

21世纪高职高专规划教材
高等院校公共基础课程“十二五”规划教材

经济 应用数学

JINGJI
YINGYONG SHUXUE

主编 / 曹 勃



电子科技大学出版社

高职经济管理类专业案例化教材

经济应用数学

主编 曹 勃

电子科技大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

经济应用数学 / 曹勃主编. —成都: 电子科技大学出版社, 2014. 6

ISBN 978 - 7 - 5647 - 2385 - 9

I. ①经… II. ①曹… III. ①经济应用数学 - 高等职业教育 - 教材 IV. ①F224. 8

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 092519 号

全国高职高专教材
21 世纪高职高专规划教材
高等院校公共基础课程“十二五”规划教材
经济应用数学
主编 曹 勃

出 版: 电子科技大学出版社 (成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦 邮编: 610051)

策划编辑: 谢晓辉

责任编辑: 高小红 李波翔

主 页: www.uestcp.com.cn

电子邮箱: uestcp@uestcp.com.cn

发 行: 新华书店经销

印 刷: 北京文良精锐印刷有限公司

成品尺寸: 185 mm × 260 mm 印张 19 字数 416 千字

版 次: 2014 年 6 月第一版

印 次: 2014 年 6 月第一次印刷

书 号: ISBN 978 - 7 - 5647 - 2385 - 9

定 价: 35.00 元

■ 版权所有 侵权必究 ■

◆ 本社发行部电话: 028 - 83202463; 本社邮购电话: 028 - 83201495。

◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。

主编简介

曹勃（1973. 3— ），汉族，安徽安庆人，宁波职业技术学院公共教学部副主任，副教授。从事一线数学教学工作近二十年，对高职数学教学改革工作有丰富的经验，是全国高职高专教育师资培训基地高职数学教学改革主讲教师；中国职业技术教育学会教学工作委员会高等职业教育公共基础课程教学研究会常务理事。主编了包括国家十一五规划教材《工程应用数学》在内的、突出高职数学特色的教材多本，主持省市级关于高职教学项目多个，发表相关论文十多篇。

前 言

作为培养国家紧缺应用型人才的高等职业技术学院，教学改革经历了从本科的压缩版，到工学结合乃至项目化教学模式，对课程改革提出了浅显、实用、针对性强等异于普通高校课程改革的要求。《高等数学》作为一门基础文化素质课程和专业课的工具性课程，如何实施基础课程和专业课程的一体化设计思想，真正做到因材施教，按培养目标设立课程内容，突出服务性和实用性是高职院校《高等数学》改革的瓶颈。

根据高职经济管理类专业人才培养目标，结合学生的专业课程体系和学生的数学认知基础，以工作岗位任务引领，生活化情境设置和案例驱动形式，编写了高职《经济应用数学》教材，主要针对经济管理类专业学生的专业学习需要和未来的工作需要，本教材突出了以下几方面的特色：

1. 突出基础与专业课程一体化设计思想。教学内容和教学难度均以高职经济管理类专业的需要为基础，以学生的专业学习需要和工作需要为准绳；

2. 突出教学内容与学生数学认知相吻合。教学内容和难度均考虑到学生的数学基础和数学认知情感特点，更多地利用图形（表）、通俗的生活化语言降低教学难度，提高内容的可读性、趣味性；

3. 突出培养学生的互译能力。教材体系和模块设置与经济管理类专业学生的工作、专业课程密切相关，无论是模块任务、引例还是应用案例，都以学生的专业知识或生活知识为基础，强调培养学生“将数学知识专业化和将专业知识数学化”的双向互译能力；

4. 突出为高职学生多元需求服务思想。高职学生的数学需求不仅包括专业课程学习需求、工作岗位问题解决需求，还包括学历提升需求和研究性需求，教材主体以实用数学能力培养为主，“数学知识拓展”模块从数学角度统筹构建数学知识体系，有利于满足教学过程中的各类需求；

