

微弱信号处理理论

唐宋元 杨健 艾丹妮 © 编著

THEORY OF WEAK SIGNAL
DETECTION



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

微弱信号处理理论

唐宋元 杨 健 艾丹妮 编著

 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

图书在版编目 (CIP) 数据

微弱信号处理理论/唐宋元, 杨健, 艾丹妮编著. —北京: 北京理工大学出版社, 2018.10
ISBN 978-7-5682-6453-2

I. ①微… II. ①唐… ②杨… ③艾… III. ①信号处理 IV. ①TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 254164 号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)

(010) 82562903 (教材售后服务热线)

(010) 68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 /

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 13.5

字 数 / 320 千字

版 次 / 2018 年 10 月第 1 版 2018 年 10 月第 1 次印刷

定 价 / 68.00 元

责任编辑 / 王美丽

文案编辑 / 孟祥雪

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 李志强

图书出现印装质量问题, 请拨打售后服务热线, 本社负责调换

前言

人类对世界的认知可以认为是通过信号来完成的,例如听觉和视觉就是对声音信号和光信号的处理而得到的。随着科学技术的发展,人类对自然界的探索越来越深入,需要检测的信号也越来越微小,它们的检测变得十分困难,目前微弱信号检测已经成为重要的研究方向。

微弱信号处理主要用于传统方法不能检测到的微弱量,例如弱声、弱光、弱电、弱磁、微振动、微位移、微电压等,通常这些微弱信号被较强的噪声所掩盖,微弱信号检测实际面临的问题是如何从噪声中检测出人们感兴趣的信号。微弱信号处理已经在物理、化学、天文、地理、遥感、生物医学、军事等领域得到广泛的应用。

微弱信号理论对于微弱信号的检测具有指导作用,本书主要对经典的和近年来发展起来的有关微弱信号检测理论进行了广泛的介绍,希望能够给从事相关研究的人员以指导作用。

本书共有十二章,第一、二章介绍有关的基础知识;第三章介绍随机噪声及其特性;第四~六章主要介绍经典的微弱信号处理的方法,包括滤波、判决和参数估计;第七~十二章主要介绍近年来发展的理论在微弱信号处理方面的应用,包括小波、盲源分离、混沌、共振检测、压缩感知和深度学习。

陈颖、邓巧玲、李静舒、刘宇涵、孟宪琦、王雅晨同学参与了部分章节的编写工作;同时,本书的出版得到了北京理工大学 2016 年“双一流”研究生精品教材项目资助,在此一并表示感谢!

由于作者水平有限,书中难免有疏漏和错误之处,殷切希望广大读者批评指正。

编著者

目 录

CONTENTS

第一章 绪论	001
1.1 信号分类	001
1.1.1 标量信号和矢量信号	001
1.1.2 一维信号、二维信号和多维信号	001
1.1.3 连续时间信号和离散时间信号	002
1.1.4 模拟信号和数字信号	002
1.1.5 抽样数据信号和量化阶梯信号	002
1.1.6 确定信号和随机信号	002
1.2 基本的信号处理系统	003
1.3 采样定理	003
1.4 常用的典型信号	003
1.4.1 单位阶跃信号	004
1.4.2 斜坡函数	004
1.4.3 抛物线函数	004
1.4.4 正弦函数	004
1.4.5 门函数	005
1.4.6 单位冲激函数	005
1.4.7 符号函数	006
1.4.8 单位脉冲序列	006
1.4.9 单位阶跃序列	007
1.5 信号的基本运算	007
1.5.1 信号相加或相乘	007
1.5.2 平移	007
1.5.3 尺度变换	008
1.5.4 信号的微分与积分	009
1.5.5 差分运算	009
1.6 微弱信号检测	010
1.6.1 取样积分与数字平均	011
1.6.2 相关检测	011

