



课堂 内外

主编 高明俊 加玉杰



我的能量超乎你想象

课时训练 基本功专练 专题突破
章末提升 滚动阶段测 综合测试

数学 | **九** 年级
上册



四川大学出版社

MINGXIAO



课堂 内外

主编 高明俊 加玉杰



我的能量超乎你想象

课时训练 基本功专练 专题突破
章末提升 滚动阶段测 综合测试

数学 | 九^{年級}_{上册}

 四川大学出版社

MINGXIAO

项目策划：唐 飞
责任编辑：唐 飞
责任校对：蒋 琦
封面设计：湖北梯田文化传播有限公司
责任印制：王 炜

图书在版编目（CIP）数据

名校课堂内外·数学九年级·上册 / 高明俊，加玉杰主编. — 成都：四川大学出版社，2019.7
ISBN 978-7-5690-2948-2

I. ①名… II. ①高… ②加… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 150274 号

书名 名校课堂内外·数学九年级·上册

MINGXIAOKETANGNEIWAI · SHUXUEJIUNIANJI · SHANGCE

主 编	高明俊 加玉杰
出 版	四川大学出版社
地 址	成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发 行	四川大学出版社
书 号	ISBN 978-7-5690-2948-2
印 刷	沈阳市新天龙印刷有限公司
成品尺寸	210mm×295mm
印 张	12
字 数	414 千字
版 次	2019 年 9 月第 1 版
印 次	2019 年 9 月第 1 次印刷
定 价	43.80 元

版权所有 ◆ 侵权必究

- ◆ 读者邮购本书，请与本社发行科联系。
电话：(028)85408408/(028)85401670/
(028)86408023 邮政编码：610065
- ◆ 本社图书如有印装质量问题，请寄回出版社调换。
- ◆ 网址：<http://press.scu.edu.cn>



四川大学出版社
微信公众号

目录

CONTENTS

第21章

二次函数与反比例函数

21.1	二次函数	(1)
21.2	二次函数的图象和性质	(3)
21.2.1	二次函数 $y=ax^2$ 的图象和性质	(3)
21.2.2	二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质	(5)
	第1课时 二次函数 $y=ax^2+k$ 的图象特点和性质	(5)
	第2课时 二次函数 $y=a(x+h)^2$ 的图象特点和性质	(7)
	第3课时 二次函数 $y=a(x+h)^2+k$ 的图象特点和性质	(9)
	第4课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质	(11)
* 21.2.3	二次函数表达式的确定	(13)
▶ 知能提升小专题(一)	求二次函数表达式及简单应用	(15)
21.3	二次函数与一元二次方程	(17)
	第1课时 二次函数与一元二次方程的关系	(17)
	第2课时 二次函数与一元二次不等式的关系	(19)
▶ 知能提升小专题(二)	二次函数图象信息题归类	(21)
21.4	二次函数的应用	(23)
	第1课时 利用二次函数解决最优化问题	(23)
	第2课时 二次函数在桥梁建筑等问题中的应用	(25)
	第3课时 二次函数在给定表达式问题中的应用	(27)
21.5	反比例函数	(29)
	第1课时 反比例函数的认识	(29)
	第2课时 反比例函数的图象和性质	(31)
	第3课时 反比例函数的应用	(33)
▶ 知能提升小专题(三)	反比例函数中 k 的几何意义及其应用	(35)
教材回归与拓展	反比例函数与一次函数的综合应用	(37)
21.6	综合与实践 获取最大利润	(39)
▶ 知能提升小专题(四)	二次函数的综合应用专练	(41)
第21章章末复习与提升		(43)

第22章

相似形

22.1	比例线段	(45)
	第1课时 相似多边形	(45)
	第2课时 比例线段	(46)
	第3课时 比例的性质与黄金分割	(47)
	第4课时 平行线分线段成比例定理及其推论	(49)
22.2	相似三角形的判定	(51)
	第1课时 相似三角形判定的预备定理	(51)
	第2课时 相似三角形的判定定理1	(53)
	第3课时 相似三角形的判定定理2	(55)
	第4课时 相似三角形的判定定理3	(57)
	第5课时 直角三角形相似的判定	(59)
▶ 知能提升小专题(五)	三角形相似的几种常见类型	(61)
22.3	相似三角形的性质	(63)
	第1课时 相似三角形的性质定理1	(63)
	第2课时 相似三角形的性质定理2、3	(65)

22.4	图形的位似变换	(67)
	第1课时 位似图形及其性质	(67)
	第2课时 平面直角坐标系中的位似变换	(69)
22.5	综合与实践 测量与误差	(71)
	▶知能提升小专题(六) 相似三角形的综合应用	(73)
	第22章章末复习与提升	(75)

第23章

解直角三角形

23.1	锐角的三角函数	(77)
	23.1.1 锐角的三角函数	(77)
	第1课时 正切	(77)
	第2课时 正弦和余弦	(79)
	23.1.2 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的三角函数值	(81)
	第1课时 特殊角的三角函数值	(81)
	第2课时 互余角的三角函数关系	(83)
	23.1.3 一般锐角的三角函数值	(85)
	▶知能提升小专题(七) 求锐角三角函数的几种常见方法	(87)
23.2	解直角三角形及其应用	(89)
	第1课时 解直角三角形	(89)
	第2课时 仰角、俯角在解直角三角形中的应用	(91)
	第3课时 方位角问题在解直角三角形中的应用	(93)
	第4课时 坡度问题及一次函数中 k 的几何意义	(95)
	▶知能提升小专题(八) 解直角三角形应用中的基本模型	(97)
	第23章章末复习与提升	(98)

基本功专训(可以单独拆开使用)

专项训练(一)	二次函数的图象和性质	(100)
专项训练(二)	利用待定系数法求二次函数表达式	(101)
专项训练(三)	二次函数与一元二次方程、不等式	(102)
专项训练(四)	二次函数的应用	(103)
专项训练(五)	反比例函数的图象和性质	(104)
专项训练(六)	相似三角形的判定	(105)
专项训练(七)	相似三角形的性质及其应用(一)	(106)
专项训练(八)	相似三角形的性质及其应用(二)	(108)
专项训练(九)	解直角三角形	(109)
专项训练(十)	解直角三角形的应用	(110)

