

领航 高考

GAO KAO
LING HANG

丛书主编 李成民

新精活实展平台 翱翔高飞圆梦想

- ◎中国教辅十大品牌之一
- ◎高考命题专家推荐用书
- ◎单册发行量突破百万册
- ◎中国教育电视台合作伙伴

高考大一轮复习

数学 (理科)



电子科技大学出版社

一书在手 全程无忧

在高中三年里，酸甜苦辣样样俱全，悲笑泣乐时时存在，语音袅袅，意犹未尽。高考领航愿用不断超越的执著信念，陪伴您走过这段非凡旅程，圆满您的大学梦想，成就您的人生辉煌！

品质是高考领航的座右铭，创新是高考领航的恒动力。专家名师编写，打造出扛鼎中国教辅书业的力作，为复习备考注入无穷动力。可编辑教学课件光盘；一课一练，活页课时作业；模拟考试场应试体验，单元质量评估；解疑释惑，详解答案……一项项凝聚着高考领航殚精竭虑的智慧，见证了高考领航永无止境的突破，更为您的逐梦之旅带来无限精彩与感动。

图书在版编目 (CIP) 数据

高考领航. 数学. 理 / 李成民主编. -- 成都 : 电子科技大学出版社, 2012.6
ISBN 978-7-5647-1200-6

I. ①高… II. ①李… III. ①中学数学课—高中—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第121837号

高考领航 数学 理科

李成民主编

出版 电子科技大学出版社(成都市一环路东一段159号电子信息产业大厦 邮编: 610051)
策划编辑 岳 慧
责任编辑 岳 慧
主 页 www.uestcp.com.cn
电子邮件 uestcp@uestcp.com.cn
发 行 新华书店经销
印 刷 山东梁山印刷有限公司
成品尺寸 210mm×297mm 印张 14 字数 560千字
版 次 2012年6月第一版
印 次 2012年6月第一次印刷
书 号 ISBN 978-7-5647-1200-6
定 价 78.80元

■ 版权所有 侵权必究 ■

◆ 本书如有破损、缺页、装订错误、请与我社联系。

目录

Content

第一章 集合与常用逻辑用语	(1)	第二节 同角三角函数的基本关系式及诱导公式	(50)
第一节 集合	(1)	第三节 三角函数的图象与性质	(54)
第二节 命题及其关系、充分条件与必要条件	(4)	第四节 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象及三角函数 模型的简单应用	(57)
第三节 简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词	(7)	第五节 两角和与差的正弦、余弦和正切公式	(61)
第二章 函数、导数及其应用	(10)	第六节 简单的三角恒等变换	(64)
第一节 函数及其表示	(10)	第七节 正弦定理和余弦定理	(67)
第二节 函数的单调性与最值	(13)	第八节 解三角形应用举例	(70)
第三节 函数的奇偶性与周期性	(16)	第四章 平面向量与复数	(73)
第四节 二次函数	(19)	第一节 平面向量的概念及其线性运算	(73)
第五节 指数函数	(22)	第二节 平面向量的基本定理及向量坐标运算	(76)
第六节 对数函数	(26)	第三节 平面向量的数量积	(79)
第七节 幂函数	(29)	第四节 数系的扩充与复数的引入	(82)
第八节 函数的图象	(31)	第五章 数列	(84)
第九节 函数与方程	(33)	第一节 数列的概念与简单表示法	(84)
第十节 函数模型及其应用	(36)	第二节 等差数列及其前 n 项和	(88)
第十一节 变化率与导数、导数的计算	(39)	第三节 等比数列及其前 n 项和	(91)
第十二节 导数在研究函数中的应用与生活中的 优化问题举例	(42)	第四节 数列求和	(95)
第十三节 定积分	(44)	第五节 数列的综合应用	(98)
第三章 三角函数、解三角形	(47)		
第一节 任意角和弧度制及任意角的三角函数	(47)		