1.6.3	自适应消噪	011
1.6.4	滤波	011
1.6.5	傅里叶变换	012
1.6.6	功率谱密度	012
1.6.7	小波	012
1.6.8	盲源分离	012
1.6.9	混沌检测方法	012
1.6.10	随机共振方法	013
1.6.11	压缩感知	013
1.6.12	深度学习	013
第二章	微弱信号学习基础	014
2.1	线性代数	014
2.1.1	标量、向量、矩阵、张量和转置	014
2.1.2	矩阵运算	014
2.2	概率论	017
2.2.1	随机变量	017
2.2.2	概率分布	018
2.2.3	联合概率分布	018
2.2.4	边缘概率分布	019
2.2.5	条件概率	019
2.2.6	独立性	019
2.2.7	乘法公式	019
2.2.8	全概率公式	020
2.2.9	贝叶斯公式	020
2.2.10	数学期望、方差和协方差	020
2.2.11	高斯分布	021
2.3	随机过程	022
2.3.1	数学期望	023
2.3.2	相关函数	023
2.3.3	各态历经随机过程	024
2.4	傅里叶变换	025
2.5	功率谱密度	025
第三章	随机噪声及其特性	027
3.1	噪声的一般性质	027
3.2	常见噪声模型	027
3.2.1	高斯噪声	027
3.2.2	白噪声	027

3.2.3 限带白噪声	029
3.2.4 窄带白噪声	030
3.2.5 加性噪声	033
3.3 随机噪声通过电路响应	034
3.3.1 随机噪声通过线性电路系统的响应	034
3.3.2 非平稳随机噪声通过线性电路系统的响应	037
3.3.3 随机噪声通过非线性电路系统的响应	039
3.4 相关检测	040
第四章 微弱信号滤波	044
4.1 匹配滤波器	044
4.1.1 白噪声输入	046
4.1.2 匹配滤波器的性质	047
4.1.3 广义匹配滤波器	047
4.2 维纳滤波器	048
4.2.1 最小均方误差准则	049
4.2.2 维纳滤波器积分解	049
4.2.3 维纳滤波器正交解	050
4.2.4 非因果的维纳滤波器	051
4.2.5 维纳滤波器的因果解	052
4.2.6 具有确定结构的维纳滤波解	053
4.2.7 维纳滤波器的离散形式	055
4.3 卡尔曼滤波	056
4.3.1 时间序列信号模型	057
4.3.2 信号模型与观测模型	058
4.3.3 标量信号的卡尔曼滤波	059
4.3.4 矢量信号的卡尔曼滤波	062
4.3.5 带控制的卡尔曼滤波	065
4.4 自适应噪声抵消滤波器	067
4.4.1 基本噪声抵消系统	067
4.4.2 实际噪声抵消系统	068
4.4.3 自适应噪声抵消系统	070
第五章 微弱信号判决	075
5.1 假设检验	075
5.2 单次取样的信号判决	076
5.2.1 最大后验概率准则	076
5.2.2 最小错误率贝叶斯准则	080
5.2.3 最小代价贝叶斯准则	080

5.2.4 奈曼—皮尔逊准则	082
5.2.5 极大极小化准则	084
5.2.6 ROC 曲线	086
5.3 多次取样的信号判决	087
5.4 多次采样二元确知信号的判决	091
5.5 随机参量信号的判决	096
5.5.1 单次采样	097
5.5.2 多次采样	098
5.6 匹配滤波器的信号判决	099
第六章 微弱信号参数估计	101
6.1 贝叶斯估计	101
6.2 估计量的性质	105
6.3 线性最小方差估计	109
6.3.1 最小均方估计	109
6.3.2 最小均方估计	112
第七章 基于小波分析的微弱信号检测	116
7.1 连续小波变换	116
7.2 离散小波变换	117
7.3 小波框架理论	118
7.4 多分辨率分析及 Mallat 算法	119
7.4.1 多分辨率分析	119
7.4.2 Mallat 算法	121
7.5 基于小波变换的去噪	121
7.5.1 小波基的选择	122
7.5.2 小波分解层数的确定	123
7.5.3 阈值函数	124
7.5.4 阈值的选取	126
第八章 微弱信号处理的盲源分离方法	129
8.1 问题的提出	129
8.2 基本模型	129
8.3 基本理论	131
8.3.1 两个不确定性	131
8.3.2 假设条件	132
8.3.3 欠定盲源分离的稀疏性理论	133
8.4 常用算法	133
8.5 微弱信号频带内噪声的分离	137

