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}
 &= (a-b)^3 - (\sqrt{2})^3 \\
 &= [(a-b) - \sqrt{2}][(a-b)^2 + \sqrt{2}(a-b) + 2] \\
 &= (a-b-\sqrt{2})(a^2 + b^2 - 2ab + \sqrt{2}a - \sqrt{2}b + 2)
 \end{aligned}$$

(4)  $1 - a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2bc - 2ac$

$$\begin{aligned}
 &= 1 - (a+b+c)^2 \\
 &= (1+a+b+c)(1-a-b-c)
 \end{aligned}$$

例 3: 化简求值.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 850^2 - 1700 \times 848 + 848^2; \\
 (2) \quad & 2998^2 + 2998 \times 4 + 4; \\
 (3) \quad & \text{若 } a+b=3, \text{ 求 } 2a^2 + 4ab + 2b^2 - 6 \text{ 的值.}
 \end{aligned}$$

解: (1)  $850^2 - 1700 \times 848 + 848^2$

$$\begin{aligned}
 &= 850^2 - 2 \times 850 \times 848 + 848^2 \\
 &= (850 - 848)^2 \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

(2)  $2998^2 + 2998 \times 4 + 4$

$$\begin{aligned}
 &= 2998^2 + 2 \times 2 \times 2998 + 2^2 \\
 &= (2998 + 2)^2 \\
 &= 9 \times 10^6
 \end{aligned}$$

(3) 因为  $a+b=3$



$$\begin{aligned}
 &\text{所以, } 2a^2 + 4ab + 2b^2 - 6 \\
 &= 2(a^2 + 2ab + b^2) - 6 \\
 &= 2(a + b)^2 - 6 \\
 &= 2 \times 3^2 - 6 \\
 &= 12
 \end{aligned}$$

### 总结

熟练掌握几个常用公式，灵活选择相应公式进行分解.

### 习题 1.2

#### A 组

1. 在实数范围内把下列各式分解因式.

(1)  $3m(2x - y)^2 - 3mn^2$ ;

(2)  $a^3 - 9a$ ;

(3)  $(a - b)b^2 - 4(a - b)$ ;

(4)  $8x^3y^3 - \frac{1}{125}$ .

2. 把下列各式在实数范围内分解因式.

(1)  $x^3 - 8y^3 - x^2 - 2xy - 4y^2$ ;

(2)  $a^2 + 3a + b^2 + 3b + c^2 + 3c + 2ab + 2bc + 2ac$ ;

(3)  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - 64$ ;

(4)  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ac - 1$ .

## B组

1. 在实数范围内分解因式.

(1)  $4x^2 - y^2$ ;

(2)  $-16 + a^2b^2$ ;

(3)  $\frac{x^2}{100} - 25y^2$ ;

(4)  $(x+2y)^2 - (x-y)^2$ ;

(5)  $x^2 - 3$ ;

(6)  $x^4 - 4$ .

2. 分解因式.

(1)  $3x^2 - 15$ ;

(2)  $m^3 - m$ ;

(3)  $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ac - 3$ ;

(4)  $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ .

3. (1) 若  $a - b = 1$ , 求代数式  $a^2 - b^2 - 2b$  的值;

(2) 已知  $x + y = 3$ ,  $xy = 2$ , 求  $x^3 + y^3$  的值.

## 挑战自我

老师在黑板上写出三个算式:  $5^2 - 3^2 = 8 \times 2$ ,  $9^2 - 7^2 = 8 \times 4$ ,  $15^2 - 3^2 = 8 \times 27$ . 王华接着又写了两个具有同样规律的算式:

$$11^2 - 5^2 = 8 \times 12, 15^2 - 7^2 = 8 \times 22, \dots$$

(1) 请你再写出两个 (不同于上面算式) 具有上述规律的算式;

(2) 用文字写出反映上述算式的规律;

(3) 证明这个规律的正确性.

### 1.3 十字相乘法

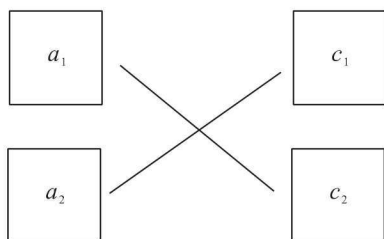
#### 知识回顾

利用十字相乘法分解因式，实质上是逆用  $(a_1x+c_1)(a_2x+c_2)=a_1a_2x^2+(a_1c_2+a_2c_1)x+c_1c_2$  竖式乘法法则，反过来，就得到

$$a_1a_2x^2+(a_1c_2+a_2c_1)x+c_1c_2=(a_1x+c_1)(a_2x+c_2)$$

它的一般规律是：

对于二次三项式  $ax^2+bx+c$ ，将二次项的系数  $a$  分解成  $a_1a_2$ ，常数项  $c$  分解成  $c_1c_2$  ( $a=a_1a_2, c=c_1c_2$ )，并且把  $a_1, a_2, c_1, c_2$  排列成：



