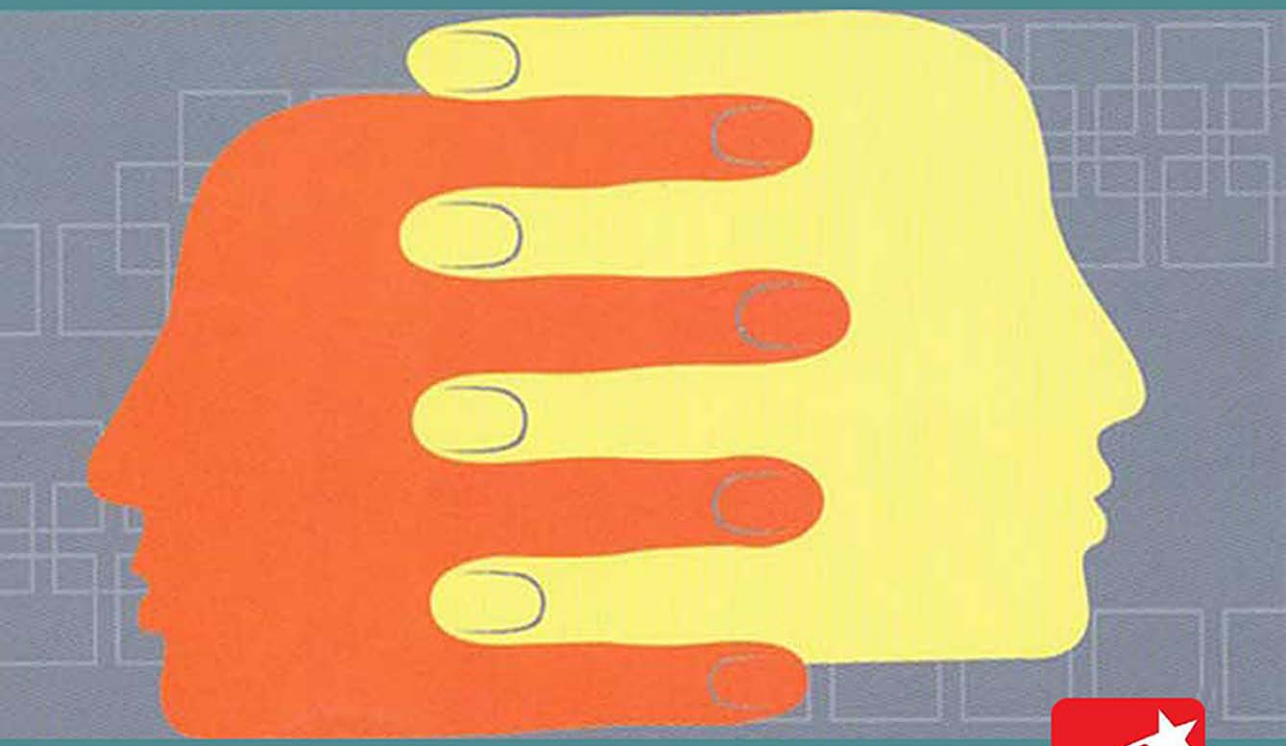
高等职业教育“十三五”规划教材

高等数学习题集

(上册)

主编：郑凯源



北京理工大学出版社

高等职业教育“十三五”规划教材

高等数学习题集

(上册)

主　编　郑凯源
副主编　林志锋　李　硕

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有　侵权必究

图书在版编目（CIP）数据

高等数学：含习题集. 上册 / 郑凯源主编. —北京：北京理工大学出版社，2017.7

ISBN 978-7-5682-4468-8

Ⅰ. ①高…　Ⅱ. ①郑…　Ⅲ. ①高等数学－高等学校－教材　Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 181862 号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号
邮　　编 / 100081
电　　话 / (010) 68914775（总编室）
　　(010) 82562903（教材售后服务热线）
　　(010) 68948351（其他图书服务热线）
网　　址 / http://www.bitpress.com.cn
经　　销 / 全国各地新华书店
印　　刷 /
开　　本 / 710 毫米×1000 毫米　1/16
印　　张 / 6　　责任编辑 / 江　立
字　　数 / 109 千字　　文案编辑 / 江　立
版　　次 / 2017 年 7 月第 1 版　2017 年 7 月第 1 次印刷　　责任校对 / 周瑞红
总 定 价 / 49.80 元　　责任印制 / 施胜娟

图书出现印装质量问题，请拨打售后服务热线，本社负责调换

序言　学习与成才建议

1. 认识“走职业技术成才之路”

(1)　“条条道路通罗马”，成才的道路是多种多样的，随着大学教育的普及，近年来，大学毕业生就业率不及高职学生就业率。因而，学技术、走职业技术发展之路有一定的现实性与优势。