5. 突出与高职经济类专业整体培养体系相吻合。由于高职《经济应用数学》在整体的高职教学体系中是一种文化素质拓展课，更是一种基础“工具”课，因此教材的编写体系、课时安排等都强调与经济类专业的培养需要相适应；

6. 淡化数学体系和理论推导过程。突出实际问题能力的培养，突出创新能力和数学模型研究思想的培养，淡化纯数学计算技巧和理论证明推导，有关定理和结论基本都是直接给出，或只做简单的说明（或几何解释），突出其应用，包括数学应用和

案例应用；

7. 融合数学建模思想。在每章节中，结合相关内容，引入了数学建模案例，供学有余力的学生学习，增加了书本的层次性，同时提高了学生的应用能力；充分考虑到办公软件的应用广泛性和通用性，本书中对于复杂模型的求解借助办公软件相关功能解决，对于降低数学的难度和提高实用性大有裨益。

本教材由宁波职业技术学院数学教研室曹勃老师主编而成，顾央青老师、童春老师和王达先老师参与编写工作。由于时间和水平有限，书中难免有不妥之处，恳请广大读者批评指正。

曹 勃

目 录

第一章 数据的统计分析与预测方法	1
第一节 数据的描述性统计	3
想一想 练一练 (一)	15
第二节 数据的推断性统计	17
想一想 练一练 (二)	35
第三节 函数的变化趋势与预测	39
想一想 练一练 (三)	56
数学知识拓展	57
想一想 练一练 (四)	60
第二章 边际分析与最优决策中的数学方法	61
第一节 边际分析中的数学思想方法	63
想一想 练一练 (一)	69
第二节 边际定量分析中的数学计算	71
想一想 练一练 (二)	82
第三节 边际分析中的近似计算	85
想一想 练一练 (三)	90
第四节 管理中的优化决策	91
想一想 练一练 (四)	108
数学知识拓展	109
想一想 练一练 (五)	115
第三章 经济总量的数学分析与计算	117
第一节 经济总量分析的数学思想方法	119
想一想 练一练 (一)	127
第二节 经济总量分析的数学定量计算	129
想一想 练一练 (二)	143
第三节 经济管理决策中的微分方程	145

想一想 练一练 (三)	154
数学知识拓展	154
想一想 练一练 (四)	162
第四章 生产运输决策中的统筹方法	165
第一节 生产统筹安排中的线性规划问题	167
想一想 练一练 (一)	185
第二节 调度管理决策中的优化方法	189
想一想 练一练 (二)	210
第三节 物流运输路线优化思想	213
想一想 练一练 (三)	225
数学知识拓展	226
想一想 练一练 (四)	231
第五章 品质管理分析中的概率思想方法	233
第一节 质量分析中的概率思想方法	235
想一想 练一练 (一)	248
第二节 决策过程中的随机变量	249
想一想 练一练 (二)	261
第三节 决策风险的概率分析	263
想一想 练一练 (三)	274
数学知识拓展	276
想一想 练一练 (四)	277
习题参考答案	278
附表	289
参考文献	293

第一章 数据的统计分析与预测方法



学习目标

能力培养目标:

1. 会将统计问题中的概念与数学概念进行互译;
2. 会对数据进行统计分析;
3. 会利用时间序列预测法和连续预测法对数据进行科学预测。

知识学习目标:

1. 理解数据统计中均值、中值、众数、方差等概念;
2. 掌握数据的均值、中值、众数和极差、方差、标准差的计算方法;
3. 了解数据拟合的概念,掌握数据拟合的方法;
4. 熟练运用以时间为序列的离散预测法和以拟合为基础连续预测法。



工作任务

某销售公司要求其财务部门根据销售员工的前几年工作业绩,作出每个销售岗位员工的下一年度销售业绩目标,制订销售部门的总销售业绩目标。结合销售部门总业绩目标 and 公司产品市场情况,作出公司未来三年生产规划,如果要扩大生产规模,是否需要贷款,按公司发展状况,该贷款计划是否合适。

