



书香品行系列
SHU XIANG PIN XING XI LIE

依据最新《考试大纲》编写

——书香品行——

全国100所名校新题优化重组大考卷

主 编：黄玉俭

精选各地名校新题
预测明年高考试题

高中数学



黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

书香品行. 高中数学 / 黄玉俭主编. — 银川 : 宁夏人民教育出版社, 2016. 4
ISBN 978-7-5544-1523-8

I. ①书… II. ①黄… III. ①中学数学课—高中—习题集—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第077449号

书香品行 高中数学

黄玉俭 主编

责任编辑 虎雅琼
封面设计 书香品行
责任印制 殷戈



黄河出版传媒集团 出版发行
宁夏人民教育出版社

地 址 宁夏银川市北京东路139号出版大厦(750001)
网 址 <http://www.yrpubm.com>
网上书店 <http://www.hh-book.com>
电子信箱 jiaoyushe@yrpubm.com
邮购电话 0951-5014284
印刷装订 山东宏文印务有限公司
印刷委托书号 (宁) 0000724

开本 850 mm × 1168 mm 1/16
印张 12.5 字数 220千字
印数 10000册
版次 2016年4月第1版
印次 2016年4月第1次印刷
书号 ISBN 978-7-5544-1523-8/G · 3248
定价 45.80元

版权所有 侵权必究

目 录

第一部分 单元检测卷

锁定高考 夯基础

单元检测卷(一) 集合与常用逻辑用语	1
单元检测卷(二) 函数的概念与性质、函数与方程	5
单元检测卷(三) 导数的应用(一)	9
单元检测卷(四) 导数的应用(二)	13
单元检测卷(五) 三角函数的图象与性质	17
单元检测卷(六) 解三角形	21
单元检测卷(七) 平面向量与复数	25
单元检测卷(八) 数列	29
单元检测卷(九) 不等式、推理与证明	33
单元检测卷(十) 简单的空间几何体	37
单元检测卷(十一) 点、线、面的位置关系	41
单元检测卷(十二) 空间向量与立体几何	45
单元检测卷(十三) 直线与方程、圆与方程	49
单元检测卷(十四) 椭圆、双曲线与抛物线	53
单元检测卷(十五) 直线与圆锥曲线的位置关系	57
单元检测卷(十六) 圆锥曲线的综合问题	61
单元检测卷(十七) 算法、统计与统计案例	65
单元检测卷(十八) 排列、组合、二项式定理	69
单元检测卷(十九) 概率	73
单元检测卷(二十) 离散型随机变量的分布列、正态分布	77

第二部分 滚动检测卷

由浅入深 提考能

滚动检测卷(一) 集合、常用逻辑用语、函数与导数	81
滚动检测卷(二) 复数、平面向量、三角函数与解三角形	85
滚动检测卷(三) 数列、不等式、推理与证明	89
滚动检测卷(四) 立体几何	93
滚动检测卷(五) 平面解析几何	97
滚动检测卷(六) 算法、概率与统计、排列、组合与二项式定理	101

第三部分 原创预测卷

再度升华 求突破

原创预测卷(一)	105
原创预测卷(二)	113

参考答案	121
------------	-----

第一部分 单元检测卷

单元检测卷(一) 集合与常用逻辑用语

(考试时间:90 分钟 满分:120 分)

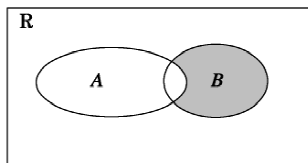
一、选择题:共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每个小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (2015 · 新课标全国卷 I) 设命题 $p: \exists n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$, 则 $\neg p$ 为 ()

- A. $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$ B. $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$
C. $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$ D. $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 = 2^n$

2. (2015 · 河北邯郸市一模) 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 1\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, 则图中阴影部分所表示的集合为 ()

- A. $(-1, 0]$ B. $[-1, 2)$
C. $[1, 2)$ D. $(1, 2]$



3. (2015 · 辽宁丹东市质检) 已知集合 $A = \{x | x \geq 2\}$, $B = \{x | x \leq 2m^2\}$, 且 $A \subseteq \complement_{\mathbf{R}} B$, 那么 m 的值可以是 ()

- A. 1 B. 0 C. -1 D. $-\sqrt{2}$

4. (2015 · 浙江慈溪、余姚高三期中联考) 在一次射击训练中, 甲、乙两位运动员各射击一次, 设命题 p 是“甲射中目标”, q 是“乙射中目标”, 则命题“至少有一位运动员没有射中目标”可表示为 ()