(2)　对于一个人的就业与发展来说，知识、文凭、技术、素质各项的重要性从高到低依次是：素质、技术、文凭、知识。

2. 认识自己：从高中生到高职生

(1)　中学学习搞“题海战术”，容易使人“理想化”“理论化”，而高职是培养生产一线的高技术工人，因此需要我们更实际、实干，重视动手、实践、观察。

(2)　如果说高中学习主要针对高考、应试教育，那么高职学习应该主要针对就业、提升素质。

3. 认识高等数学：高等数学学习与初等数学学习的区别

(1)　相对静止与运动变化。

(2)　有限与无限。

4. 做学生（做人）的底线：不抄作业、考试及格

目　　录

第一讲　高等数学学习介绍、函数 …… 1
第二讲　极限 …… 4
第三讲　导数的概念（一） …… 8
第四讲　导数的概念（二） …… 11
第五讲　求导公式与求导法则 …… 14
第六讲　连续与导数 …… 17
第七讲　复合函数求导（一） …… 19
第八讲　复合函数求导（二） …… 21
第九讲　隐函数求导 …… 24
第十讲　习题课、微积分的历史 …… 27
第十一讲　函数的单调性 …… 32
第十二讲　函数的极值 …… 35
第十三讲　曲线的凹凸性 …… 37
第十四讲　函数的最值 …… 40
第十五讲　微分（一） …… 43
第十六讲　微分（二） …… 45
第十七讲　习题课与测验 …… 47
第十八讲　定积分的概念 …… 49
第十九讲　定积分与导数 …… 52
第二十讲　不定积分的概念、直接积分法 …… 55
第二十一讲　换元积分法（一） …… 58
第二十二讲　换元积分法（二） …… 61
第二十三讲　分部积分法 …… 64

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第二十四讲　定积分的计算 …… 67
第二十五讲　定积分应用: 求面积 …… 70
第二十六讲　定积分的应用: 求体积 …… 72
第二十七讲　习题课 …… 74
第二十八讲　微分方程 (一) …… 77
第二十九讲　微分方程 (二) …… 79
第三十讲　总复习 …… 81
第三十一讲、第三十二讲　机动 …… 89

第一讲　高等数学学习介绍、函数

【课堂模仿练习】

1. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & 0\leqslant x<1 \\ 0, & x=1 \\ 1-x, & 1<x<2 \end{cases}$，求 $f(0)$，$f(1)$，$f\left(\frac{5}{4}\right)$.

解：因为 0 属于范围 $0\leqslant x<1$，故 $f(0)=0^2+1=1$. 类似地，$f(1)=$(　　)，

$f\left(\frac{5}{4}\right)=$(　　).

2. 求下列函数的定义域.

(1)$y=\sqrt{1-x^2}$　　(2)$y=\log_3(x-1)$　　(3)$y=\sqrt{x}+\frac{1}{x-1}$

解：(1)要使函数表达式有意义，应有 $1-x^2\geqslant 0$，即 $x^2\leqslant 1$，

所以，函数的定义域为不等式(　　)$\leqslant x\leqslant$(　　)，即$[-1,1]$.

(2)

(3)

3. 作下列函数的图像.

(1)$y=2-x^2$　　(2)$y=x^2$　　(3)$y=2^{-x}$

解：(1)定性：图形为开口向下的抛物线；

取点：(－2，　)，(－1，　)，(0，　)，(1，　)，(2，　)，描点，成图.

(2)

(3)

【课堂提高练习】

1. 分解下列复合函数.

(1) $y=(1-2x)^5$　　(2) $y=2^{\sin x}$

(3) $y=\log_2(1+x^2)$　　(4) $y=\sin^2(2x)$

2. 设 $f(x)=\lg x$，$g(x)=1+x^2$，求 $f[g(x)]$，$g[f(x)]$.

3. 判定函数 $y=\lg\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ 的奇偶性.

【课后练习(函数)】

1. 写出由下列函数构成的复合函数.

(1) $y=\sqrt{u}$，$u=\sin x$　　(2) $y=2^u$，$u=x^2$

(3) $y=\log_3 u$，$u=3+x^2$　　(4) $y=u^2$，$u=\cos v$，$v=2x$

2. 分解下列复合函数.

(1) $y=10^{-x}$　　(2) $y=\arctan x^2$

(3)$y=\sqrt{\sin 2x}$　　(4)$y=\lg^2(1-x^2)$

3. 设 $g(x-1)=2x^2-3x-1$.

(1)求 a，b，c 的值，使 $g(x-1)=a(x-1)^2+b(x-1)+c$；

(2)求 $g(x+2)$的表达式.