滚动阶段测试(可以单独拆开使用)

滚动阶段测试(一)	(21.1~21.2.2)	(112)
滚动阶段测试(二)	(21.2.3~21.3)	(114)
滚动阶段测试(三)	(21.4)	(116)
滚动阶段测试(四)	(21.5~21.6)	(118)
滚动阶段测试(五)	(22.1~22.2)	(120)
滚动阶段测试(六)	(22.3~22.5)	(122)
滚动阶段测试(七)	(21章~22章)	(124)
滚动阶段测试(八)	(23.1)	(126)
滚动阶段测试(九)	(23.2)	(128)
滚动阶段测试(十)	(21章~23章)	(130)

第21章综合测试卷	(132)
第22章综合测试卷	(138)
期中综合测试卷	(144)
第23章综合测试卷	(150)
期末综合测试卷(一)	(156)
期末综合测试卷(二)	(162)
参考答案	(168)

第21章

二次函数与反比例函数

21.1 二次函数

二次函数的
定义与判定

预学梳理

——核心要点

- 一般地,表达式形如_____的函数叫作 x 的二次函数,其中 x 是自变量, a, b, c 分别是二次项系数,一次项系数和常数项.
- 二次函数自变量的取值范围一般是_____,但是在实际问题中,自变量的取值范围应使_____有意义.



课堂夯基

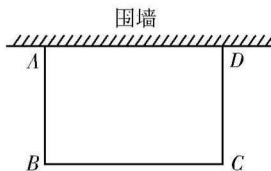
——分点导练

知识点 1 二次函数的概念

- 下列函数中, y 是 x 的二次函数的是 ()
A. $y=x(x-2)$ B. $y=ax^2+1$
C. $y=2x^2-2(x^2+1)$ D. $y=2x^2-\frac{1}{x}$
- 函数 $y=mx^2+nx$ 是关于 x 的二次函数的条件是 ()
A. $m \neq 0$ B. $n \neq 0$
C. $m \neq 0$ 且 $n \neq 0$ D. $m \neq 0$ 且 $n=0$
- 二次函数 $y=3x^2-2x-4$ 的二次项系数与常数项的和是 ()
A. 1 B. -1 C. 7 D. -6
- 把 $y=2+(x-1)^2$ 化成一般形式是 $y=_____$,其中一次项是_____.
- 二次函数 $y=-4x^2-2$ 中自变量 x 的取值范围是_____.
- 某汽车的行驶路程 $y(m)$ 与行驶时间 $x(s)$ 之间的函数表达式为 $y=3x+\frac{1}{2}x^2$, y 是 x 的二次函数吗?若是,请写出二次函数的二次项系数、一次项系数和常数项.

知识点 2 实际问题中的二次函数的表达式

- 半径是 4 的圆,如果半径增加 x ,那么面积 S 和 x 之间的函数表达式是 ()
A. $S=16\pi+\pi x^2$ B. $S=16\pi+x$
C. $S=\pi x^2+8x+16$ D. $S=\pi x^2+8\pi x+16\pi$
- (教材 P₄T₆ 变式)某厂今年七月份产品的产量为 100 吨,以后每月产品的产量与上月相比其增长率都是 x ,设九月份该产品的产量为 y 吨,则 y 与 x 之间的函数表达式为 ()
A. $y=100(1-x)^2$
B. $y=100(1+x)^2$
C. $y=\frac{100}{(1+x)^2}$
D. $y=100+100(1+x)+100(1+x)^2$
- 如图,用篱笆靠墙围成矩形花圃 $ABCD$,一面利用围墙,其余三面用篱笆围成,围墙可利用的最大长度为 10m,篱笆总长为 24m,设垂直于墙的边 AB 长为 x m,矩形花圃的面积为 y m²,则边 BC 长为_____m, y 与 x 之间的函数表达式为_____,其中自变量 x 的取值范围是_____.
- 菱形的两条对角线的和为 26 cm,写出它的面积 $S(\text{cm}^2)$ 与一条对角线长 $x(\text{cm})$ 之间的函数表达式,并指出自变量的取值范围.



第 9 题图

【易错点】 忽视二次函数表达式中二次项系数不为零

- 当 $a=_____$ 时,函数 $y=(a-2)x^{a^2-2}+ax-1$ 是二次函数.



课后综合

——强化能力

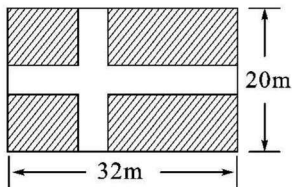
12. 下列 y 关于 x 的函数中, 是二次函数的个数为 ()

① $y = x^2 - \frac{3}{2}$; ② $y = (k-2)x^2 - 2x$; ③ $y = \frac{1}{x^2}$;

④ $y = (k^2 - 2k + 3)x^2 + kx$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

13. 如图, 在长 32m、宽 20m 的矩形土地上修两条宽度相同的且互相垂直的道路, 余下的部分作为耕地. 设耕地的面积为 $y \text{ m}^2$, 道路的宽度为 $x \text{ m}$, 则 $y(\text{m}^2)$ 与 $x(\text{m})$ 之间的函数表达式为 ()



第 13 题图

A. $y = 2x^2 - 32x + 600$ B. $y = x^2 + 52x + 360$

C. $y = x^2 - 52x + 640$ D. $y = 2x^2 - 52x + 480$

14. 若有一人患了流感, 经过两轮传染后共有 y 人患了流感, 且每轮传染中, 平均一个人传染了 x 个人, 则 y 与 x 之间的函数表达式为 _____.

15. 已知 y 关于 x 的函数表达式为:

$$y = (m-3)x^{|m-1|} + (m+3)x - 1.$$

(1) 当 m 取什么值时, y 是 x 的二次函数?

(2) 当 m 取什么值时, y 是 x 的一次函数?

16. (核心素养—国防理解) 2018 年 11 月 9 日, 全球首个以进口为主题的国家级博览会中国国际进口博览会在上海举办. 博览会前夕, 上海某服装店购进一批单价为 40 元的服装, 如果按单价 60 元销售, 那么一个月内可售出 240 套. 根据销售经验, 提高销售单价会导致销售量的减少, 即销售单价每提高 5 元, 销售量相应减少 20 套. 设销售单价为 x ($x \geq 60$) 元, 销售量为 y 套, 月销售利润为 w 元.