8.5.1 基于降噪源分离的信噪分离方法	137
8.5.2 微弱信号的辅助筛选与提取	139
第九章 基于混沌的微弱信号检测	141
9.1 混沌的定义	141
9.1.1 Newhouse、Famer 等给出的定义	141
9.1.2 Li-Yorke 的定义	141
9.1.3 Melnikov 的混沌定义	142
9.2 产生混沌的途径	143
9.3 微弱信号的混沌检测判据	146
9.3.1 Melnikov 方法	146
9.3.2 Lyapunov 特征指数	150
9.4 基于混沌理论的微弱信号检测	154
9.4.1 Duffing 检测模型	154
9.4.2 单正弦信号频率的检测	157
第十章 微弱信号的随机共振检测方法	160
10.1 经典随机共振系统模型	160
10.2 随机共振理论模型	160
10.3 随机共振现象产生机制	161
10.4 随机共振理论解	163
10.4.1 绝热近似理论	163
10.4.2 线性响应理论	166
10.5 随机共振的衡量指标	168
10.5.1 信噪比和信噪比增益	168
10.5.2 互相关系数	170
10.5.3 符号序列熵法	170
10.6 参数调节随机共振在微弱信号检测中的应用	179
第十一章 基于压缩感知的微弱信号处理	182
11.1 压缩感知	182
11.1.1 问题描述	182
11.1.2 信号的稀疏性	184
11.1.3 字典稀疏化	184
11.2 观测矩阵的构造	185
11.2.1 零空间条件	185
11.2.2 有限等距性质	186
11.2.3 测量矩阵的设计	188
11.2.4 常见的 RIP 矩阵	188

11.3 信号重构及压缩感知算法	189
11.3.1 信号重构	189
11.3.2 含噪信号的恢复	190
11.3.3 恢复算法	191
11.4 压缩感知在微弱信号检测中的应用	192
第十二章 基于深度学习的微弱信号处理	195
12.1 神经网络简介	195
12.2 反向传导算法	196
12.3 激活函数	197
12.4 深层网络及 S 形函数的局限性	198
12.5 深度学习中的解决方案	199
12.6 去噪框架	202
12.7 初始化参数及训练	202
12.7.1 数据预处理	202
12.7.2 网络权值初始化	203
12.7.3 训练方式	203
12.7.4 学习率和惯性参数	204
12.8 去噪	204

第一章

绪 论

微弱信号处理的目的是从噪声中提取相对微弱的信号，相关的问题涉及现代社会的各个方面。目前，微弱信号处理的原理和方法大量应用于现代科学技术领域，如交通、广播电视、通信、航空航天、军事和生物医学工程等方面。

微弱信号处理理论主要研究如何对含有噪声的信号进行处理，从而对“湮没”在噪声中的信号进行检测或提取。本教材主要介绍微弱信号处理的相关理论。

信号在我们的社会中起着非常重要的作用。信号不仅通过大自然产生，也通过人工合成。人们对信号进行处理的目的是从信号中提取有用信息。信息提取的方法取决于信号的类型以及信号信息的性质。信号可以在时域表示，也可以在频域表示，信息的提取也可以在时域或频域进行。

1.1 信号分类

信号在数学上可以表示成自变量的函数，根据自变量的特征以及函数的定义域，可以将信号定义成不同的类型。

1.1.1 标量信号和矢量信号

由一个信号源产生的信号是标量信号；由多个信号源产生的信号是矢量信号。一个人的语音信号可以看成标量信号；一个人的语音和温度信号可以看成矢量信号。

1.1.2 一维信号、二维信号和三维信号

由只有一个自变量的函数表示的信号是一维信号；由含有两个自变量的函数表示的信号是二维信号；由含有多个自变量的函数表示的信号是三维信号。音频信号是一维信号，它只有一个自变量——时间；照片是一个二维信号，它的自变量是两个空间变量；核磁共振体数据是三维信号，它的自变量是三个空间变量；FMRI 图像是四维图像，它的自变量包含三个空间变量和一个时间变量。