目录

Contents

第六章 不等式、推理与证明	(102)	第四节 直线与圆、圆与圆的位置关系	(159)
第一节 不等关系与不等式	(102)	第五节 椭圆	(162)
第二节 一元二次不等式及其解法	(105)	第六节 双曲线	(165)
第三节 二元一次不等式(组)与简单的线性规划 问题	(107)	第七节 抛物线	(168)
第四节 基本不等式	(111)	第八节 曲线与方程	(171)
第五节 合情推理与演绎推理	(114)	第九节 圆锥曲线的综合问题	(174)
第六节 直接证明与间接证明	(117)	第九章 算法初步与统计、统计案例	(177)
第七节 数学归纳法	(119)	第一节 算法与程序框图	(177)
第七章 立体几何初步	(122)	第二节 基本算法语句、算法案例	(179)
第一节 空间几何体的结构及其三视图和直视图	(122)	第三节 随机抽样	(183)
第二节 空间几何体的表面积与体积	(125)	第四节 用样本估计总体	(185)
第三节 空间点、直线、平面之间的位置关系	(127)	第五节 变量间的相关关系与统计案例 ...	(188)
第四节 直线、平面平行的判定及其性质	(130)	第十章 计数原理、概率、随机变量及其分布	(191)
第五节 直线、平面垂直的判定及其性质	(133)	第一节 分类加法计数原理与分步乘法计数原理	(191)
第六节 空间直角坐标系	(136)	第二节 排列与组合	(193)
第七节 空间向量及其运算	(139)	第三节 二项式定理	(196)
第八节 立体几何中的向量方法	(144)	第四节 随机事件的概率	(199)
第八章 平面解析几何	(149)	第五节 古典概型	(202)
第一节 直线的倾斜角与斜率、直线的方程	(149)	第六节 几何概型	(205)
第二节 直线的交点坐标与距离公式	(152)	第七节 离散型随机变量及其分布列	(207)
第三节 圆的方程	(156)	第八节 二项分布及其应用	(209)
		第九节 离散型随机变量的均值与方差 ...	(212)
		第十节 正态分布	(215)

温馨提示 [选修系列,单独成册,订购成书时将根据各地选修情况免费赠送]

第一章

集合与常用逻辑用语

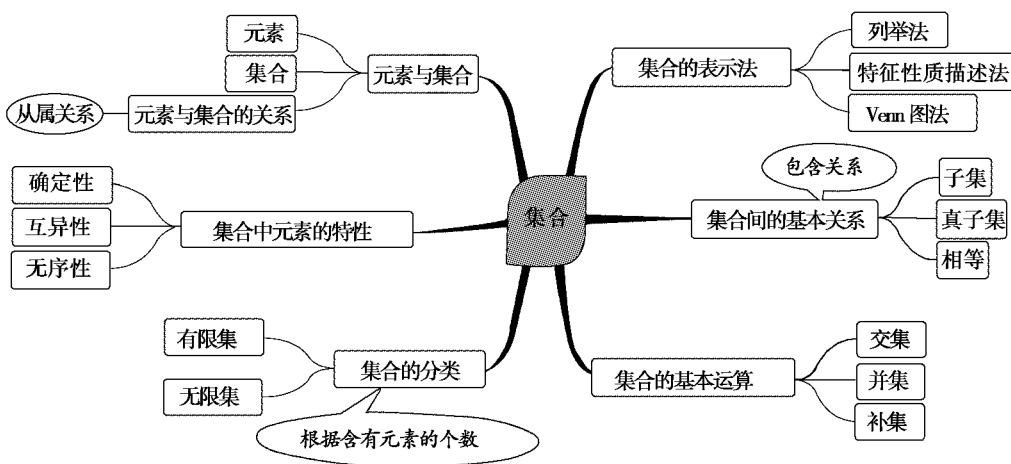
第一节 集合

考点自主整合

理清基础知识 · 掌握基本方法

kao dian zi zhu zheng he

[主干·架构]



[知识·梳理]

1. 集合与元素

- (1) 集合元素的三个特性是：_____、_____、_____。
 (2) 元素与集合的关系是 _____ 或 _____ 的关系，用符号 _____ 或 _____ 表示。
 (3) 集合的表示方法有：_____、_____、_____。
 (4) 集合的分类：按集合中元素的个数划分，集合可分为 _____、_____。

(5) 常见集合的符号表示

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
符号	\mathbf{N}	\mathbf{N}^* 或 \mathbf{N}_+	\mathbf{Z}	\mathbf{Q}	\mathbf{R}

2. 集合间关系

表示关系	文字语言	符号语言
相等	集合 A 与集合 B 中的所有元素都相同	$\Leftrightarrow A=B$
子集	A 中任意一个元素均为 B 中的元素	_____ 或 _____
真子集	A 中任意一个元素均为 B 中的元素，且 B 中至少有一个元素不是 A 中的元素	_____ 或 _____
空集	空集是任何集合的子集，是任何 _____ 的真子集	$\emptyset \subseteq A, \emptyset \subsetneq B$ ($B \neq \emptyset$)