- A. $p \vee q$ B. $(\neg p) \vee (\neg q)$ C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $p \wedge (\neg q)$

5. (2015 · 江淮地区十校联考) 命题“存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使 $\sin x_0 + \cos x_0 \leq \sqrt{2}$ ”的否定是 ()

- A. 任意 $x_0 \in \mathbf{R}$, 都有 $\sin x_0 + \cos x_0 \leq \sqrt{2}$
B. 任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $\sin x + \cos x > \sqrt{2}$
C. 存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 都有 $\sin x_0 + \cos x_0 > \sqrt{2}$
D. 任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $\sin x + \cos x \geq \sqrt{2}$

6. (2015 · 湖北襄阳四中、龙泉中学、宜昌一中、荆州中学四校联考) 已知两个集合 $A = \{x | y = \ln(-x^2 + x + 2)\}$, $B = \{x | \frac{2x+1}{e-x} \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $[\frac{1}{2}, 2)$ B. $(-1, -\frac{1}{2}]$ C. $(-1, e)$ D. $(2, e)$

7. (2015 · 江西赣州十二县市期中) 已知 $p: x \geq k$, $q: \frac{3}{x+1} < 1$, 如果 p 是 q 的充分不必要条件, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $[2, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1]$

8. (2015 · 江西师大附中、临川一中、鹰潭一中、宜春中学、新余四中联考) 下列命题中, 真命题是 ()

- A. 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, $2^x > x^2$
B. 若“ p 且 q ”为假命题, 则 p, q 均为假命题
C. “平面向量 a, b 的夹角是钝角”的充分不必要条件是“ $a \cdot b < 0$ ”
D. 存在 $m \in \mathbf{R}$, 使 $f(x) = (m-1)x^{m^2-4m+3}$ 是幂函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是递减的

9. ((2015·北京卷) 设 α, β 是两个不同的平面, m 是直线且 $m \subset \alpha$. “ $m \parallel \beta$ ”是“ $\alpha \parallel \beta$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

10. (2015·江西上饶三模) 命题 $p: \exists x \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}], 2\sin(2x + \frac{\pi}{6}) - m = 0$, 命题 $q: \exists x \in (0, +\infty), x^2 - 2mx + 1 < 0$, 若 $p \wedge (\neg q)$ 为真命题, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $[-2, 1]$
B. $[-1, 1]$
C. $[-1, 1]$
D. $(0, 2]$

11. (2015·湖北襄阳四中、龙泉中学、宜昌一中、荆州中学联考) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1, & x \geq 1 \\ ax^2 + x + 1, & x < 1 \end{cases}$ 则 $-2 \leq a \leq 1$ 是 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增的 ()

- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

12. (2015·广东卷) 若集合 $M = \{x | (x+4)(x+1) = 0\}$, $N = \{x | (x-4)(x-1) = 0\}$, 则 $M \cap N =$ ()

- A. $\{1, 4\}$
B. $\{-1, -4\}$
C. $\{0\}$
D. $\emptyset$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. (2015·江西赣州十二县市联考) 设集合 $M = \{-1, 0, 1\}$, $N = \{a, a^2\}$, 若 $M \cap N = N$, 则 a 的值是_____.

14. (2015·江西五校协作体高三期中) 下列四个命题:

- ① $\exists x \in (0, +\infty), (\frac{1}{2})^x > (\frac{1}{3})^x$;
② $\exists x \in (0, +\infty), \log_2 x < \log_3 x$;
③ $\forall x \in (0, +\infty), (\frac{1}{2})^x > \log_{\frac{1}{2}} x$;
④ $\forall x \in (0, \frac{1}{3}), (\frac{1}{2})^x < \log_{\frac{1}{3}} x$.

其中真命题的序号是_____.

15. (2015·河北石家庄二模) 已知条件 $p: x^2 - 3x - 4 \leq 0$, 条件 $q: x^2 - 6x + 9 - m^2 \leq 0$, 若 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的充分不必要条件, 则实数 m 的取值范围是_____.