1.1.3 连续时间信号和离散时间信号

若自变量是时间的连续函数，则该信号称为连续时间信号；若自变量是时间的离散函数，则该信号称为离散时间信号。连续时间信号在每个时刻都有定义，而离散时间信号只在离散时刻有定义。

1.1.4 模拟信号和数字信号

具有连续振幅、连续时间的信号称为模拟信号；用有限个整数值表示离散振幅值的离散时间信号称为数字信号。

1.1.5 抽样数据信号和量化阶梯信号

具有连续振幅的离散时间信号称为抽样数据信号，数字信号是量化的抽样信号；具有离散振幅的连续时间信号是量化阶梯信号。图 1.1 所示为模拟信号、数字信号、抽样数据信号和量化阶梯信号。

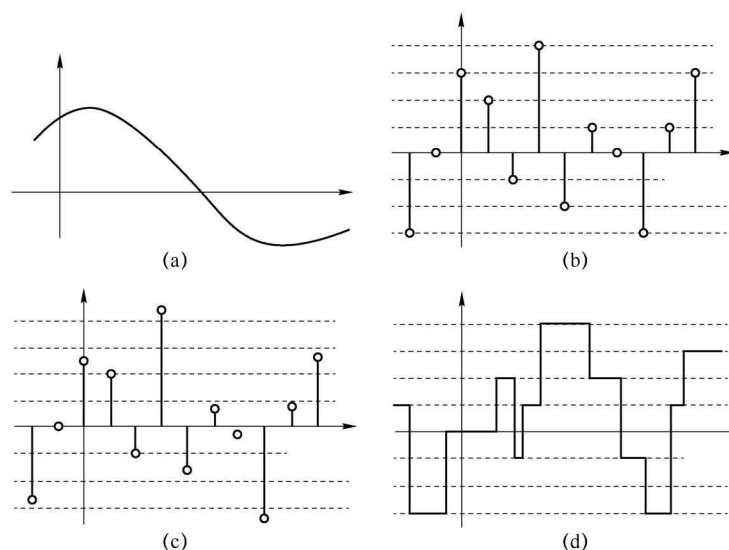


图 1.1 模拟信号、数字信号、抽样数据信号和量化阶梯信号

(a) 模拟信号；(b) 数字信号；(c) 抽样数据信号；(d) 量化阶梯信号

1.1.6 确定信号和随机信号

可以通过一个数学表达式来确定的信号称为确定信号，而由随机方式产生且不能在时间上预测的信号称为随机信号。

1.2 基本的信号处理系统

目前，在科学研究和工程上遇到的信号基本是模拟信号，模拟信号通常随时间或空间在一定范围内连续变化。而现代的仪器设备，为了利用计算机进行处理，通常需要采用数字信号。信号处理系统的结构如图 1.2 所示。

该系统通过探测部分获得输入信号，通过放大部分将信号增强，使后续处理变得容易，最后进入计算机处理的信号需要先经过 A/D 转换器变成数字信号。

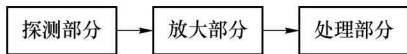


图 1.2 信号处理系统的结构

数字信号能够被计算机处理，可以实现复杂的信号处理算法，目前已经得到广泛应用。然而由于数字信号是通过 A/D 转换器获得，并经计算机处理器处理的，因此具有极大带宽的信号需要能够快速采样的 A/D 转换器 and 高速运转的计算机处理器。对于某些大带宽的模拟信号，现阶段的 A/D 转换器和计算机都不满足要求。

1.3 采样定理

采样定理（又称奈奎斯特定理）是美国电信工程师 H·奈奎斯特在 1928 年提出的。在数字信号处理领域中，采样定理是连续时间信号（模拟信号）和离散时间信号（数字信号）之间的基本桥梁。该定理说明，采样频率与信号频谱之间的关系是连续信号离散化的基本依据。该采样频率允许离散采样序列从有限带宽的连续时间信号中捕获所有信息。

在进行模拟/数字信号的转换过程中，当采样频率大于信号中最高频率的 2 倍时，采样之后的数字信号完整地保留了原始信号中的信息，一般实际应用中保证采样频率为信号最高频率的 2.56~4 倍。