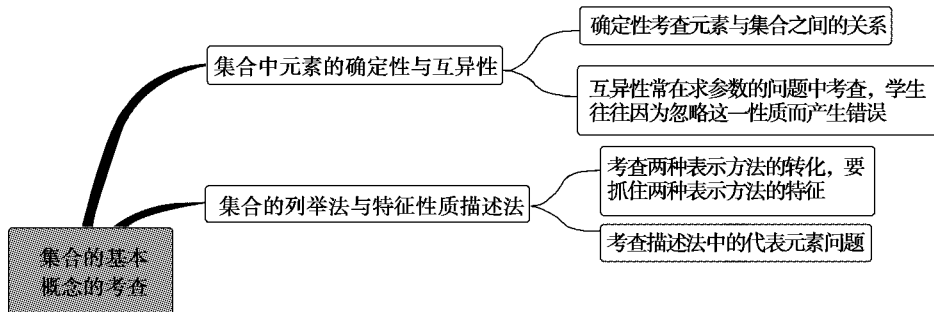
3. 集合间运算关系

- (1) 交集：记作 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 性质：① $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$ 。
 ② $A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset$ 。
 (2) 并集：记作 $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 性质：① $A \cup B \supseteq A, A \cup B \supseteq B$ 。
 ② $A \cup A = A, A \cup \emptyset = A$ 。
 (3) 补集： $\complement_U A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 性质：① $\complement_U (\complement_U A) = A, \complement_U U = \emptyset, \complement_U \emptyset = U$ 。
 ② $A \cap (\complement_U A) = \emptyset, A \cup (\complement_U A) = U$ 。
 ③ $\complement_U A \cap \complement_U B = \complement_U (A \cup B), \complement_U A \cup \complement_U B = \complement_U (A \cap B)$ 。

[基础·自测]

1. (2011年浙江)若 $P = \{x | x < 1\}, Q = \{x | x > -1\}$, 则 ()
 A. $P \subseteq Q$ B. $Q \subseteq P$
 C. $\complement_{\mathbf{R}} P \subseteq Q$ D. $Q \subseteq \complement_{\mathbf{R}} P$
2. (2011年新课标全国)已知集合 $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}, N = \{1, 3, 5\}, P = M \cap N$, 则 P 的子集共有 ()
 A. 2个 B. 4个
 C. 6个 D. 8个
3. (2011年北京)已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $P = \{x | x^2 \leq 1\}$, 那么 $\complement_U P =$ ()
 A. $(-\infty, -1)$ B. $(1, +\infty)$
 C. $(-1, 1)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
4. 设全集 $U = A \cup B = \{x \in \mathbf{N}^* | \lg x < 1\}$, 若 $A \cap (\complement_U B) = \{m | m = 2n + 1, n = 0, 1, 2, 3, 4\}$, 则集合 $B =$ _____。
5. (2010年江苏)设集合 $A = \{-1, 1, 3\}, B = \{a + 2, a^2 + 4\}$, $A \cap B = \{3\}$, 则实数 a 的值为 _____。

热点考向一 集合的基本概念



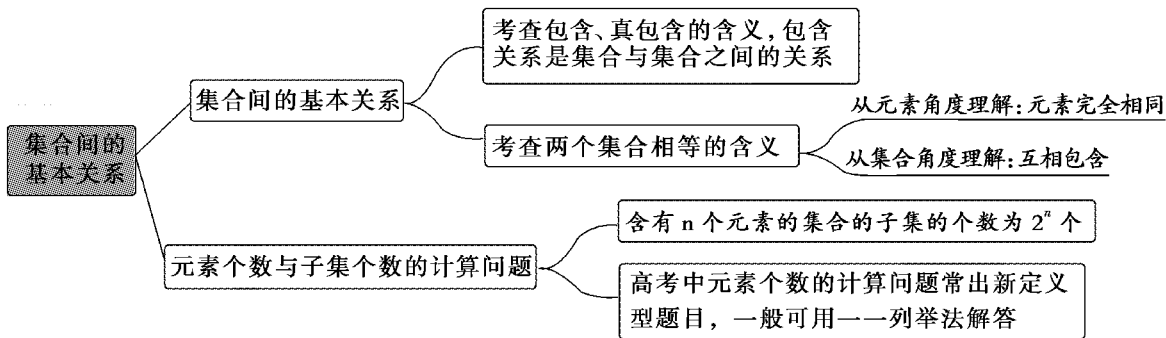
例 1 已知 $A = \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3\}$, 若 $1 \in A$, 求实数 a 的值.