16. (2015·江西师大附中、临川一中、鹰潭一中、宜春中学、新余四中联考) 设集合 $M = \{(x, y) | F(x, y) = 0\}$ 为平面直角坐标系 xOy 内的点集, 若对于任意 $(x_1, y_1) \in M$, 存在 $(x_2, y_2) \in M$, 使得 $x_1 x_2 + y_1 y_2 < 0$, 则称点集 M 满足性质 P . 给出下列四个点集:

- ① $R = \{(x, y) | \sin x - y + 1 = 0\}$;
② $S = \{(x, y) | \ln x - y = 0\}$;
③ $T = \{(x, y) | x^2 + y^2 - 1 = 0\}$;
④ $W = \{(x, y) | xy - 1 = 0\}$.

其中所有满足性质 P 的点集的序号是_____.

三、解答题:本大题共 4 个小题,每小题 10 分,共 40 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (2015 · 江西赣州十二县市期中联考)记关于 x 的不等式 $\frac{x-a}{x+1} < 0$ 的解集为 P , 不等式 $|x-1| \leq 1$ 的解集为 Q .

(1)若 $a=3$,求 P .

(2)若 $a > 0$,且 $P \cap Q = Q$,求实数 a 的取值范围.

18. (2015 · 山东潍坊高三质检)已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, 集合 $B = \{y | y = x^2 - 2x + a\}$, 集合 $C = \{x | x^2 - ax - 4 \leq 0\}$. 命题 $p: A \cap B \neq \emptyset$, 命题 $q: A \subseteq C$.

(1)若命题 p 为假命题,求实数 a 的取值范围.

(2)若命题 $p \wedge q$ 为真命题,求实数 a 的取值范围.

19. (2015 · 皖南地区八校高三上学期联考) 已知命题 $p: \frac{x-1}{x} \leq 0$, 命题 $q: (x-m)(x-m+2) \leq 0, m \in$

$\mathbf{R}$. 若 p 是 q 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.

20. (2015 · 湖北教学合作联考) 已知集合 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid (x-2)(x-3) < 0\}$, 函数 $y =$

$\lg \frac{x-(a^2+2)}{a-x}$ 的定义域为集合 B .

(1) 若 $a = \frac{1}{2}$, 求集合 $A \cap (\complement_U B)$.

(2) 命题 $p: x \in A$, 命题 $q: x \in B$, 若 q 是 p 的必要条件, 求实数 a 的取值范围.

单元检测卷(二) 函数的概念与性质、函数与方程

(考试时间:90 分钟 满分:120 分)

一、选择题:共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每个小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (2015 · 广东阳东一中、广雅中学高三联考)函数 $f(x) = \frac{1}{1-x} + \lg(1+x)$ 的定义域是 ()

- A. $(-\infty, -1)$ B. $(1, +\infty)$
C. $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$

2. (2015 · 河南开封高级中学等 22 校联考)下列函数中,与函数 $y = x^3$ 的奇偶性、单调性均相同的是 ()

- A. $y = e^x$ B. $y = 2^x - \frac{1}{2^x}$ C. $y = \ln |x|$ D. $y = \tan x$

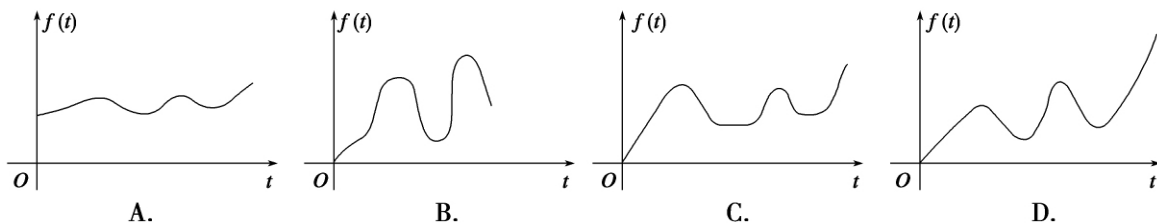
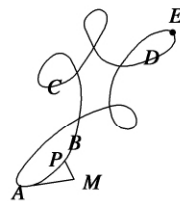
3. (2015 · 浙江慈溪、余姚高三期中联考)函数 $y = x^2 \lg \frac{x-2}{x+2}$ 的图象 ()

- A. 关于 x 轴对称 B. 关于原点对称
C. 关于直线 $y = x$ 对称 D. 关于 y 轴对称

4. (2015 · 江西师大附中、临川一中、鹰潭一中、宜春中学、新余四中联考)已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x < 1, \\ f(x-1), & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $f(\log_2 5) =$ ()