这里按斜线交叉相乘，再相加的和  $a_1c_2+a_2c_1$  就是一次项系数  $b$ 。

像这种借助画十字交叉线分解系数，把二次三项式分解因式的方法，通常叫作十字相乘法。

分解步骤：①竖分二次项与常数项；

②交叉相乘，和相加；

③检验确定，横写因式。

顺口溜：竖分常数交叉验，横写因式不能乱。

#### 新课讲解

例 1：把下列各式分解因式。

(1)  $x^2-7x-8$ ;

(2)  $x^2+2x-8$ ;

(3)  $3x^2-5x+2$ ;

(4)  $3x^2+5x+2$ 。

解：(1)  $x^2-7x-8$

(2)  $x^2+2x-8$

$=(x+1)(x-8)$

$=(x-2)(x+4)$

(3)  $3x^2-5x+2$

(4)  $3x^2+5x+2$

$=(x-1)(3x-2)$

$=(x+1)(3x+2)$

例 2：在实数范围内分解因式。

(1)  $6x^2-11x+3$ ;

(2)  $7(x+y)^2-5(x+y)-2$ ;

(3)  $10m^2n^2-5mn-5$ ;

(4)  $16a^2+6\sqrt{3}ab-3b^2$

解：(1)  $6x^2-11x+3$

(2)  $7(x+y)^2-5(x+y)-2$

$=(3x-1)(2x-3)$

$=[(x+y)-1][7(x+y)+2]$

$=(x+y-1)(7x+7y+2)$

$$(3) 10m^2n^2 - 5mn - 5 \\ = 5(mn - 1)(2mn + 1)$$

$$(4) 16a^2 + 6\sqrt{3}ab - 3b^2 \\ = (2a + \sqrt{3}b)(8a - \sqrt{3}b)$$

**总结**

分解步骤：①竖分二次项与常数项；

②交叉相乘，和相加；

③检验确定，横写因式.

顺口溜：竖分常数交叉验，横写因式不能乱.

**习题 1.3****A 组**

1. 把下列各式分解因式.

$$(1) x^2 + 8x + 12;$$

$$(2) x^2 - 11x - 12;$$

$$(3) x^2 - 7x + 12;$$

$$(4) x^2 - 4x - 12;$$

$$(5) x^2 + 13x + 12;$$

$$(6) x^2 - x - 12.$$

2. 在实数范围内分解因式.

$$(1) 12x^2 + 5x - 3;$$

$$(2) 3x^2 - 16xy - 12y^2;$$

$$(3) 5(x+y)^2 - 3(x+y) - 2;$$

$$(4) 8a^2 - 26ab + 15b^2.$$

**B 组****一、选择题**

1.  $x^2 - px + q = (x+a)(x+b)$ , 那么  $p$  等于( ).

A.  $ab$

B.  $a+b$

C.  $-ab$

D.  $-(a+b)$

2.  $x^2 + (a+b)x + 5b = x^2 - x - 30$ , 则  $b$  为( ).

A. 5

B. -6

C. -5

D. 6

3. 多项式  $x^2 - 3x + a$  可分解为  $(x-5)(x-b)$ , 则  $a, b$  的值分别为( ).

A. 10 和 -2

B. -10 和 2

C. 10 和 2

D. -10 和 -2

4. 不能用十字相乘法分解的是( ).

A.  $x^2+x-2$

B.  $3x^2-10x+3$

C.  $4x^2+x+2$

D.  $5x^2-6xy-8y^2$

5. 分解结果等于 $(x+y-4)(2x+2y-5)$ 的多项式是( ).

A.  $2(x+y)^2-13(x+y)+20$

B.  $(2x+2y)^2-13(x+y)+20$

C.  $2(x+y)^2+13(x+y)+20$

D.  $2(x+y)^2-9(x+y)+20$

## 二、填空题

1. 分解因式： $x^2+3x-10=$ \_\_\_\_\_.

2. 若  $m^2-5m-6=(m+a)(m-b)$ , 则  $a=$ \_\_\_\_\_,  $b=$ \_\_\_\_\_.

3.  $2x^2-5x-3=(x-3)($ \_\_\_\_\_).

4.  $x^2+$ \_\_\_\_\_  $-2y^2=(x-y)($ \_\_\_\_\_).

三、把下列各式分解因式.

(1)  $x^2-7x+6$ ;

(2)  $3x^2+2x-1$ ;

(3)  $4x^2-5x-9$ ;

(4)  $15x^2-23x+8$ ;

(5)  $x^4+11x^2-12$ ;

(6)  $x^4-10x^2+9$ ;

(7)  $7(x+y)^3-5(x+y)^2-2(x+y)$ ;

(8)  $(a^2+8a)^2+22(a^2+8a)+120$ .