【自主试解】

变式训练

1. (1) 设集合 $A = \{(x, y) | \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1\}$, $B = \{(x, y) | y = 3^x\}$, 则 $A \cap B$ 的子集的个数是 ()
 A. 4 B. 3
 C. 2 D. 1
- (2) (2011 年广东) 已知集合 $A = \{(x, y) | x, y$ 为实数, 且 $x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | x, y$ 为实数, 且 $x + y = 1\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
 A. 4 B. 3
 C. 2 D. 1

热点考向二 集合间的基本关系



例 2 设 $A = \{x | x^2 - 8x + 15 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$.

- (1) 若 $a = \frac{1}{5}$, 试判定集合 A 与 B 的关系;
 (2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 组成的集合 C .

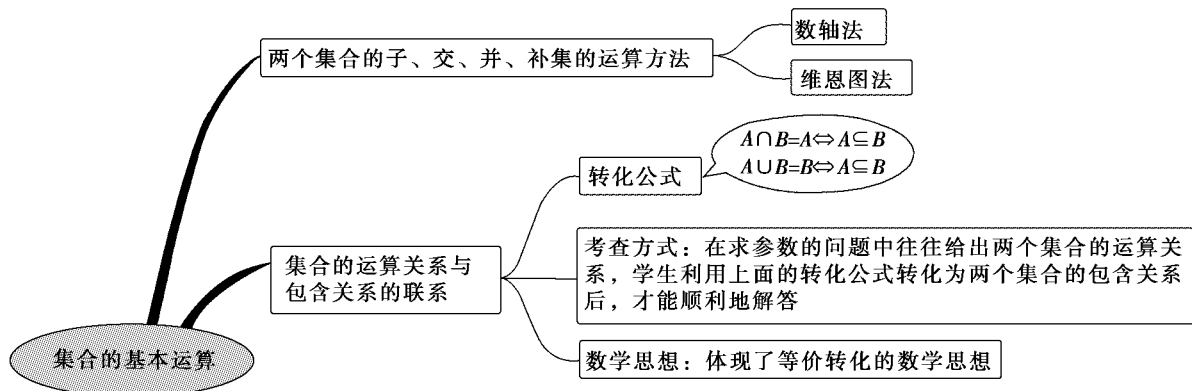
【自主试解】

变式训练

2. (1) 设 $P = \{x | x < 4\}$, $Q = \{x | x^2 < 4\}$, 则 ()
 A. $P \subseteq Q$ B. $Q \subseteq P$
 C. $P \subseteq \complement_{\mathbb{R}} Q$ D. $Q \subseteq \complement_{\mathbb{R}} P$
- (2) 已知集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x | mx = 1\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 m 的值为 ()
 A. 1 B. -1
 C. 1 或 -1 D. 1 或 -1 或 0.

热点考向三

集合的基本运算



例 3 设集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + (a^2 - 5) = 0\}$.

- (1) 若 $A \cap B = \{2\}$, 求实数 a 的值;
- (2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围;
- (3) 若 $U = \mathbf{R}$, $A \cap (\complement_U B) = A$, 求实数 a 的取值范围.

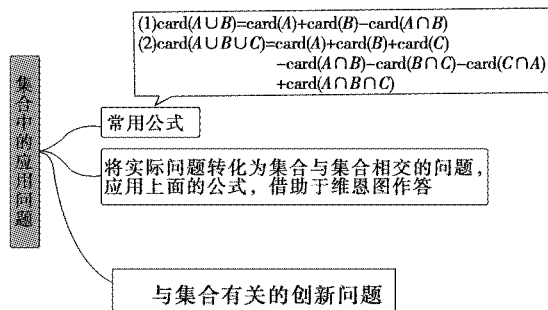
【自主试解】

(2) (2011 年安徽) 集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $S = \{1, 4, 5\}$, $T = \{2, 3, 4\}$, 则 $S \cap (\complement_U T)$ 等于 ()

- A. $\{1, 4, 5, 6\}$ B. $\{1, 5\}$
C. $\{4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

热点考向四

集合的应用



例 4 设集合 $S = \{A_0, A_1, A_2, A_3\}$, 在 S 上定义运算 \oplus 为 $A_i \oplus A_j = A_k$, 其中 k 为 $i+j$ 被 4 除的余数, $i, j = 0, 1, 2, 3$, 则满足关系式 $(x \oplus x) \oplus A_2 = A_0$ 的 $x (x \in S)$ 的个数为 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