(1) 试确定 y 与 x 的函数表达式, 并求当销售单价为多少元时, 月销售额为 14000 元?

(2) 试确定 w 与 x 的函数表达式, 并求当销售单价为 80 元时的月销售利润.



名师培优

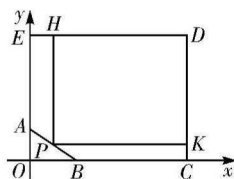
——提升素养

17. (核心素养—劳动意识)(六安四中月考) 如图, 为了绿化小区, 某物业公司要在形如五边形 $ABCDE$ 的草坪上建一个矩形花坛 $PKDH$.

已知: $PH \parallel AE$, $PK \parallel BC$, $DE = 100$ 米, $EA = 60$ 米, $BC = 70$ 米, $CD = 80$ 米. 以 BC 所在直线为 x 轴, AE 所在直线为 y 轴, 建立平面直角坐标系, 坐标原点为 O .

(1) 求直线 AB 的表达式.

(2) 若设点 P 的横坐标为 x , 矩形 $PKDH$ 的面积为 S , 求 S 关于 x 的函数表达式, 并写出自变量的取值范围.



第 17 题图

学霸笔记

1. 通常把 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, 且 $a \neq 0$) 称为二次函数的一般形式. 任何一个二次函数都可以化为一般形式.

2. 一般地, 在二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, 且 $a \neq 0$) 中, 自变量 x 的取值范围是全体实数, 但在实际问题中, 自变量的取值范围要根据具体情况而定.



$y=ax^2$ 的图象
性质与应用

21.2 二次函数的图象和性质

21.2.1 二次函数 $y=ax^2$ 的图象和性质



预学梳理

——核心要点

二次函数 $y=ax^2$ 的图象是一条_____，其对称轴是_____，顶点坐标是_____。当 $a>0$ 时，开口向_____，顶点是它的最_____点；当 $a<0$ 时，开口向_____，顶点是它的最_____点， $|a|$ 越大，开口越_____。

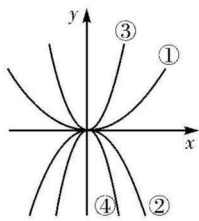


课堂夯基

——分点导练

知识点 1 二次函数 $y=ax^2$ 的图象与画法

- 下列关于二次函数 $y=-\frac{2}{3}x^2$ 的描述错误的是 ()
 - 它的图象关于 y 轴对称
 - 该抛物线开口向下
 - 原点是该抛物线上的最高点
 - 当 x 为任意实数时，函数值 y 总是负数
- 若抛物线 $y=(6-a)x^2$ 的开口向上，则 a 的取值范围是 ()
 - $a>6$
 - $a<6$
 - $a>0$
 - $a<0$
- 把图中图象的序号，填在相应的函数后面。
 - $y=-3x^2$ 的图象是_____；
 - $y=\frac{1}{3}x^2$ 的图象是_____；
 - $y=x^2$ 的图象是_____；
 - $y=-\frac{3}{4}x^2$ 的图象是_____。
- 已知二次函数 $y=ax^2$ 的图象经过点 $A(-1, -\frac{1}{2})$ 。
 - 求这个二次函数的表达式并画出其图象；
 - 请说出这个二次函数图象的顶点坐标、对称轴。



第3题图

知识点 2 二次函数 $y=ax^2$ 的性质

- (核心素养—批判质疑) 对于函数 $y=4x^2$ ，下列说法正确的是 ()
 - 当 $x>0$ 时， y 随 x 的增大而减小
 - 当 $x<0$ 时， y 随 x 的增大而减小
 - y 随 x 的增大而减小
 - y 随 x 的增大而增大
- (连云港市中考) 已知抛物线 $y=ax^2$ ($a>0$) 过 $A(-2, y_1)$, $B(1, y_2)$ 两点，则下列关系式一定正确的是 ()
 - $y_1>0>y_2$
 - $y_2>0>y_1$
 - $y_1>y_2>0$
 - $y_2>y_1>0$
- 已知原点是抛物线 $y=(m+1)x^2$ 的最低点，则 m 的取值范围是 ()
 - $m<-1$
 - $m<1$
 - $m>-1$
 - $m>-2$
- 已知点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 是函数 $y=(m-3)x^2$ 的图象上的两点，且当 $0<x_1<x_2$ 时，有 $y_1>y_2$ ，则 m 的取值范围是 ()
 - $m>3$
 - $m\geq 3$
 - $m\leq 3$
 - $m<3$
- (教材 P₁₁ T₅ 变式) 已知二次函数 $y=ax^2$ 经过点 $A(-2, -8)$ 。
 - 求该二次函数的表达式；
 - 当 x 为何值时， y 随 x 的增大而减小？
 - 当 x 为何值时，它有最大(小)值，是多少？

【易错点】 求区间内最值时忽视对称轴位置

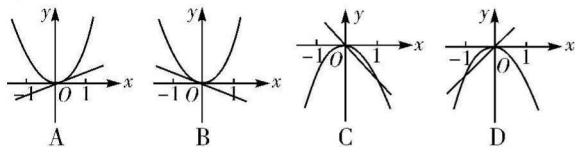
- 当 $-1\leq x\leq 4$ 时，二次函数 $y=x^2$ 的最大值是_____，最小值是_____。



课后综合

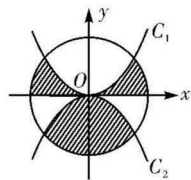
——强化能力

11. 已知二次函数 $y=x^2$ 和 $y=2x^2$, 以下说法: ①它们的图象是开口向上; ②它们的对称轴都是 y 轴, 顶点坐标都是原点 $(0,0)$; ③当 $x>0$ 时, 它们的函数值 y 都是随着 x 的增大而增大; ④它们开口的大小是一样的. 其中正确的说法有 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
12. (宁夏回族自治区中考) 已知 $a \neq 0$, 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y=ax$ 与 $y=ax^2$ 的图象有可能是 ()



13. 关于抛物线 $y=-x^2$, 给出下列说法: ①抛物线开口向下, 顶点是原点; ②当 $x>10$ 时, y 随 x 的增大而减小; ③当 $-1<x<2$ 时, $-4<y<-1$; ④若 $(m,p), (n,p)$ 是该抛物线上两点, 则 $m+n=0$. 其中正确的说法有 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
14. 二次函数 $y=ax^2 (a<0)$ 的图象对称轴右侧上有两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 若 $y_1 > y_2$, 则 $x_1 - x_2$ _____ 0. (填“>”“<”或“=”)

15. 如图, $\odot O$ 的半径为 2, C_1 是函数 $y=2x^2$ 的图象, C_2 是函数 $y=-2x^2$ 的图象, 则图中阴影部分的面积为 _____.