## 1.4 三次或三次以上多项式因式分解

### 知识回顾

对于三次或三次以上的多项式的因式分解, 它没有固定的方法, 主要是对前面各种方法的一个综合应用, 一般遵循的原则为: 先对多项式进行适当变形或分组, 以达到提取公因式或应用公式的目的, 从而进行进一步因式分解.

### 新课讲解

例 1: 分解因式:  $4x^4+1$ .

解:  $4x^4+1$

$$=4x^4+4x^2+1-4x^2$$

$$=(2x^2+1)^2-(2x)^2$$

$$=(2x^2+1+2x)(2x^2+1-2x)$$

例 2: 因式分解:  $9a^4 - 4a^2 + 4a - 1$ .

$$\begin{aligned} \text{解: } 9a^4 - 4a^2 + 4a - 1 &= 9a^4 - (4a^2 - 4a + 1) \\ &= 9a^4 - (2a - 1)^2 \\ &= (3a^2 + 2a - 1)(3a^2 - 2a + 1) \\ &= (a + 1)(3a - 1)(3a^2 - 2a + 1) \end{aligned}$$

例 3: 在实数范围内把下列各式分解因式.

- (1)  $x^4 - 7x^2 + 1$ ;
- (2)  $x^4 + x^2 + 2ax + 1 - a^2$ ;
- (3)  $(1 + y)^2 - 2x^2(1 - y^2) + x^4(1 - y)^2$ ;
- (4)  $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ .

分析: (1) 首先把  $-7x^2$  变为  $2x^2 - 9x^2$ , 然后多项式变为  $x^4 + 2x^2 + 1 - 9x^2$ , 最后利用完全平方公式和平方差公式分解因式即可求解;

(2) 首先把多项式变为  $x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 + 2ax - a^2$ , 然后利用公式法分解因式即可求解;

(3) 首先把  $-2x^2(1 - y^2)$  变为  $-2x^2(1 + y)(1 - y)$ , 然后利用完全平方公式分解因式即可求解;

(4) 首先把多项式变为  $x^4 + x^3 + x^2 + x^3 + x^2 + x + x^2 + x + 1$ , 然后三个一组提取公因式, 最后提取公因式即可求解.

$$\begin{aligned} \text{解: (1) } x^4 - 7x^2 + 1 &= x^4 + 2x^2 + 1 - 9x^2 \\ &= (x^2 + 1)^2 - (3x)^2 \\ &= (x^2 + 3x + 1)(x^2 - 3x + 1) \\ \text{(2) } x^4 + x^2 + 2ax + 1 - a^2 &= x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 + 2ax - a^2 \\ &= (x^2 + 1)^2 - (x - a)^2 \\ &= (x^2 + x + 1 - a)(x^2 - x + 1 + a) \\ \text{(3) } (1 + y)^2 - 2x^2(1 - y^2) + x^4(1 - y)^2 &= (1 + y)^2 - 2x^2(1 + y)(1 - y) + x^4(1 - y)^2 \\ &= (1 + y)^2 - 2x^2(1 + y)(1 - y) + [x^2(1 - y)]^2 \\ &= [(1 + y) - x^2(1 - y)]^2 \\ &= (1 + y - x^2 + x^2y)^2 \\ \text{(4) } x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1 &= x^4 + x^3 + x^2 + x^3 + x^2 + x + x^2 + x + 1 \\ &= x^2(x^2 + x + 1) + x(x^2 + x + 1) + x^2 + x + 1 \\ &= (x^2 + x + 1)^2 \end{aligned}$$

### 总结

一般遵循的原则为: 先对多项式进行适当变形或分组, 以达到提取公因式或应用公

式的目的，从而进行进一步因式分解.

### 习题 1.4

#### A 组

1. 把下列各式在实数范围内分解因式.

(1)  $3x^4 + 2x^2y^2 - 5ky^4$ ;

(2)  $x^4 + y^4 - 2x^2y^2$ ;

(3)  $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4) + 24$ ;

(4)  $(x^4 + x^2 - 4)(x^4 + x^2 + 3) + 10$ .

#### B 组

1. 在实数范围内把下列各式分解因式.

(1)  $4x^3 - 31x + 15$ ;

(2)  $2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4$ ;

(3)  $x^5 + x + 1$ ;

(4)  $x^3 + 5x^2 + 3x - 9$ .

2. 将下列各式在实数范围内分解因式.

(1)  $2a^4 - a^3 - 6a^2 - a + 2$ ;

(2)  $a^3 + b^3 + c^3 + bc(b+c) + ca(c+a) + ab(a+b)$ ;

(3)  $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$ .