1.4 常用的典型信号

系统的动态性能可以通过其在输入信号作用下的响应过程来评价，其响应过程不仅与其本身的特性有关，而且与外加输入信号的形式有关。通常情况下，系统所收到的外加输入信号中，有些是确定性的，有些是具有随机性而事先无法确定的。在分析和设计系统时，为了便于对系统的性能进行比较，通常选定几种具有典型意义的试验信号作为外加的输入信号，这些信号称为典型输入信号。所选定的典型输入信号应满足数学表达式尽可能简单，尽可能反映系统在实际工作中所收到的实际输入，容易在现场或实验室获得，同时该信号能够使系统工作在最不利情况下。

1.4.1 单位阶跃信号

单位阶跃信号函数的表达式为

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

如果在 $t=t_0$ 时刻输入信号，则可以用一个延时阶跃函数表示，即

$$u(t-t_0) = \begin{cases} 1, & t > t_0 \\ 0, & t < t_0 \end{cases} \quad (1.2)$$

阶跃函数如图 1.3 所示。

1.4.2 斜坡函数

斜坡函数的表达式为

$$r(t) = \begin{cases} At, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

斜坡函数如图 1.4 所示。

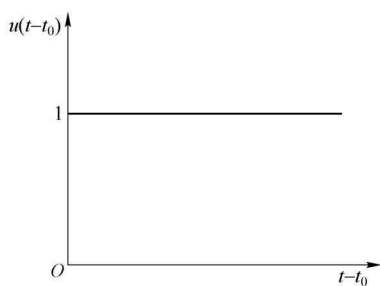


图 1.3 阶跃函数

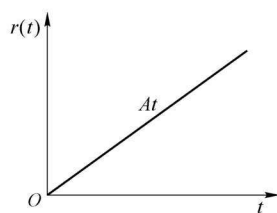


图 1.4 斜坡函数

1.4.3 抛物线函数

抛物线函数的表达式为

$$r(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} Ct^2, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

抛物线函数如图 1.5 所示。

1.4.4 正弦函数

正弦函数的表达式为

$$r(t) = A \sin(\omega t) \quad (1.5)$$

正弦函数如图 1.6 所示。

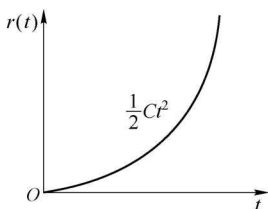


图 1.5 抛物线函数

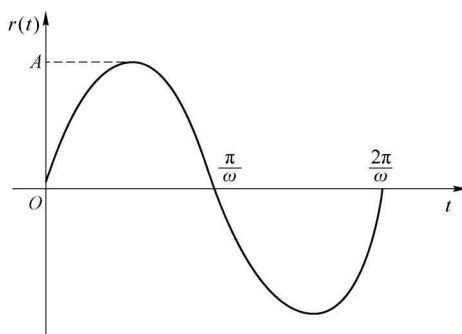


图 1.6 正弦函数

1.4.5 门函数

门函数的表达式为

$$r(t) = \begin{cases} 1, & -\frac{\tau}{2} < t < \frac{\tau}{2} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1.6)$$

可以用单位阶跃函数表示为

$$r(t) = u\left(t + \frac{\tau}{2}\right) + u\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \quad (1.7)$$

门函数如图 1.7 所示。

1.4.6 单位冲激函数

单位冲激函数的表达式为

$$\delta(t) = \begin{cases} +\infty, & t \neq 0 \\ 0, & t = 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1.8)$$

单位冲激函数 $\delta(t)$ 是偶函数，即 $\delta(t) = \delta(-t)$ 。

设 $x(t)$ 为连续时间信号，且在 $t = t_0$ 处连续，则有

$$x(t)\delta(t - t_0) = x(t_0)\delta(t - t_0) \quad (1.9)$$

若 $t_0 = 0$ ，则

$$x(t)\delta(t) = x(0)\delta(t) \quad (1.10)$$

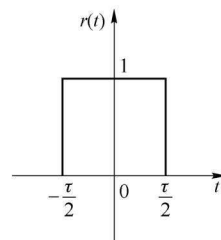


图 1.7 门函数

单位冲激函数如图 1.8 所示。

要从连续信号 $x(t)$ 中抽取任一时刻的函数值 $x(t_0)$ ，只要乘以冲激函数 $\delta(t-t_0)$ ，并在 $(-\infty, +\infty)$ 区间积分即可，即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t_0)\delta(t-t_0)dt = x(t_0)\int_{t_0}^{t_0} \delta(t-t_0)dt \quad (1.11)$$