第 15 题图

16. 已知函数 $y=(m+3)x^{m^2+3m-2}$ 是关于 x 的二次函数.

- 求 m 的值.
- 当 m 为何值时, 该函数图象的开口向下?
- 当 m 为何值时, 该函数有最小值?

17. 已知函数 $y=ax^2 (a \neq 0)$ 的图象与直线 $y=2x-3$ 交于点 $(1,b)$.

- 求 a 和 b 的值;
- 求抛物线 $y=ax^2$ 的表达式, 并求其顶点坐标和对称轴;
- 当 x 取何值时, 二次函数 $y=ax^2$ 的 y 值随 x 的增大而增大?

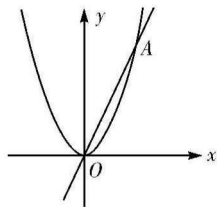


名师培优

——提升素养

18. (核心素养—勇于探究) 如图, 抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=kx$ 在第一象限内交于点 $A(2,4)$.

- 求抛物线对应的函数表达式.
- 在 x 轴上是否存在一点 P , 使 $\triangle AOP$ 为等腰三角形? 若存在, 请你求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



第 18 题图

学霸笔记

1. 二次函数 $y=ax^2$ 的图象是一条顶点在原点、对称轴是 y 轴的抛物线.

2. a 的正负, 决定着抛物线 $y=ax^2$ 的开口方向, $|a|$ 的大小决定着抛物线 $y=ax^2$ 的开口的宽窄.

21.2.2 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质第1课时 二次函数 $y=ax^2+k$ 的图象特点和性质

预学梳理

——核心要点

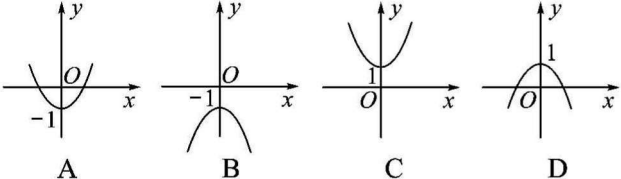
- 二次函数 $y=ax^2+k$ 的图象是一条_____，对称轴是_____，顶点坐标是_____；当 $a>0$ 时，抛物线开口向_____，顶点位置最_____，抛物线有最_____值；当 $a<0$ 时，抛物线开口向_____，顶点位置最_____，当_____时，抛物线有最_____值为_____。
- 抛物线 $y=ax^2+k$ 可由抛物线 $y=ax^2$ 沿_____轴方向平移_____个单位得到，当 $k>0$ 时，向_____平移；当 $k<0$ 时，向_____平移。



课堂夯基

——分点导练

知识点1 函数 $y=ax^2+k$ 的图象

- 抛物线 $y=-2x^2+4$ 的对称轴是 ()
A. 直线 $x=2$ B. 直线 $x=-2$
C. 直线 $x=\frac{1}{2}$ D. y 轴
- 抛物线 $y=x^2+1$ 的图象大致是 ()

- 当 $a=$ _____ 时，抛物线 $y=-\frac{2}{3}x^2+1$ 与抛物线 $y=-ax^2-3$ 的开口大小相同，方向相反。

知识点2 函数 $y=ax^2+k$ 的性质

- 下列关于抛物线 $y=-x^2+2$ 的说法正确的是 ()
A. 抛物线开口向上
B. 顶点坐标为 $(-1, 2)$
C. 在对称轴的右侧， y 随 x 的增大而增大
D. 在对称轴的左侧， y 随 x 的增大而增大
- (河池市中考) 已知点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 均在抛物线 $y=x^2-1$ 上，下列说法中正确的是 ()
A. 若 $y_1=y_2$ ，则 $x_1=x_2$
B. 若 $x_1=-x_2$ ，则 $y_1=-y_2$
C. 若 $0<x_1<x_2$ ，则 $y_1>y_2$
D. 若 $x_1<x_2<0$ ，则 $y_1>y_2$
- 二次函数 $y=3x^2-3$ 的图象开口向_____，顶点坐标为_____，对称轴为_____，当 $x>0$ 时，

y 随 x 的增大而_____；当 $x<0$ 时， y 随 x 的增大而_____。因为 $a=3>0$ ，所以 y 有最_____值，当 $x=$ _____ 时， y 的最_____值是_____。

- 已知函数 $y=-\frac{1}{3}x^2, y=-\frac{1}{3}x^2+2$ 和 $y=-\frac{1}{3}x^2-2$ 。
(1) 分别画出它们的图象。
(2) 比较三个函数图象的异同点，你有什么发现？
(3) 试说出函数 $y=-\frac{1}{3}x^2-2$ 对应图象的开口方向、对称轴和顶点坐标。

知识点3 抛物线 $y=ax^2+k$ 的平移

- 抛物线 $y=2x^2+1$ 是由抛物线 $y=2x^2$ () 得到的。
A. 向上平移 2 个单位长度
B. 向下平移 2 个单位长度
C. 向上平移 1 个单位长度
D. 向下平移 1 个单位长度
- (上海市中考) 如果将抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 1 个单位长度，那么所得新抛物线对应的函数表达式是 ()
A. $y=(x-1)^2+2$ B. $y=(x+1)^2+2$
C. $y=x^2+1$ D. $y=x^2+3$
- 已知抛物线 $y=ax^2+c$ 向下平移 2 个单位后，所得抛物线为 $y=-3x^2+2$ ，则 $a=$ _____， $c=$ _____。