变式训练

3. (1) 若集合 $A = \{x | \log_{\frac{1}{2}} x \geq \frac{1}{2}\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}} A =$ ()

- A. $(-\infty, 0] \cup (\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$
B. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$
C. $(-\infty, 0] \cup [\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$
D. $[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$

变式训练

4. (2011 年福建) 在整数集 \mathbf{Z} 中, 被 5 除所得余数为 k 的所有整数组成一个“类”, 记为 $[k]$, 即 $[k] = \{5n+k | n \in \mathbf{Z}\}$, $k = 0, 1, 2, 3, 4$. 给出如下四个结论:

① $2011 \in [1]$; ② $-3 \in [3]$; ③ $\mathbf{Z} = [0] \cup [1] \cup [2] \cup [3] \cup [4]$; ④ “整数 a, b 属于同一‘类’”的充要条件是“ $a-b \in [0]$ ”.

其中, 正确结论的个数是 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

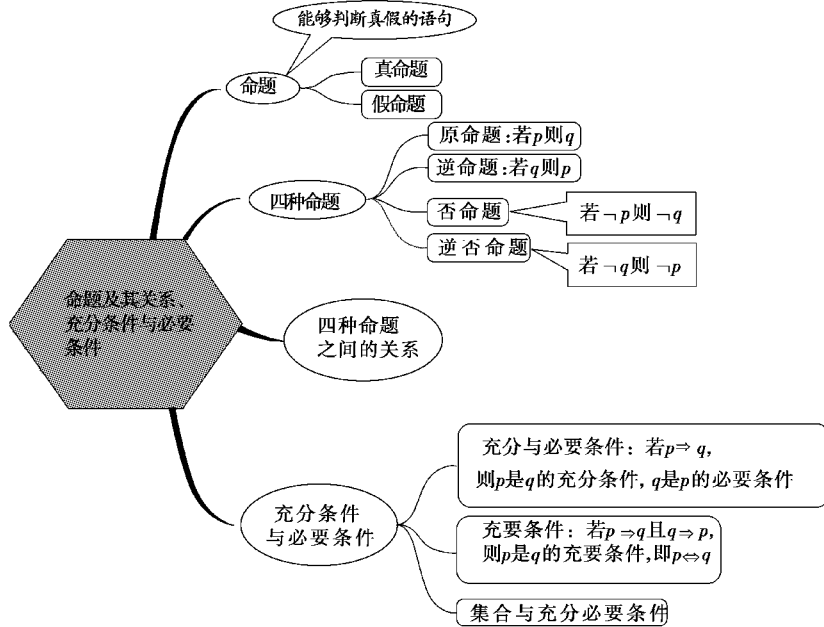
第二节 命题及其关系、充分条件与必要条件

考点自主整合

理清基础知识·掌握基本方法

kao dian zi zhu zheng he

[主干架构]



[知识梳理]

1. 命题的概念

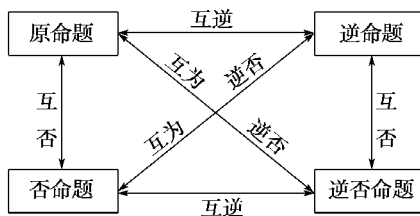
在数学中用语言、符号或式子表达的,可以_____的陈述句叫做命题.其中_____的语句叫真命题,_____.

2. 四种命题及其关系

(1) 四种命题

命题	表述形式
原命题	若 p , 则 q
逆命题	_____
否命题	_____
逆否命题	_____

(2) 四种命题间的逆否关系



(3) 四种命题的真假关系

- ①两个命题互为逆否命题,它们有_____的真假性;
- ②两个命题互为逆命题或互为否命题,它们的真假性_____.

3. 充分条件与必要条件

- (1)如果 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的_____, q 是 p 的_____;
- (2)如果 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的_____.