4. 求函数 $y=\sqrt{2-x}+\log_2 x$ 的定义域.

5. 已知 $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$，求 $f(-x)$，$f\left(\dfrac{1}{x}\right)$，$f[f(x)]$.

6. 设正弦交变电流强度 $i(t)=5\sin\left(100\pi t+\dfrac{\pi}{4}\right)$(单位为安培 A)，求此正弦交变电流强度的幅值、周期、频率及初相.

第二讲　极　　限

【课堂模仿练习】

1. 考察下列函数当 $|x|$ 增大时函数值的变化情况.

(1) $y=\dfrac{1}{x}$(见图 2-1)　　(2) $y=2^x$(见图 2-2)

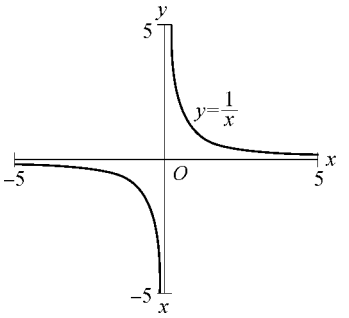


图 2-1

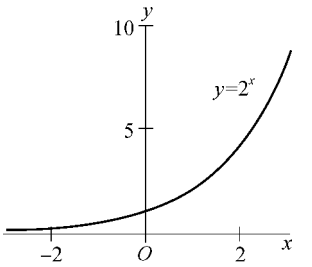


图 2-2

(3) $y=\arctan x$(见图 2-3)

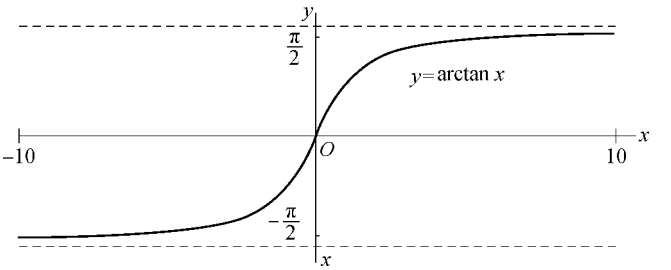


图 2-3

解：(1) $x\to+\infty$ 或 $x\to-\infty$，函数值均趋于 0，即有 $x\to\infty$(当 $|x|$ 无限增大)，$y\to$(　　).

（2）

（3）

2. 求极限方法举例.

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2-1}{3n^2+n+1}$　　（2）$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x-1}$

（3）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 3x}{2x}$　　（4）$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{3x}$

解：（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2-1}{3n^2+n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\dfrac{n^2-1}{n^2}}{\dfrac{3n^2+n+1}{n^2}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-\dfrac{1}{n^2}}{3+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}}$

$=\dfrac{\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)}{\lim\limits_{n\to\infty}\left(3+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n^2}\right)}=\dfrac{\lim\limits_{n\to\infty}1-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}}{\lim\limits_{n\to\infty}3+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}}=$（　　）.

（2）

（3）

（4）

【课堂提高练习】

1. 求下列极限.

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n}-n)$　　（2）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-x^2}{x+x^3}$　　（3）$\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x}{\pi-x}$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

2.(连续复利问题)设存款本金为 A_0，年利率为 r，以复利计息，试计算在下列情形下，n 年后的本利和 A_n：

(1)每年结算一次；(2)每月结算一次；(3)结算周期无限缩短.

【课后练习(极限)】

1. 计算下列极限.

(1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3}{x^2+1}$　　(2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-3x+2}$　　(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{1-\sqrt{1+x^2}}$

(4) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-1)^2}{n^2+1}$　　(5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+x-5}{x^2-2x+1}$　　(6) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{2x}$

(7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin 2x}{3x}$　　(8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 2x}{\sin 3x}$　　(9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-\sqrt{4-x^2}}{\sin^2 x}$

2. 填空.

(1)如果 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+4x-1}{ax^n+x+\sqrt{2}}=\dfrac{3}{5}$，那么 $n=$_____，$a=$_____.

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{a}{x}\right)^{bx+c}=$_____；$\lim\limits_{n\to\infty}2^{n+1}\sin\dfrac{1}{2^n}=$_____.

3. 已知 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+ax+2}{2x+1}-bx\right)=1$，求 a，b 的值.

4. 设 $f(x)=a^x(a>0, a\neq 1)$，求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}\ln[f(1)f(2)\cdots f(n)]$[提示：4～6题中符号 ln 为自然对数名(以无理数 e 为底)].

5. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty} n\ln[\ln(n+1)-\ln(n-1)]$.