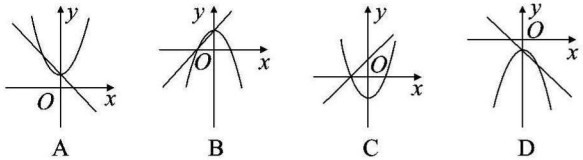
【易错点】对平移的规律理解不透彻

- 抛物线 $y=-2x^2+5$ 是由抛物线 $y=-2x^2+1$ 向_____平移_____个单位长度得到的。

课后综合

——强化能力

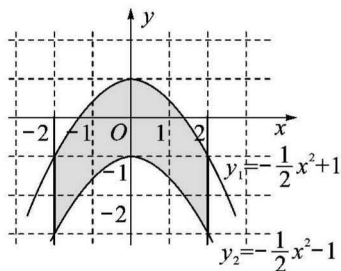
12. 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y=ax^2+b$ 与 $y=ax+b$ ($ab \neq 0$) 的大致图象可能是 ()



13. 已知 $y=ax^2+k$ 的图象上有三点 $A(-3, y_1)$, $B(1, y_2)$, $C(2, y_3)$, 且 $y_2 < y_3 < y_1$, 则 a 的取值范围是 ()

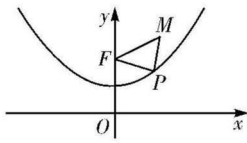
- A. $a > 0$ B. $a < 0$
C. $a \geq 0$ D. $a \leq 0$

14. 如图, 两条抛物线 $y_1 = -\frac{1}{2}x^2 + 1$, $y_2 = -\frac{1}{2}x^2 - 1$ 与分别经过点 $(-2, 0)$, $(2, 0)$ 且平行于 y 轴的两条平行线围成的阴影部分的面积为 _____.



第 14 题图

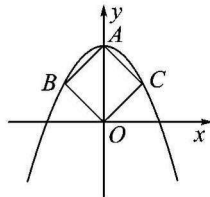
15. 已知抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ 具有如下性质: 该抛物线上任意一点到定点 $F(0, 2)$ 的距离与到 x 轴的距离始终相等, 如图, 点 M 的坐标为 $(\sqrt{3}, 3)$, P 是抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ 上一个动点, 则 $\triangle PMF$ 周长的最小值是 _____.



第 15 题图

16. (核心素养—理性思维) 能否通过适当地上下平移二次函数 $y = \frac{1}{3}x^2$ 的图象, 使得到的新的函数图象经过点 $(3, -3)$. 若能, 说出平移的方向和距离; 若不能, 请说明理由.

17. 如图, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y=ax^2+c$ ($a \neq 0$) 的图象过正方形 $ABOC$ 的三个顶点 A 、 B 、 C , 求 ac 的值.



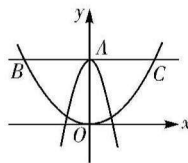
第 17 题图



名师培优

——提升素养

18. (阜阳十五中期中) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=ax^2+4$ 与 y 轴交于点 A , 过点 A 与 x 轴平行的直线交抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 于点 B 、 C , 求 BC 的长.



第 18 题图

学霸笔记

1. 可通过上下平移抛物线 $y=ax^2$ 得到抛物线 $y=ax^2+k$, 平移的规律可简记为“上加下减”.

2. 对于几条抛物线: 二次项系数相等 \Leftrightarrow 它们的开口方向相同, 形状相同; 二次项系数互为相反数 \Leftrightarrow 它们的开口方向相反, 形状相同.

第2课时 二次函数 $y=a(x+h)^2$ 的图象特点和性质

预学梳理

——核心要点

- 二次函数 $y=a(x+h)^2$ 的图象是一条抛物线,对称轴是直线_____,顶点坐标是_____。
 $a>0$ 时,抛物线的开口向_____,当 $x>-h$ 时, y 随 x 的增大而_____;当 $x<-h$ 时, y 随 x 的增大而_____;当 $x=-h$ 时, y 有最_____值_____。
 $a<0$ 时,抛物线的开口向_____,当 $x>-h$ 时, y 随 x 的增大而_____;当 $x<-h$ 时, y 随 x 的增大而_____;当 $x=-h$ 时, y 有最_____值_____。
- 抛物线 $y=a(x+h)^2$ 与 $y=ax^2$ 的_____,大小和_____相同,只是图象位置_____;抛物线 $y=2(x-3)^2$ 的顶点坐标是_____,对称轴为_____,开口向_____。
- 抛物线 $y=a(x+h)^2$ 可由抛物线 $y=ax^2$ 沿_____轴方向平移_____个单位得到,当 $h>0$ 时,向_____平移;当 $h<0$ 时,向_____平移。

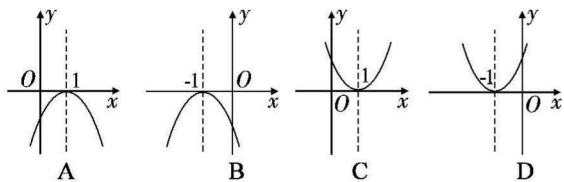


课堂夯基

——分点导练

知识点1 二次函数 $y=a(x+h)^2$ 的图象

- 抛物线 $y=2(x+1)^2$ 的对称轴是直线 ()
 A. $x=0$ B. $x=1$ C. $x=-1$ D. $x=\frac{1}{2}$
- 抛物线 $y=-3(x-2)^2$ 的顶点在 ()
 A. 第一象限 B. 第三象限
 C. 第四象限 D. x 轴上
- 下列图中是二次函数 $y=-(x-1)^2$ 的大致图象的是 ()



4. 填表:

抛物线	开口方向	对称轴	顶点坐标
$y=-3(x-2)^2$			
$y=\frac{1}{2}(x+3)^2$			

知识点2 二次函数 $y=a(x+h)^2$ 的性质

- (玉林市中考)对于函数 $y=-2(x-m)^2$,下列说法不正确的是 ()
 A. 其图象开口向下
 B. 其图象的对称轴是直线 $x=m$

C. 函数的最大值为0

D. 其图象与 y 轴不相交

- 已知函数 $y=-3(x+1)^2$,当 x _____ 时,函数值 y 随 x 的增大而减小;当 $x=$ _____ 时,函数取得最_____值,为_____。
- (衡阳市中考)已知函数 $y=-(x-1)^2$ 图象上两点 $A(2,y_1),B(a,y_2)$,其中 $a>2$,则 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1 _____ y_2 . (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”)
- 抛物线 $y=a(x+h)^2$ 的对称轴是直线 $x=-2$,且过点 $(1,-3)$.
 (1)求抛物线的表达式;
 (2)求抛物线的顶点坐标;
 (3)当 x 为何值时, y 随 x 的增大而增大?