## 第 1 章 参考答案

### 习题 1.1

#### A 组

1. (1)  $\frac{2}{5}$ ; (2) 6.  
2. (1)  $(2x-y)(2x+y+1)$ ; (2)  $xy(x+1)(x-1)(x+2y)$ ;  
(3)  $(x-y)(x+y+1)$ ; (4)  $(ax-by)(ay+bx)$ .

#### B 组

1. (1)  $xy(x-1)(x^2+x+1)$ ; (2)  $(a^2+b^2)(x+1)(x-1)$ ;  
(3)  $x(x-y)(x+y+1)$ ; (4)  $(x-3)(5x+2y)$ .  
2. (1)  $(x-y)(mx-my-5)$ ; (2)  $(mn-1+m+n)(mn-1-m-n)$ .  
3. 0.

4. 解: 因为  $81^7 - 27^9 - 9^{13}$   
$$\begin{aligned} &= (3^4)^7 - (3^3)^9 - (3^2)^{13} \\ &= 3^{28} - 3^{27} - 3^{26} \\ &= 3^{26}(9 - 3 - 1) \\ &= 3^{26} \times 5 \\ &= 3^{24} \times 45 \end{aligned}$$

所以,  $81^7 - 27^9 - 9^{13}$  能被 45 整除.

### 习题 1.2

#### A 组

1. (1)  $3m(2x-y+n)(2x-y-n)$ ; (2)  $a(a+3)(a-3)$ ;  
(3)  $(a-b)(b+2)(b-2)$ ; (4)  $(2xy - \frac{1}{5})(4x^2y^2 + \frac{2}{5}xy + \frac{1}{25})$ .  
2. (1)  $(x-2y-1)(x^2+2xy+4y^2)$ ; (2)  $(a+b+c)(a+b+c+3)$ ;  
(3)  $(a-b-4)(a^2-2ab+b^2+4a-4b+16)$ ; (4)  $(a+b-c+1)(a+b-c-1)$ .



**B组**

1. (1)  $(2x+y)(2x-y)$ ; (2)  $(ab+4)(ab-4)$ ;  
 (3)  $\left(\frac{x}{10}+5y\right)\left(\frac{x}{10}-5y\right)$ ; (4)  $3y(2x+y)$ ;  
 (5)  $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$ ; (6)  $(x^2+2)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$ .  
 2. (1)  $3(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$ ; (2)  $m(m+1)(m-1)$ ;  
 (3)  $(a-b-c+\sqrt{3})(a-b-c-\sqrt{3})$ ; (4)  $(x+2)(x^2+x+1)$ .  
 3. (1) 1 (提示: 将  $a=b+1$  代入即可); (2) 9.

**挑战自我**

- (1) 答案不唯一, 如:  $11^2-9^2=8\times 5$ ,  $13^2-11^2=8\times 6$ .  
 (2) 任意两个奇数的平方差等于 8 的倍数.  
 (3) 证明: 设  $m, n$  为整数, 两个奇数可表示为  $2m+1$  和  $2n+1$ , 则  $(2m+1)^2-(2n+1)^2=4(m-n)(m+n+1)$ . ①当  $m, n$  同是奇数或偶数时,  $m-n$  一定为偶数,  $\therefore 4(m-n)(m+n+1)$  一定是 8 的倍数; ②当  $m, n$  一奇一偶时, 则  $m+n+1$  一定为偶数,  $\therefore 4(m-n)(m+n+1)$  一定是 8 的倍数. 综上所述, 任意两个奇数的平方差是 8 的倍数.

**习题 1.3****A组**

1. (1)  $(x+2)(x+6)$ ; (2)  $(x-12)(x+1)$ ; (3)  $(x-3)(x-4)$ ;  
 (4)  $(x-6)(x+2)$ ; (5)  $(x+1)(x+12)$  (6)  $(x-4)(x+3)$ .  
 2. (1)  $(3x-1)(4x+3)$ ; (2)  $(x-6y)(3x+2y)$ ;  
 (3)  $(x+y-1)(5x+5y+2)$ ; (4)  $(2a-5b)(4a-3b)$ .

**B组**

## 一、选择题

1. D 2. B 3. D 4. C 5. A

## 二、填空题

1.  $(x-2)(x+5)$ ; 2. 1, 6;  
 3.  $2x+1$ ; 4.  $xy, x+2y$ .

三、(1)  $(x-1)(x-6)$ ;

- (2)  $(x+1)(3x-1)$ ;  
 (3)  $(x+1)(4x-9)$ ;  
 (4)  $(x-1)(15x-8)$ ;  
 (5)  $(x^2+12)(x+1)(x-1)$ ;  
 (6)  $(x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$ ;  
 (7)  $(x+y)(x+y-1)(7x+7y+2)$ ;  
 (8)  $(a+2)(a+6)(a^2+8a+10)$ .