- A. $\frac{5}{16}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{5}{2}$

5. (2015 · 江西稳派名校学术联盟调研)随着生活水平的提高,私家车已成为许多人的代步工具.某驾照培训机构仿照北京奥运会会徽设计了科目三路考的行驶路线,如图所示,即从 A 点出发沿曲线段 $B \rightarrow$ 曲线段 $C \rightarrow$ 曲线段 D ,最后到达 E 点,某观察者站在点 M 观察练车场上匀速行驶的小车 P 的运动情况,设观察者从点 A 开始随车子运动变化的视角为 $\theta = \angle AMP (\theta > 0)$,练车时间为 t ,则函数 $\theta = f(t)$ 的图象大致为 ()



6. (2015 · 湖北襄阳四中、龙泉中学、宜昌一中、荆州中学四校联考)定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(x+2)$,当 $x \in [3, 4]$ 时, $f(x) = x-2$,则 ()

- A. $f(\sin 1) < f(\cos 1)$ B. $f(\sin \frac{\pi}{3}) > f(\cos \frac{\pi}{3})$
C. $f(\sin \frac{1}{2}) < f(\cos \frac{1}{2})$ D. $f(\sin \frac{3}{2}) > f(\cos \frac{3}{2})$

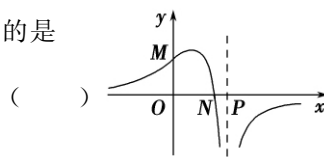
7. (2015 · 甘肃兰州第二次监测)已知函数 $f(x) = x + \sin x (x \in \mathbf{R})$,且 $f(y^2 - 2y + 3) + f(x^2 - 4x + 1) \leq 0$,则当 $y \geq 1$ 时, $\frac{y}{x+1}$ 的取值范围是 ()

- A. $[0, \frac{4}{3}]$ B. $[0, \frac{3}{4}]$ C. $[\frac{1}{4}, \frac{4}{3}]$ D. $[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$

8. (2015 · 广东阳东一中、广雅中学高三联考) 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数, 若对于任意的实数 $x \geq 0$, 都有 $f(x+2) = f(x)$, 且当 $x \in [0, 2)$ 时, $f(x) = \log_2(x+1)$, 则 $f(-2013) + f(2014)$ 的值为 ()

A. -1
B. -2
C. 2
D. 1

9. (2015 · 安徽卷) 函数 $f(x) = \frac{ax+b}{(x+c)^2}$ 的图象如图所示, 则下列结论成立的是 ()



A. $a > 0, b > 0, c < 0$
B. $a < 0, b > 0, c > 0$
C. $a < 0, b > 0, c < 0$
D. $a < 0, b < 0, c < 0$

10. (2015 · 江西赣州十二县市联考) 在实数集 $\mathbf{R}$ 中定义一种运算“ $*$ ”, $\forall a, b \in \mathbf{R}, a * b$ 为唯一确定的实数, 且具有性质: (1) 对任意 $a \in \mathbf{R}, a * 0 = a$; (2) 对任意 $a, b \in \mathbf{R}, a * b = ab + (a * 0) + (b * 0)$.

关于函数 $f(x) = (e^x) * \frac{1}{e^x}$ 的性质, 有如下说法: ①函数 $f(x)$ 的最小值为 3; ②函数 $f(x)$ 为偶函数;

③函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty, 0]$. 其中正确说法的序号为 ()

A. ①
B. ①②
C. ①②③
D. ②③

11. (2015 · 山东卷) 设函数 $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x < 1, \\ 2^x, & x \geq 1, \end{cases}$ 则满足 $f(f(a)) = 2^{f(a)}$ 的 a 的取值范围是 ()

A. $[\frac{2}{3}, 1]$
B. $[0, 1]$
C. $[\frac{2}{3}, +\infty)$
D. $[1, +\infty)$

12. (2015 · 河南中原名校高三期中) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = f(1-x)$, 且在 $[1, +\infty)$ 上是增函数, 不等式 $f(ax+2) \leq f(x-1)$ 对任意 $x \in [\frac{1}{2}, 1]$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $[-3, -1]$
B. $[-2, 0]$
C. $[-5, -1]$
D. $[-2, 1]$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. (2015 · 新课标全国 I) 若函数 $f(x) = x \ln(x + \sqrt{a+x^2})$ 为偶函数, 则 $a =$ _____.

14. (2015 · 湖北襄阳四中、龙泉中学、宜昌一中、荆州中学 10 月联考) 若函数 $f(x)$ 是周期为 4 的奇函数, 且在 $[0, 2]$ 上的解析式为 $f(x) = \begin{cases} x(1-x), & 0 \leq x \leq 1, \\ \sin \pi x, & 1 < x \leq 2, \end{cases}$ 则 $f(\frac{29}{4}) + f(\frac{41}{6}) =$ _____.