知识点3 二次函数 $y=a(x+h)^2$ 图象与 $y=ax^2$ 的图象的关系

- (百色市中考)如果将抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 向右平移2个单位长度,那么所得的抛物线的表达式是 ()
 A. $y=-\frac{1}{2}x^2+2$ B. $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2$
 C. $y=-\frac{1}{2}x^2-2$ D. $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2$
- 顶点为 $(-5,0)$,且开口方向、形状与函数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 的图象相同的抛物线是 ()
 A. $y=\frac{1}{3}(x-5)^2$ B. $y=-\frac{1}{3}x^2-5$
 C. $y=-\frac{1}{3}(x+5)^2$ D. $y=\frac{1}{3}(x+5)^2$

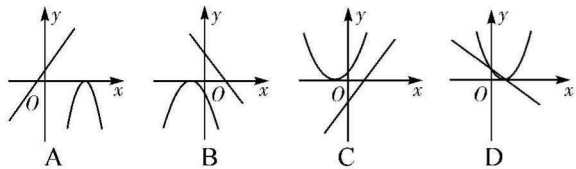
【易错点】二次函数增减性相关的易错

- 已知二次函数 $y=2(x-h)^2$ 的图象上,当 $x>3$ 时, y 随 x 的增大而增大,则 h 的值满足_____。

课后综合

——强化能力

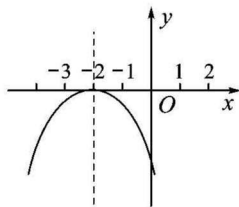
12. 在同一直角坐标系中, 一次函数 $y=ax+c$ 和二次函数 $y=a(x+c)^2$ 的图象大致为 ()



13. 已知二次函数 $y=-2(x+h)^2$, 当 $x<-3$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x>-3$ 时, y 随 x 的增大而减小, 则当 $x=1$ 时, y 的值为 ()
A. -12 B. 12 C. 32 D. -32
14. 平行于 x 轴的直线与抛物线 $y=a(x+2)^2$ 的一个交点坐标为 $(1, 2)$, 则另一个交点坐标为 ()
A. $(-1, 2)$ B. $(-3, 2)$
C. $(3, 2)$ D. $(-5, 2)$
15. 若点 $A(-\frac{13}{4}, y_1)$, $B(-\frac{5}{4}, y_2)$, $C(\frac{1}{4}, y_3)$ 为二次函数 $y=(x-2)^2$ 图象上的三点, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为_____.
16. 下图是二次函数 $y=-\frac{1}{3}(x-h)^2$ 的图象.

(1) 根据图象确定 h 的值, 并写出二次函数的表达式;

(2) 如何将此抛物线平移成 $y=-\frac{1}{3}(x-1)^2$ 的图象?



第16题图

17. 已知直线 $y=x+1$ 与 x 轴交于点 A , 抛物线 $y=-2x^2$ 平移后的顶点与点 A 重合.

(1) 求平移后的抛物线 l 的函数表达式;

(2) 若点 $B(x_1, y_1)$, $C(x_2, y_2)$ 在抛物线 l 上, 且

$-\frac{1}{2} < x_1 < x_2$, 试比较 y_1, y_2 的大小.

名师培优

——提升素养

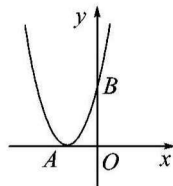
18. (核心素养—勇于探究) 如图, 已知二次函数 $y=(x+2)^2$ 的图象与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B .

(1) 求点 A 、点 B 的坐标.

(2) 求 $S_{\triangle AOB}$.

(3) 求其对称轴.

(4) 在对称轴上是否存在一点 P , 使以 P, A, O, B 为顶点的四边形为平行四边形? 若存在, 求出 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



第18题图

学霸笔记

将抛物线 $y=ax^2$ 左右平移得到抛物线 $y=a(x+h)^2$ 时, 不要混淆符号, 简记为“左加右减”, 即向左 $h>0$, 向右 $h<0$.

第3课时 二次函数 $y=a(x+h)^2+k$ 的图象特点和性质

抛物线的平移变换



预学梳理

——核心要点

- 二次函数 $y=a(x+h)^2+k$ 的图象是一条_____，对称轴是直线_____，顶点坐标是_____。当 $a>0$ 时，抛物线的开口_____；当 $a<0$ 时，抛物线的开口_____。
- 已知抛物线 $y=-2(x+1)^2+3$ ，它的顶点为_____，当 x _____时， y 随 x 的增大而减小；当 $x=$ _____时，它有最_____值是_____。
- $y=a(x+h)^2+k$ 的图象可以看作是由 $y=ax^2$ 的图象向_____ ($h<0$) 或向_____ ($h>0$) 平移 $|h|$ 个单位，再向_____ ($k>0$) 或向_____ ($k<0$) 平移 $|k|$ 个单位而得到的。

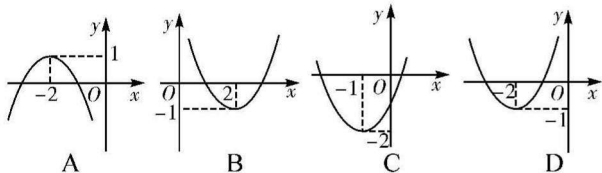


课堂夯基

——分点导练

知识点1 二次函数 $y=a(x+h)^2+k$ 的图象

- (甘孜州中考) 抛物线 $y=2(x-3)^2-4$ 的顶点坐标 ()
A. $(-3, 4)$ B. $(-3, -4)$
C. $(3, -4)$ D. $(3, 4)$
- 二次函数 $y=(x+2)^2-1$ 的图象大致为 ()