6. 设 $f(x)=\ln x$，求极限 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

第三讲　导数的概念（一）

【课堂模仿练习】

1. 已知 $f(x)=x^2-2x+1$，求：(1)当 x 从 0 变到 1 时函数的改变量；(2)当 x 从 1 变到 2 时函数的改变量；(3)当 x 从 1 变到 -1 时函数的改变量.

解：(1)$\Delta x=1-0=1$，

$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=f(\quad)-f(\quad)=(1^2-2\times1+1)-(0^2-2\times0+1)=-1$，

或 $\Delta y=f(x_2)-f(x_1)=(1^2-2\times1+1)-(0^2-2\times0+1)=-1$. 视 $x_1=(\quad)$，$x_2=(\quad)$.

(2)

(3)

2. 求函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}(x\neq0)$在任意 x 处的导数.

解：对 $f(x)=\dfrac{1}{x}(x\neq0)$，有 $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)=(\quad)-(\quad)=(\quad)$，

$\lim\limits_{\Delta x\to0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to0}\left(\dfrac{\quad}{\Delta x}\right)=\lim\limits_{\Delta x\to0}(\quad)=(\quad)$.

即 $\left(\dfrac{1}{x}\right)'=(x^{(\ )})'=(\quad)x^{(\ )}$.

3. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$，$(x\neq0)$在 $(-1,-1)$ 与 $\left(3,\dfrac{1}{3}\right)$ 处的切线斜率分别为_____和_____.

4. 设物体的运动方程为 $s=t^2-3t+\sqrt{t}$，求物体在 $t=1$ 秒、$t=t_0$ 秒时的瞬时速度？

解：第①步　求导：$s'=$(　　)，设 $v(t)=s'$；

第②步　求在 $t=1$ 秒的瞬时速度：$v(1)=$(　　).

求在 $t=t_0$ 秒的瞬时速度：$v(t_0)=$(　　).

【课堂提高练习】

1. 若函数 $f(x)$在 $x=1$ 处可导且 $f'(1)=6$，求极限$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{2h}$.

2. 设 $y=\sin x$，利用导数定义求 y'.［提示：$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$］

3. 设 $y=\ln x$，利用导数定义求 y'.［提示：第二个重要极限］

【课后练习(导数概念一)】

1. 用导数定义，求函数 $f(x)=x^2-2x$ 在 $x=1$ 处的导数.

2. 设物体的运动方程为 $s=t^2+3$，求：(1)物体在 $t=2$ 秒和 $t=3$ 秒间的平均速度；

(2)求物体在 $t=2$ 秒时的瞬时速度.

3. 求下列函数的导数.

(1) $y=1-\sqrt[2]{x^3}$　　(2) $y=x^2+2^x+2$　　(3) $y=2\sin x-\cos x$

(4) $y=x^2\ \sqrt[5]{x^3}$　　(5) $y=3x+\sqrt{x}-\dfrac{1}{x}$　　(6) $y=x^e+\mathrm{e}^x+\ln x$

4. 求曲线 $y=x^2-\ln x$ 在点(1，1)处的切线方程.

5. 设曲线 $y=f(x)$过点(x_0，y_0)的切线垂直于直线 $y=5x-1$，求 $f'(x_0)$.

6. 设 $f'(1)=1$，求极限$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{1-x^2}$.

第四讲　导数的概念（二）

【课堂模仿练习】

1. 求函数的导数.

(1) $y=x^5-2x^2+1$　(2) $y=2x-\sqrt[3]{x}+3\sin x-\ln 3$　(3) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}$，求 $y'\Big|_{x=1}$

解： (1) $y'=(x^5-2x^2+1)'=(\quad)'-(\quad)(x^2)'+(\quad)'=(\quad)$.

(2)

(3)

2. 变速直线运动的速度 $v(t)$ 是位置函数 $s(t)$ 对时刻 t 的变化率——导数 $v=(\quad)'$，而加速度 a 则是速度 v 对时刻 t 的变化率：$a=(\quad)'$，于是有 a 是 $s(t)$ 的(　　)，记号为：(　　). 一般地，函数 $y=f(x)$ 的导数 $f'(x)$ 的导数称为 $y=f(x)$ 的(　　)，记作 y'' 或 $\dfrac{(\quad)}{(\quad)^2}$，即 $y''=(\quad)'$ 或 $\dfrac{(\quad)}{(\quad)^2}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\quad)$.

3. 求 $y=3x^2-4x+2$ 的二阶导数.

解： $y'=(\quad)$，$y''=(\quad)'=(\quad)$.

4. 某厂生产某产品日产量 x 件时的利润 $L(x)=250x-5x^2$（元），求日产量为 20 件、25 件、35 件时的平均利润和边际利润. 从提高单位产品利润角度看，日产量为 20 件、25 件、35 件时分别有何微观发展预测？

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com