15. (2015 · 湖南浏阳一中、醴陵一中、攸县一中高三联考) 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2$, 若对任意 $x \in [a, a+2]$, 不等式 $f(x+a) \geq f(3x+1)$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 _____.

16. (2015 · 广东五校协作体高三期中) 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 且对任意 $x, y \in \mathbf{R}$, 均有 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2014$ 成立, 若函数 $g(x) = f(x) + 2014x^{2013}$ 有最大值 M 和最小值 m , 则 $M+m =$ _____.

三、解答题:本大题共 4 个小题,每小题 10 分,共 40 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (2015 · 湖北黄冈中学 11 月月考)若二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a, b, c \in \mathbf{R})$ 满足 $f(x+1) - f(x) = 4x + 1$, 且 $f(0) = 3$.

(1)求 $f(x)$ 的解析式.

(2)若在区间 $[-1, 1]$ 上,不等式 $f(x) > 6x + m$ 恒成立,求实数 m 的取值范围.

18. (2015 · 浙江慈溪、余姚高三期中联考)已知函数 $f(x) = x^2 + a|x-1|$, a 为常数.

(1)当 $a = 2$ 时,求函数 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的最小值和最大值.

(2)若函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,求实数 a 的取值范围.

19. (2015 · 江西赣州十二县市联考) 已知函数 $g(x) = ax^2 - 2ax + 1 + b (a > 0)$ 在区间 $[2, 3]$ 上有最大值 4 和最小值 1. 设 $f(x) = \frac{g(x)}{x}$.

(1) 求 a, b 的值.

(2) 若不等式 $f(2^x) - k \cdot 2^x \geq 0$ 在 $x \in [-1, 1]$ 上有解, 求实数 k 的取值范围.

20. (2015 · 湖北黄冈中学 11 月月考) 北京、张家港 2022 年冬奥会申办委员会在俄罗斯索契举办了发布会, 某公司为了竞标配套活动的相关代言, 决定对旗下的某商品进行一次评估. 该商品原来每件售价为 25 元, 年销售 8 万件.

(1) 据市场调查, 若价格每提高 1 元, 销售量将相应减少 2000 件, 要使销售的总收入不低于原收入, 该商品每件定价最多为多少元?

(2) 为了抓住申奥契机, 扩大该商品的影响力, 提高年销售量. 公司决定立即对该商品进行全面技术革新和营销策略改革, 并提高定价到 x 元. 公司拟投入 $\frac{1}{6}(x^2 - 600)$ 万作为技改费用, 投入 50 万元作为固定宣传费用, 投入 $\frac{x}{5}$ 万元作为浮动宣传费用. 试问: 当该商品改革后的销售量 a 至少应达到多少万件时, 才可能使改革后的销售收入不低于原收入与总投入之和? 并求出此时商品的每件定价.

单元检测卷(三) 导数的应用(一)

(考试时间:90 分钟 满分:120 分)

一、选择题:共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每个小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (2015·江西赣州十二县市期中联考)函数 $f(x) = 3\ln x + x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3}$ 在点 $(\sqrt{3}, f(\sqrt{3}))$ 处的切线斜率是 ()

- A. $-2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

2. (2015·河北衡水中学高二调考)设 $f(x)$ 为可导函数,且 $\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{f(3) - f(3+h)}{2h} = 5$,则 $f'(3)$ 等于 ()

- A. 5 B. 10 C. -5 D. -10

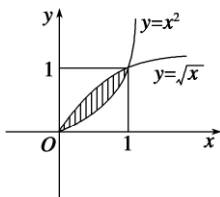
3. (2015·黑龙江双鸭山一中期中考试)若函数 $y = f(x)$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = 3x - 2$,则函数 $g(x) = x^2 + f(x)$ 的图象在点 $(1, g(1))$ 处的切线方程为 ()

- A. $5x - y - 3 = 0$ B. $5x - y + 3 = 0$ C. $x - 5y + 3 = 0$ D. $x - 5y - 3 = 0$

4. (2015·江西师大附中、临川一中、鹰潭一中、宜春中学、新余四中联考)已知 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + a^2$ 在 $x = 1$ 处的极值为 10,则 $a + b =$ ()