谈谈你的想法:



任务分析

综观公司要求,要完成公司给出的任务(项目),做出符合要求的方案,需要我们对公司过往的业绩进行科学评估,认识数据中反映的规律,发现其中的不足与问题,提出解决问题的方案,并为公司的规划发展提供决策量化依据。因此,我们必须具备以下几方面的数学能力:

1. 会对公司已有数据进行具有统计意义的数据量化;
2. 能根据量化数据进行销售业务预测;
3. 能根据公司销售业务和公司产品市场情况进行公司发展预测;
4. 在前期数据预测的基础上,结合公司资金状况作出银行贷款计划,并会计算不同贷款情况下,公司的还款总额及会分析公司的承受能力等。



知识平台

1. 数据的初步统计思想与方法;
2. 数据的时间序列预测法;
3. 数据的拟合;
4. 函数的概念;
5. 函数极限的概念与计算。

第一节 数据的描述性统计



子任务导入

某电器有限公司销售部门有销售(1)部、销售(2)部和销售(3)部,2010年前6个月销售业绩如表1.1(单位:万元)所示:

表 1.1 某电器有限公司销售部各员工的月销售业绩表

员工 \ 月份	销售部门	1	2	3	4	5	6
CXL	销售(1)部	66 500	92 500	95 500	98 000	86 500	71 000
ZY	销售(1)部	73 500	91 500	64 500	93 500	84 000	87 000
LH	销售(1)部	75 500	62 500	87 000	94 500	78 000	91 000
LL	销售(1)部	79 500	98 500	68 000	100 000	96 000	66 000
DY	销售(1)部	82 050	63 500	90 500	97 000	65 150	99 000
ZC	销售(1)部	82 500	78 000	81 000	96 500	96 500	57 000
LHY	销售(1)部	84 500	71 000	99 500	89 500	84 500	58 000
LJ	销售(1)部	87 500	63 500	67 500	98 500	78 500	94 000
DYH	销售(1)部	88 000	82 500	83 000	75 500	62 000	85 000
ZT	销售(2)部	56 000	77 500	85 000	83 000	74 500	79 000
LML	销售(2)部	58 500	90 000	88 500	97 000	72 000	65 000
MY	销售(2)部	63 000	99 500	78 500	63 150	79 500	65 500
ZXL	销售(2)部	69 000	89 500	92 500	73 000	58 500	96 500
LY	销售(2)部	72 500	74 500	60 500	87 000	77 000	78 000
PY	销售(2)部	74 000	72 500	67 000	94 000	78 000	90 000
FJD	销售(2)部	75 500	72 500	75 000	92 000	86 000	55 000
YWJ	销售(2)部	76 500	70 000	64 000	75 000	87 000	78 000
MLG	销售(2)部	77 000	60 500	66 050	84 000	98 000	93 000
YHM	销售(2)部	80 500	96 000	72 000	66 000	61 000	85 000
HHS	销售(3)部	62 500	57 500	85 000	59 000	79 000	61 500
TYX	销售(3)部	63 500	73 000	65 000	95 000	75 500	61 000
ZTT	销售(3)部	68 000	97 500	61 000	57 000	60 000	85 000
LLM	销售(3)部	71 500	61 500	82 000	57 500	57 000	85 000
MXY	销售(3)部	71 500	59 500	88 000	63 000	88 000	60 500
STC	销售(3)部	75 000	71 000	86 000	60 500	60 000	85 000
XXH	销售(3)部	75 500	60 500	85 000	57 000	76 000	83 000
YP	销售(3)部	76 000	63 500	84 000	81 000	65 000	62 000

公司要求我们部门分析销售部每个员工的业绩,并通过员工的业绩分析,分析公司的总销售业绩情况,并作出相关建议。

子任务分析

从表 1.1 看,其中的数据没有规律,显得比较凌乱,不便于我们阅读,更不利于我们理解与分析,为此我们可以对数据加以整理,从不同的角度对数据进行统计分析,探索数据的分布特征。