- (核心素养—批判质疑)(金华市中考) 对于二次函数 $y=-(x-1)^2+2$ 的图象与性质，下列说法正确的是 ()
A. 对称轴是直线 $x=1$ ，最小值是 2
B. 对称轴是直线 $x=1$ ，最大值是 2
C. 对称轴是直线 $x=-1$ ，最小值是 2
D. 对称轴是直线 $x=-1$ ，最大值是 2
- 抛物线 $y=2(x-1)^2-1$ 与 y 轴的交点坐标为_____。
- 二次函数 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$ 中 x, y 的两组对应值如下表：

x	-2	1
y	m	n

表中 m, n 的大小关系为_____。

- 已知抛物线 $y=(x+2)^2-5$ 。
(1)请指出它的开口方向、顶点坐标、对称轴，并说

明函数有最大值还是最小值，是多少？

- 当函数 y 随自变量 x 的增大而增大时，自变量 x 的取值范围是什么？
- 直接写出它关于 y 轴对称的抛物线的表达式。

知识点3 二次函数 $y=a(x+h)^2+k$ 的图象与 $y=ax^2$ 的图象的关系

- (毕节市中考) 将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 3 个单位，再向下平移 4 个单位，平移后所得新抛物线的表达式为 ()
A. $y=(x+3)^2-4$ B. $y=(x+3)^2+4$
C. $y=(x-3)^2-4$ D. $y=(x-3)^2+4$
- 已知二次函数 $y=a(x+m)^2$ 的顶点坐标为 $(-1, 0)$ ，且过点 $A(-2, -\frac{1}{2})$ 。

- 求这个二次函数的表达式。
- 点 $B(2, -2)$ 在这个函数图象上吗？
- 你能通过左右平移函数图象，使它过点 B 吗？若能，请写出平移方案。

【易错点】 将图象平移与坐标轴平移混淆

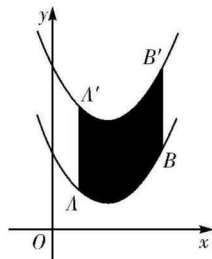
- 在平面直角坐标系中，若抛物线 $y=3x^2$ 不动，而把 x 轴、 y 轴分别向上、向右平移 1 个单位长度，则在新坐标系下，抛物线的函数表达式为_____。

课后综合

——强化能力

10. 如图,将函数 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$ 的图象沿 y 轴向上平移得到一条新函数的图象,其中点 $A(1, m)$, $B(4, n)$ 平移后的对应点分别为点 A' , B' . 若曲线段 AB 扫过的面积为 9(图中的阴影部分),则新图象的函数表达式是 ()

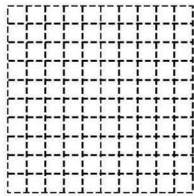
- A. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$
 B. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 7$
 C. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 5$
 D. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 4$



第 10 题图

11. 设 $A(-2, y_1)$, $B(1, y_2)$, $C(2, y_3)$ 是抛物线 $y = -(x+1)^2 + a$ 上的三点,则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为 ()
- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 > y_3 > y_2$
 C. $y_3 > y_2 > y_1$ D. $y_3 > y_1 > y_2$
12. (天津市中考)已知二次函数 $y = (x-h)^2 + 1$ (h 为常数),在自变量 x 的值满足 $1 \leq x \leq 3$ 的情况下,与其对应的函数值 y 的最小值为 5,则 h 的值为 ()
- A. 1 或 -5 B. -1 或 5
 C. 1 或 -3 D. 1 或 3
13. 已知二次函数图象的顶点坐标是 $(-1, 2)$,且过点 $(0, \frac{3}{2})$.

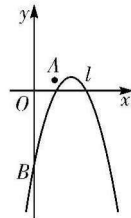
- (1)求二次函数的表达式,并在图中画出它的图象;
 (2)求证:对任意实数 m ,点 $M(m, -m^2)$ 都不在这个二次函数的图象上.



第 13 题图

14. (宿州九中模拟)如图,已知点 A 的坐标为 $(2, 1)$, 抛物线 $l: y = -(x-h)^2 + 1$ (h 为常数)与 y 轴的交点为 B .

- (1)若抛物线 l 经过点 A ,求它对应的函数表达式,并写出此时 l 的对称轴及顶点坐标;
 (2)设点 B 的纵坐标为 y_B ,求 y_B 的最大值,此时 l 上有两点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$,其中 $x_1 > x_2 \geq 0$,比较 y_1 与 y_2 的大小.



第 14 题图

名师培优

——提升素养

15. (核心素养—勇于探究)已知抛物线 $y = -(x-m)^2 + 1$ 与 x 轴的交点为 A, B (B 在 A 的右边),与 y 轴的交点为 C .
- (1)写出 $m=1$ 时与抛物线有关的三个正确结论.
 (2)当 B 在原点的右边,点 C 在原点下方时,是否存在 $\triangle BOC$ 为等腰三角形的情形?若存在,求出 m 的值,若不存在,请说明理由.

学霸笔记

1. 将抛物线 $y = ax^2$ 平移得到抛物线 $y = a(x+h)^2 + k$ 时,不要混淆符号,简记为“上加下减,左加右减”.

2. 可通过确定平移前后顶点的坐标变化来确定平移的方向与距离.

第4课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质

预学梳理

——核心要点

- 将二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的表达式配方,得 $y=a(x+\underline{\hspace{2cm}})^2+\underline{\hspace{2cm}}$, 抛物线的对称轴是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 顶点坐标是 $(\underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}})$.
- 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象性质:
 - 若 $a>0$, 当 $x>\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数值 y 随 x 值的增大而 $\underline{\hspace{2cm}}$; 当 $x<\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数值 y 随 x 值的增大而 $\underline{\hspace{2cm}}$; 当 $x=\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数 y 取最小值, $y_{\text{最小值}}=\underline{\hspace{2cm}}$.
 - 若 $a<0$, 当 $x>\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数值 y 随 x 值的增大而 $\underline{\hspace{2cm}}$; 当 $x<\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数值 y 随 x 值的增大而 $\underline{\hspace{2cm}}$; 当 $x=\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数 y 取最大值, $y_{\text{最大值}}=\underline{\hspace{2cm}}$.