- A. 0 或 -7 B. -7 C. 0 D. 7

5. (2015·山东德州高三期末)如图,设 D 是边长为 1 的正方形区域, E 是 D 内函数 $y = \sqrt{x}$ 与 $y = x^2$ 所构成(阴影部分)的区域,在 D 中任取一点,则该点在 E 中的概率是 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{4}$

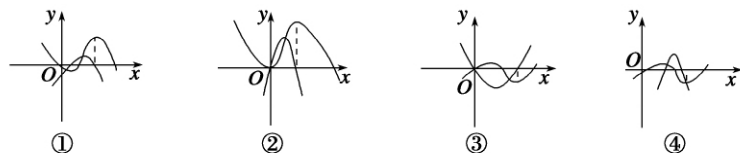
6. (2015·河南开封高级中学等 22 校联考)若定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x) = f(x)$, $f(2-x) = f(x)$,且当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = \sqrt{1-x^2}$,则函数 $H(x) = |xe^x| = f(x)$ 在区间 $[-5, 1]$ 上的零点个数为 ()

- A. 4 B. 8 C. 6 D. 10

7. (2015·湖北襄阳四中、龙泉中学、宜昌一中、荆州中学四校联考)我们常用以下方法求形如 $y = f(x)^{g(x)}$ 的函数的导数:先两边同取自然对数得 $\ln y = g(x) \ln f(x)$,再两边同时求导得到 $\frac{1}{y} \cdot y' = g'(x) \ln f(x) + g(x) \cdot \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x)$,于是得到 $y' = f(x)^{g(x)} [g'(x) \ln f(x) + g(x) \cdot \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x)]$,运用此方法求得函数 $y = x^{\frac{1}{x}} (x > 0)$ 的极值情况是 ()

- A. 极小值点为 e B. 极大值点为 e
C. 极值点不存在 D. 既有极大值点,又有极小值点

8. (2015 · 湖北襄阳四中、龙泉中学、宜昌一中、荆州中学四校联考) 以下四图, 都是同一坐标系中三次函数及其导函数的图象, 其中一定不正确的序号是 ()



- A. ③④ B. ①② C. ②③ D. ②④
9. (2015 · 新课标全国 I) 设函数 $f(x) = e^x(2x-1) - ax + a$, 其中 $a < 1$, 若存在唯一的整数 x_0 使得 $f(x_0) < 0$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $[-\frac{3}{2e}, 1)$ B. $[-\frac{3}{2e}, \frac{3}{4})$
C. $[\frac{3}{2e}, \frac{3}{4})$ D. $[\frac{3}{2e}, 1)$

10. (2015 · 湖北襄阳四中、龙泉中学、宜昌一中、荆州中学四校联考) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 如果存在函数 $g(x) = ax$ (a 为常数), 使得 $f(x) \geq g(x)$ 对于一切实数 x 都成立, 那么称 $g(x)$ 为函数 $f(x)$ 的一个承托函数. 已知对于任意 $k \in (0, 1)$, $g(x) = ax$ 是函数 $f(x) = e^{\frac{x}{k}}$ 的一个承托函数, 记实数 a 的取值范围为集合 M , 则有 ()

- A. $e^{-1} \notin M, e \notin M$ B. $e^{-1} \notin M, e \in M$
C. $e^{-1} \in M, e \notin M$ D. $e^{-1} \in M, e \in M$

11. (2015 · 湖北教学合作联考) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2ax$, $g(x) = 3a^2 \ln x + b$, 设两曲线 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 有公共点, 且在该点处的切线相同, 则 $a \in (0, +\infty)$ 时, 实数 b 的最大值是 ()

- A. $\frac{13}{6}e^6$ B. $\frac{1}{6}e^6$
C. $\frac{7}{2}e^{\frac{2}{3}}$ D. $\frac{3}{2}e^{\frac{2}{3}}$

12. (2015 · 湖北八校高三第一次联考) 设定义在 D 上的函数 $y = h(x)$ 在点 $P(x_0, h(x_0))$ 处的切线方程为 $l: y = g(x)$. 当 $x \neq x_0$ 时, 若 $\frac{h(x) - g(x)}{x - x_0} > 0$ 在 D 内恒成立, 则称 P 为函数 $y = h(x)$ 的“类对称点”, 则 $f(x) = x^2 - 6x + 4 \ln x$ 的“类对称点”的横坐标是 ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$
C. e D. $\sqrt{3}$

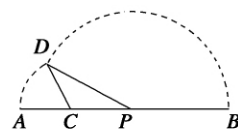
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.