对每个员工的业绩分析,可以通过分析每个员工 6 个月来的销售业绩情况,统计分析:

1. 每个员工的个人销售业绩水平;
2. 每个员工的个人销售业绩的稳定性等。

在横向分析每个员工的销售业绩的基础上,统计分析:

1. 不同员工之间的销售业绩差异情况;
2. 6 个月来公司总销售业绩的变化情况;
3. 以多种方式对数据排序分析。

在两种统计分析的基础上,就可以初步评判每个员工的总体销售能力,员工之间的能力差异情况,同时可以了解到公司产品的销售和市场变化情况。

从子任务分析情况看,解决相关问题必须具备度量数据的集中趋势和离散趋势的数学方法和相关数学知识。

生活情境





数学知识链接

通过调查获得,经过整理后展现的如表 1.1 的数据,已经可以反映出被研究对象的一些状态与特征,但由于数据比较凌乱,认知程度还比较肤浅,反映的精确度不够,不便于阅读,也不便于理解和分析。为此,我们要使用各类具有代表性的数量特征值,来准确地描述这些数据。对数据的特征描述,主要包括反映数据分布特征与排序、频数分布等描述性统计方法。

一 数据的分布与排序

数据的分布特征主要包括数据的集中趋势和数据的离散趋势,其中数据的集中趋势有均值、中位数和众数等测定指标,其反映的是一组数据向某一中心值靠拢的倾向,在中心附近的数据数目较多,而远离中心的较少。对集中趋势进行描述就是寻找数据一般水平的中心值或代表值;数据的离散趋势有极差、方差和标准差等三个测定指标,其主要反映各变量值远离中心值的程度,即主要测定数据的稳定(波动)性如何。

1. 数据的集中趋势

(1) 均值

引例 1.1 【工资水平分析】 某公司 2013 年 7 月份部分员工的工资如表 1.2 所示:

表 1.2 2013 年 7 月份某公司部分员工的工资表

序号	姓名	工资	序号	姓名	工资
1	HYL	2 361.00	5	GTP	4811.50
2	SLY	1 985.25	6	CYC	2855.50
3	LCP	3 470.80	7	QLP	3812.00
4	YZY	1 359.15	8	XYZ	2388.10
9	SWY	4 008.60	10	CMM	3187.35

作为公司的财务人员,公司员工的平均工资如何计算? 如果有些公司员工的工资相同,是不是有更简洁的办法计算该公司员工的平均工资?

引例 1.2 【商品价格分析】 现在市场上经常有很多促销活动,小王在该活动的不同时段各花 1 元买到了单价分别为 1.2 元/Kg、1.8 元/Kg、2 元/Kg 的某类商品,请问你能计算出他在活动中买到的该商品平均价格吗?

问题分析 这类问题的总体目标相同,即要计算一组数据的平均数,但由于情境不同,导致解决问题的思路有一定的差异,如何根据不同的情境,采用合理的办法计算平均数,是我们下面重点讨论的问题之一。

一组数据各变量值相加后除以数据的个数所得到的结果,称为**均值(Mean)**,也称为**算术平均数(Arithmetic Mean)**,用 \bar{x} 表示。设一组数据为 x_1, x_2, \dots, x_n ,则数据的均值 \bar{x} 为

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

由于算术平均数在分析数据时,没有考虑各数据的重要性,因此有时对算术平均数做了一些改进。通常,根据各个数据的重要性,分别对各个数据赋予适当的权值,越重要的数据赋予越大的权重,一组数据各变量值与对应的权重乘积之和称为**加权平均数 (Weighted Mean)**。设一组数据为 x_1, x_2, \cdots, x_n , 对应的权重分别为 f_1, f_2, \cdots, f_n , 则数据的加权平均数