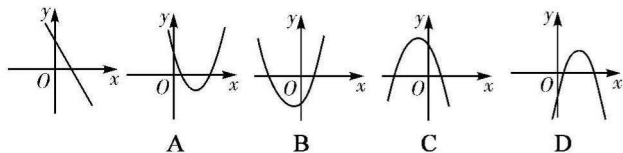


课堂夯基

——分点导练

知识点1 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质

- (上海市中考)下列对二次函数 $y=x^2-x$ 的图象的描述,正确的是 ()
 - 开口向下
 - 对称轴是 y 轴
 - 经过原点
 - 在对称轴右侧部分是下降的
- (南充市中考)抛物线 $y=x^2+2x+3$ 的对称轴是 ()
 - 直线 $x=1$
 - 直线 $x=-1$
 - 直线 $x=-2$
 - 直线 $x=2$
- (山西省中考)用配方法将二次函数 $y=x^2-8x-9$ 化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式为 ()
 - $y=(x-4)^2+7$
 - $y=(x-4)^2-25$
 - $y=(x+4)^2+7$
 - $y=(x+4)^2-25$
- (青岛市中考)已知一次函数 $y=\frac{b}{a}x+c$ 的图象如图,则二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 在平面直角坐标系中的图象可能是 ()



- 二次函数的表达式为 $y=x^2-(12-k)x+12$, 当 $x>1$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x<1$ 时, y 随 x 的增大而减小, 则 $k=\underline{\hspace{2cm}}$.

- (教材 P₂₁T₅ 变式)已知二次函数 $y=x^2-4x+a$ 的最小值为 -9 , 且抛物线 $y=x^2-4x+a$ 的顶点在直线 $y=kx-1$ 上, 则 $a=\underline{\hspace{2cm}}$, $k=\underline{\hspace{2cm}}$.
- 已知二次函数 $y=x^2-2kx+k^2+k-2$.
 - 当实数 k 为何值时, 图象经过原点?
 - 当实数 k 在何范围时, 函数图象的顶点在第四象限内?

知识点2 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的平移

- (广西壮族自治区中考)将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-6x+21$ 向左平移 2 个单位后, 得到新抛物线的表达式为 ()
 - $y=\frac{1}{2}(x-8)^2+5$
 - $y=\frac{1}{2}(x-4)^2+5$
 - $y=\frac{1}{2}(x-8)^2+3$
 - $y=\frac{1}{2}(x-4)^2+3$
- 把抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象先向右平移 3 个单位, 再向下平移 2 个单位, 所得的图象的表达式是 $y=x^2-3x+5$, 求 $a+b+c$ 的值.

【易错点】对 $y=ax^2+bx+c$ 的增减性理解不透而致错

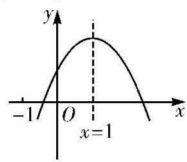
- (黄冈市中考)当 $a\leq x\leq a+1$ 时, 函数 $y=x^2-2x+1$ 的最小值为 1, 则 a 的值为 ()
 - -1
 - 2
 - 0 或 2
 - -1 或 2



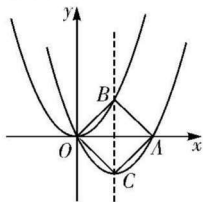
课后综合

——强化能力

11. 如果抛物线 $A: y = x^2 - 1$ 通过左右平移得到抛物线 B , 再通过上下平移抛物线 B 得到抛物线 $C: y = x^2 - 2x + 2$, 那么抛物线 B 的表达式为 ()
- A. $y = x^2 + 2$ B. $y = x^2 - 2x - 1$
C. $y = x^2 - 2x$ D. $y = x^2 - 2x + 1$
12. (兰州市中考) 点 $P_1(-1, y_1), P_2(3, y_2), P_3(5, y_3)$ 均在二次函数 $y = -x^2 + 2x + c$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()
- A. $y_3 > y_2 > y_1$ B. $y_3 > y_1 = y_2$
C. $y_1 > y_2 > y_3$ D. $y_1 = y_2 > y_3$
13. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 有以下结论: ① $abc > 0$; ② $a - b + c < 0$; ③ $2a = b$; ④ $4a + 2b + c > 0$; ⑤ 若点 $(-2, y_1)$ 和 $(-\frac{1}{3}, y_2)$ 在该图象上, 则 $y_1 > y_2$. 其中正确的结论是 _____. (填序号)
14. (湖州市中考) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx (a > 0)$ 的顶点为 C , 与 x 轴的正半轴交于点 A , 它的对称轴与抛物线 $y = ax^2 (a > 0)$ 交于点 B . 若四边形 $ABOC$ 是正方形, 则 b 的值是 _____.
15. 已知二次函数的图象开口向上, 与抛物线 $y = 3x^2$ 的图象的形状相同, 对称轴是直线 $x = -2$, 且过点 $(0, -5)$.
- (1) 求该二次函数的表达式.
(2) 在(1)所求的二次函数中, 当 x 为何值时, y 随 x 的增大而减小? 当 x 等于多少时, 函数有最小值? 最小值是多少?

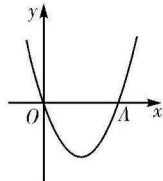


第 13 题图



第 14 题图

- (2) 已知这条抛物线在 x 轴的下方的部分上有一点 B , 使 $\triangle AOB$ 的面积等于 3, 求点 B 的坐标.



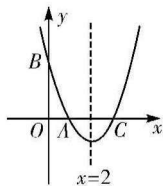
第 16 题图



名师培优

——提升素养

17. (合肥五十中考) 如图, 抛物线 $y = x^2 - bx + c$ 交 x 轴于点 $A(1, 0)$, 交 y 轴于点 B , 对称轴是直线 $x = 2$.
- (1) 求抛物线对应的函数表达式.
(2) 点 P 是抛物线对称轴上的一个动点, 是否存在点 P , 使 $\triangle PAB$ 的周长最小? 若存在, 求出点 P 的坐标和 $\triangle PAB$ 周长的最小值; 若不存在, 请说明理由.



第 17 题图

学霸笔记

- 对于一般式的平移: ① 一般先化成顶点式, 再利用“左加右减, 上加下减”的规则平移. ② 若不化成顶点式, 则需熟记“左加右减”, 在所有的 x 上加减; “上加下减”, 在函数的末尾加减即可.
- 求二次函数的最值时, 不能忽视自变量的取值范围.

16. (教材 P₂₈ T₁₁ 变式) 如图, 二次函数 $y = x^2 + (2k-1)x + k + 1$ 的图象与 x 轴相交于 O, A 两点.
- (1) 求这个二次函数的表达式;