13. (2015 · 湖南卷) $\int_0^2 (x-1) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. (2015 · 广东阳东一中、广雅中学高三联考) 曲线 $C: f(x) = \sin x + e^x + 2$ 在 $x=0$ 处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

15. (2015 · 广西柳州、玉林、贵港、百色高三联考) 已知 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = e^x + a \cdot e^{-x}$ 的导函数 $y = f'(x)$ 是奇函数, 若曲线 $y = f(x)$ 的一条切线的斜率为 $\frac{3}{2}$, 则切点的横坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

16. (2015 · 湖北襄阳四中、龙泉中学、宜昌一中、荆州中学联考) 如图, 线段 $AB = 8$, 点 C 在线段 AB 上, 且 $AC = 2$, P 为线段 CB 上一动点, 点 A 绕点 C 旋转后与点 B 绕点 P 旋转后重合于点 D , 设 $CP = x$, $\triangle CPD$ 的面积为 $f(x)$, 则 $f(x)$ 的定义域为 $\underline{\hspace{2cm}}$, $f(x)$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}.$



三、解答题:本大题共 4 个小题,每小题 10 分,共 40 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (2015 · 河北石家庄二模)已知函数 $f(x) = e^x - ax - 2$. (e 是自然对数的底数, $a \in \mathbf{R}$)

(1)求函数 $f(x)$ 的单调递增区间.

(2)求 k 为整数, $a=1$, 且当 $x>0$ 时, $\frac{k-x}{x+1}f'(x) < 1$ 恒成立, 其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 求 k 的最大值.

18. (2015 · 河北衡水中学上学期期中考试)已知函数 $f(x) = x + a \ln x$, 在 $x=1$ 处的切线与直线 $x + 2y = 0$ 垂直, 函数 $g(x) = f(x) + \frac{1}{2}x^2 - bx$.

(1)求实数 a 的值.

(2)若函数 $g(x)$ 存在单调递减区间, 求实数 b 的取值范围.

(3)设 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ 是函数 $g(x)$ 的两个极值点, 若 $b \geq \frac{7}{2}$, 求 $g(x_1) - g(x_2)$ 的最小值.

19. (2015 · 湖北教学合作联考) 已知函数 $f(x) = x(x-a)^2$, $g(x) = -x^2 + (a-1)x$, 其中 a 为常数.
- (1) 如果函数 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 有相同的极值点, 求 a 的值, 并写出函数 $y=f(x)$ 的单调区间.
- (2) 求方程 $f(x) - g(x) = 0$ 在区间 $[-1, 3]$ 上实数解的个数.

20. (2015 · 河南中原名校高三期中) 已知函数 $f(x) = x^2 + a(x + \ln x)$, $x > 0$, $a \in \mathbf{R}$ 是常数.
- (1) 求函数 $y=f(x)$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程.
- (2) 若函数 $y=f(x)$ 图象上的点都在第一象限, 试求常数 a 的取值范围.
- (3) 证明: $\forall a \in \mathbf{R}$, 存在 $\xi \in (1, e)$, 使 $f'(\xi) = \frac{f(e) - f(1)}{e - 1}$.

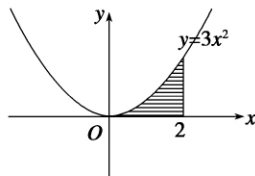
单元检测卷(四) 导数的应用(二)

(考试时间:90 分钟 满分:120 分)

一、选择题:共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每个小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (2015·山东潍坊高三质检)如图,阴影区域的边界是直线 $y=0, x=2, x=0$ 及曲线 $y=3x^2$,则这个区域的面积是 ()

A. 4 B. 8 C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$



2. (2015·湖北八校高三第一次联考)设 $a = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}) dx$,则二项式

$(a\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^6$ 展开式中含 x^2 项的系数是 ()

A. -192 B. 193 C. -6 D. 7

3. (2015·山东德州高三期末)设函数 $y=f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内有定义,对于给定的正数 K ,定义函数

$f_K(x) = \begin{cases} f(x), & f(x) \leq K, \\ K, & f(x) > K, \end{cases}$ 取函数 $f(x) = \frac{\ln x + 1}{e^x}$,恒有 $f_K(x) = f(x)$,则 ()

A. K 的最大值为 $\frac{1}{e}$ B. K 的最小值为 $\frac{1}{e}$ C. K 的最大值为 2 D. K 的最小值为 2

4. (2015·河北衡水中学调考)函数 $f(x) = x^3 - 3bx + 3b$ 在 $(0, 1)$ 内有极小值,则 ()