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \cdots + f_n x_n}{m} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n f_i x_i$$

其中, $f_1 + f_2 + \cdots + f_n = m$ 。

均值除了上述的算术平均数和加权平均数外,调和平均数和几何平均数是另外两种常见的集中趋势测定统计量。

各个变量值倒数的简单算术平均数的倒数称为**简单调和平均数 (Harmonic Mean)**, 用 M_H 表示,简单调和平均数主要应用于各变量值对应的标志总量相等的情况。设一组数据为 x_1, x_2, \cdots, x_n , 则数据的简单调和平均数为

$$M_H = \frac{1+1+\cdots+1}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

当各变量值对应的标志总量不相等时,设一组数据为 x_1, x_2, \cdots, x_n , 且各单位或各经变量值对应的标志总量分别为 M_1, M_2, \cdots, M_n , 则数据的简单调和平均数为

$$M_H = \frac{M_1 + M_2 + \cdots + M_n}{\frac{M_1}{x_1} + \frac{M_2}{x_2} + \cdots + \frac{M_n}{x_n}} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{x_i}}$$

在计算平均比率和平均速度时,通常采用**几何平均数 (Geometric Mean)**来度量,用 M_G 表示。设一组数据为 x_1, x_2, \cdots, x_n , 则数据的几何平均数为

$$M_G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \cdots \times x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$$

均值是最常见的度量数据集中趋势的方法,用于寻找定量数据的中心代表值,但其统计量的稳健性较差,即容易受到极端值的干扰。例如一个企业中如果有少数高管的工资很高,而大部分员工的工资很低时,均值就不能很好地反映该企业的大部分员工平均工资水平了。这时用中位数或众数等来度量数据的集中趋势比较合适。

(2) 中位数

引例 1.3 【公司平均工资】 某贸易公司人员年薪情况如表 1.3 所示:

表 1.3 某贸易公司人员年薪表

序号	姓名	工资(万元)	序号	姓名	工资
1	总经理	50	8	员工 4	6
2	主管 1	20	9	员工 5	4
3	主管 2	18	10	员工 6	5
4	主管 3	15	11	员工 7	6
5	员工 1	5	12	员工 8	5
6	员工 2	5	13	员工 9	4
7	员工 3	6	14	员工 10	3

如果你是该贸易公司的一个新人,请问如何看待自己的期望年薪比较合理?

引例 1.4 【平均受教育水平】 为了解公司员工的整体受教育水平,公司对 3000 名员工作了相关调查,得到数据如表 1.4 所示:

表 1.4 员工受教育水平调查表

受教育水平	人数(人)	百分比(%)
小学及以下	240	8
初中	564	18.8
高中	1 635	54.5
大学及以上	561	18.7
合计	3 000	100

这时该如何认定公司员工的整体受教育水平呢?

问题分析 用前面所述的均值去分析这类问题合适吗?明显是不行的,这时需要根据不同的情境采用中位数或众数的概念解决之。

一组数据排序后处于中间位置上的变量值,称为**中位数或中值(Median)**,用 M_e 表示。设一组数据为 x_1, x_2, \dots, x_n , 按从小到大的顺序排序后为 $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$, 则中位数为

$$M_e = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})} & n \text{ 为奇数} \\ \frac{1}{2}(x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}) & n \text{ 为偶数} \end{cases}$$

(3) 众数

一组数据中出现次数最多的变量值,称为**众数(Mode)**。

数据的均值、中位数(中值)和众数主要用于度量数据的总体(平均)水平,反映数据的集中趋势。

 **案例分析**

案例 1.1 【股票平均收盘价格】 根据某证券交易所信息,已知四只股票某日的收盘价和成交额如表 1.5 所示:

表 1.5 4 只股票某日的收盘价和成交额

股票	收盘价	成交额
1	8.12	6 400 000
2	11.30	310 000
3	16.54	230 000
4	14.70	520 000
合计	—	30