1.4.7 符号函数

符号函数 $\text{sgn}(t)$ 的数学表达式为

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases} \quad (1.12)$$

符号函数可以用单位阶跃函数表示为

$$\text{sgn}(t) = u(t) - u(-t) = 2u(t) - 1 \quad (1.13)$$

符号函数如图 1.9 所示。

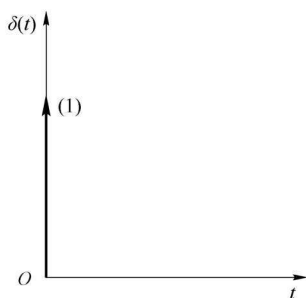


图 1.8 单位冲激函数

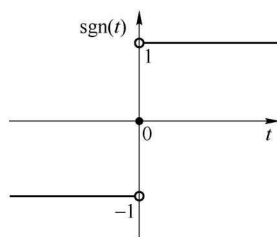


图 1.9 符号函数

1.4.8 单位脉冲序列

单位脉冲序列或单位冲激序列 $\delta(n)$ 的数学表达式为

$$\delta(n) = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases} \quad (1.14)$$

序列 $\delta(n)$ 仅在 $n=0$ 处有单位值 1，其余的 $n \neq 0$ 处都为 0。

需要注意的是， $\delta(n)$ 表示离散时间信号， $\delta(t)$ 表示连续时间信号。

移位 k 个单位的单位脉冲序列表示为

$$\delta(n-k) = \begin{cases} 0, & n \neq k \\ 1, & n = k \end{cases} \quad (k \text{ 是整数}) \quad (1.15)$$

任何一个离散序列都可以由单位脉冲序列及相应的移位脉冲序列表示。如序列 $x(n)$ 在 $n=k$ 处的样本可以表示为

$$x(n)\delta(n-k) = x(k)\delta(n-k) \quad (1.16)$$

因此,任一序列 $x(n)$ 可以表示为

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(n-k) \quad (1.17)$$

1.4.9 单位阶跃序列

单位阶跃序列 $u(n)$ 的数学表达式为

$$u(n) = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases} \quad (1.18)$$

对于实际应用的信号,很多情况都是考虑时间大于零的情况,即单边信号,它可以用单位阶跃序列来表示。如序列 $x(n)$, $n \geq 0$ 时,可以表示为 $x(n)u(n)$ 。

单位脉冲序列和单位阶跃序列具有以下关系:

$$u(n) = \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \cdots = \sum_{k=0}^{+\infty} \delta(n-k) \quad (1.19)$$

$$\delta(n) = u(n) - [\delta(n-1) + \delta(n-2) + \cdots] = u(n) - u(n-1) \quad (1.20)$$

1.5 信号的基本运算

对信号进行分析与处理就是对信号进行某种或一系列的运算。

1.5.1 信号相加或相乘

两信号相加或相乘得到的新信号在任意时刻的信号值等于两信号在该时刻的信号值之和或之积。例如:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \sin(\Omega t), & x_2(t) &= \sin 8(\Omega t) \\ x(t) &= x_1(t) + x_2(t) = \sin(\Omega t) + \sin(8\Omega t) \\ y(t) &= x_1(t) \cdot x_2(t) = \sin(\Omega t) \cdot \sin(8\Omega t) \end{aligned} \quad (1.21)$$

图 1.10 所示为式 (1.21) 对应的图像。

信号相乘是通信系统的调制与解调过程中常见的运算。

1.5.2 平移

将连续信号的时间 t 用 $t+t_0$ 或 $t-t_0$ 替代,离散信号的自变量 n 用 $n+n_0$ 或 $n-n_0$ 替代。

图 1.11 (a) 和图 1.11 (b) 所示分别为对应连续信号和离散信号的平移结果。