A. $0 < b < 1$ B. $b < 1$ C. $b > 0$ D. $b < \frac{1}{2}$

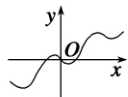
5. (2015·福建卷)若定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(0) = -1$,其导函数 $f'(x)$ 满足 $f'(x) > k > 1$,则下列结论中一定错误的是 ()

A. $f(\frac{1}{k}) < \frac{1}{k}$ B. $f(\frac{1}{k}) > \frac{1}{k-1}$ C. $f(\frac{1}{k-1}) < \frac{1}{k-1}$ D. $f(\frac{1}{k-1}) > \frac{k}{k-1}$

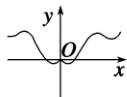
6. (2015·吉林长春十一中期中)若函数 $f(x) = \frac{1}{b}e^{ax}$ ($a > 0, b > 0$) 的图象在 $x=0$ 处的切线与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切,则 $a+b$ 的最大值是 ()

A. 4 B. $2\sqrt{2}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$

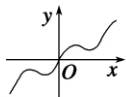
7. (2015·山东潍坊高三质检)已知 $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \cos x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数,则 $f'(x)$ 的图象是 ()



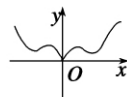
A.



B.



C.



D.

8. (2015·甘肃兰州第二次监测)已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{3}, & x \in [0, \frac{1}{2}], \\ \frac{2x^3}{x+1}, & x \in (\frac{1}{2}, 1], \end{cases}$ 函数 $g(x) = ax - \frac{a}{2} + 3$ ($a > 0$),

若对任意 $x_1 \in [0, 1]$,总存在 $x_2 \in [0, \frac{1}{2}]$,使得 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立,则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -4]$ B. $(-\infty, 6]$ C. $[-4, +\infty)$ D. $[6, +\infty)$

9. (2015·黑龙江大庆铁人中学期中考试)函数 $f(x)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$, $f(0)=2$, 对任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) + f'(x) > 1$, 则不等式 $e^x \cdot f(x) > e^x + 1$ 的解集为 ()

- A. $\{x|x>0\}$ B. $\{x|x<0\}$
C. $\{x|x<-1, \text{或 } x>1\}$ D. $\{x|x<-1, \text{或 } 0<x<1\}$

10. (2015·云南红河高三一模)若函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - \frac{2}{3}$ 在区间 $(a, a+5)$ 内存在最小值, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[-5, 0)$ B. $(-5, 0)$ C. $[-3, 0)$ D. $(-3, 0)$

11. (2015·皖南八校高三上学期联考)已知函数 $f(x) = ax^3 - 3x^2 + 1$, 若 $f(x)$ 存在唯一的零点 x_0 , 且 $x_0 > 0$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1)$

12. (2015·湖北黄冈质检)定义:如果函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上存在 $x_1, x_2 (a < x_1 < x_2 < b)$, 满足 $f'(x_1) = \frac{f(a)-f(b)}{b-a}$, $f'(x_2) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$, 则称函数 $f(x)$ 是 $[a, b]$ 上的“双中值函数”. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + a$ 是 $[0, a]$ 上“双中值函数”, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(1, 3)$ B. $(\frac{3}{2}, 3)$ C. $(1, \frac{3}{2})$ D. $(1, \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, 3)$

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在题中横线上.

13. (2015·河南三市第二次调研)集合 $A = \{(x, y) | x - y + 4 \geq 0\}$, $B = \{(x, y) | y \geq x(x - 2)\}$, 则集合 $A \cap B$ 的所有元素组成的图形的面积为_____.

14. (2015·皖南八校高三上学期联考)直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 是曲线 $y = \ln x (x > 0)$ 的一条切线, 则实数 $b =$ _____.

15. (2015·甘肃兰州高三诊断)已知函数 $f(x) = x(\ln x - ax)$ 有两个极值点, 则实数 a 的取值范围是_____.

16. (2015·湖南卷)已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \leq a, \\ x^2, & x > a, \end{cases}$ 若存在实数 b , 使函数 $g(x) = f(x) - b$ 有两个零点, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题:本大题共 4 个小题,每小题 10 分,共 40 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (2015·山东德州高三期末)已知函数 $f(x) = x - \frac{a}{x} - \ln x, a > 0$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性.

(2)若 $f(x) > x - x^2$ 在 $(1, +\infty)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.