计算这四只股票的当日平均收盘价格。

解 利用调和平均数计算公式知,这四只股票的当日平均收盘价格

$$M_H = \frac{\sum_{i=1}^4 M_i}{\sum_{i=1}^4 \frac{M_i}{x_i}} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4}{\frac{M_1}{x_1} + \frac{M_2}{x_2} + \frac{M_3}{x_3} + \frac{M_4}{x_4}} = \frac{7\,460\,000}{864\,891} \approx 8.63(\text{元})$$

案例 1.2 【股票收益率】 某股票投资者长期持有一只股票,2005~2008 年每年的收益率分别是 5.6%,7.2%,28.5%, -15.6%。计算该股票投资者 4 年内的平均收益率。

解 根据股票四年的平均收益率可得到其四年的相对价格分别是 105.6%, 107.2%,128.5%,84.4%。计算四年平均相对价格

$$M_G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} = \sqrt[4]{105.6\% \times 107.2\% \times 128.5\% \times 84.4\%} \approx 105.26\%$$

所以,四年的平均收益率是 105.26% - 1 = 5.26%。

案例 1.3 【产品销售分析】 某公司在过去 6 年里的销售数据如表 1.6(单位:万元)所示:

表 1.6 某公司 2006~2011 年销售数据

年份	销售量	年份	销售量
2006	495	2009	560
2007	490	2010	580
2008	510	2011	575

试分析该公司过去 6 年来产品的总体销售水平如何?

解 该公司产品销售的总体水平分析,从数据特点看,采用均值或中位数度量比较科学

产品销售的均值为 $\bar{x} = \frac{495+490+510+560+580+575}{6} = 535$

产品销售的中位数为 $M_c = \frac{510+560}{2} = 535$ 。

2. 数据的离散趋势

很多时候,我们不仅希望了解数据的总体水平和集中趋势,同时希望了解数据的稳定性和离散趋势。数据的稳定性主要利用数据的极差、方差(标准差)度量,方差(标准差)越大,数据的稳定性越差,反之,数据的稳定性越好。

引例 1.5 【销售业绩水平分析】 上海一销售公司主要销售商品条形码的扫描枪、定位扫描枪、刷卡器和报警器等相关设备,2012年3月份8名员工的销售业绩如表1.7所示:

表 1.7 2012 年销售员各产品销售总额统计表

员工序号	扫描枪销售额	定位扫描枪销售额	刷卡器销售额	报警器销售额
1	5 638	4 908	2 089	4 890
2	2 010	3 109	3 882	2 135
3	2 080	3 915	3 090	3 901
4	1 595	2 108	1 840	2 170
5	5 660	2 120	3 098	5 659
6	5 661	3 135	5 659	5 578
7	2 106	1 845	2 101	2 109
8	4 903	3 155	3 910	4 890

试在分析这8名员工的总体平均销售能力的基础上,进一步分析这8名员工销售能力的差距。

问题分析 分析员工的总体平均销售能力,可以利用前面的集中趋势中的均值或中位数去度量,要进一步分析这些员工销售能力的差距,我们可以通过分析销售能力最强和最弱者的销售额差距、每个个体销售额和平均销售额之间的差距等指标进行分析。这就需要具备数学中的极差、方差(标准差)等知识和能力。

(1) 极差

一组数据中的最大值与最小值的差,称为**极差 (Range)**,用 R 表示。设一组数据为 x_1, x_2, \dots, x_n ,按从小到大的顺序排序后为 $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$,则极差为

$$R = x_{(n)} - x_{(1)}$$

极差是最容易计算的度量数据离散趋势的统计量,但它容易受极端值的影响。因此,更多时候我们利用方差或标准差度量数据的离散趋势。

(2) 方差

一组数据中的各变量值与其均值之差平方的均值,称为**方差 (Variance)**,用 S^2 表示。设一组数据为 x_1, x_2, \dots, x_n ,则方差为