4. 利用集合间的关系判定充要关系

设 p, q 对应的集合分别为 A, B 则有

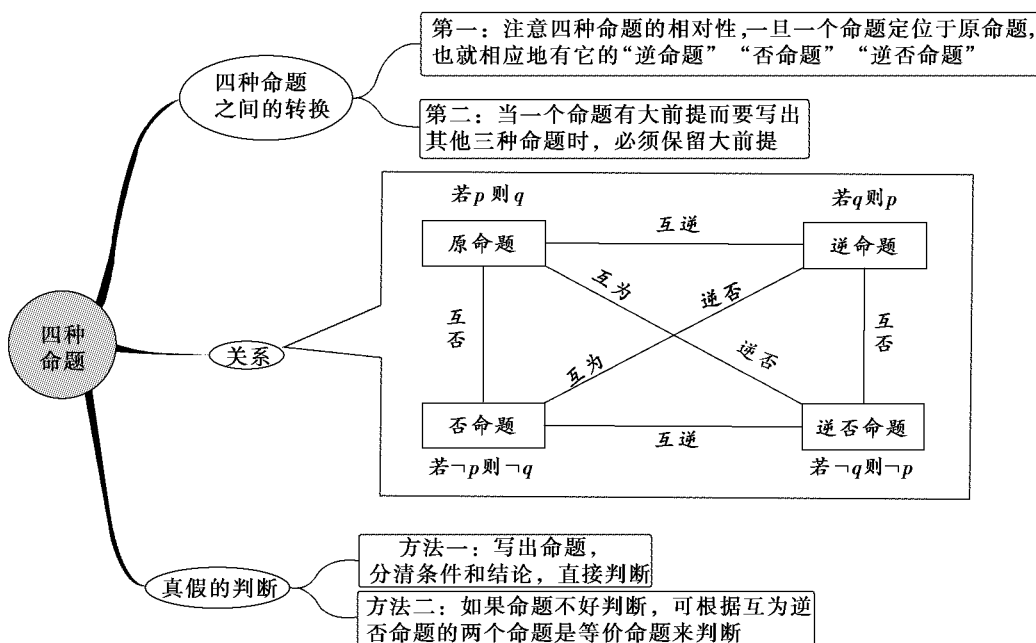
若集合 $A \subseteq B$, 则 p 是 q 的_____条件
若集合 $B \subseteq A$, 则 p 是 q 的_____条件
若集合 $A \supseteq B$, 则 p 是 q 的_____条件
若集合 $A \supseteq B$, 则 p 是 q 的_____条件
若集合 $A = B$, 则 p 是 q 的_____条件
若集合 $A \not\subseteq B$ 且 $B \not\subseteq A$, 则 p 是 q 的_____条件

[基础自测]

- (2011年四川)“ $x=3$ ”是“ $x^2=9$ ”的_____ ()
 A. 充分而不必要的条件 B. 必要而不充分的条件
 C. 充要条件 D. 即不充分也不必要的条件
- (2011年陕西)设 a, b 是向量,命题“若 $a = -b$, 则 $|a| = |b|$ ”的逆命题是 ()
 A. 若 $a \neq -b$, 则 $|a| \neq |b|$
 B. 若 $a = -b$, 则 $|a| \neq |b|$
 C. 若 $|a| \neq |b|$, 则 $a \neq -b$
 D. 若 $|a| = |b|$, 则 $a = -b$
- (2011年山东)已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 命题“若 $a+b+c=3$, 则 $a^2+b^2+c^2 \geq 3$ ”的否命题是 ()
 A. 若 $a+b+c \neq 3$, 则 $a^2+b^2+c^2 < 3$
 B. 若 $a+b+c=3$, 则 $a^2+b^2+c^2 < 3$
 C. 若 $a+b+c \neq 3$, 则 $a^2+b^2+c^2 \geq 3$
 D. 若 $a^2+b^2+c^2 \geq 3$, 则 $a+b+c=3$
- 命题 p : 若 $x^2 < 2$, 则 $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$, 则 p 的否命题是_____. 命题“非 p ”是_____.
- 已知 $p: -4 < x - a < 4, q: (x-2)(3-x) > 0$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

热点考向一

四种命题及其关系



例1 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数, $a, b \in \mathbf{R}$, 对命题: 若 $a+b \geq 0$, 则 $f(a)+f(b) \geq f(-a)+f(-b)$.

- (1) 写出否命题, 判定真假, 并证明你的结论;
 (2) 写出逆否命题, 判定真假, 并证明你的结论.

【自主试解】

变式训练

1. (1) 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题.

- ① 奇函数的图像关于坐标原点对称;
 ② 若 $x^2+y^2=0$, 则 x, y 全为 0;
 ③ 若 $(x-3)(x-7)=0$, 则 $x=3$ 或 $x=7$;

热点考向二

充要条件的判断

判断方法

定义法: 判断 p 是 q 的什么条件, 关键是看 p 能否推出 q , q 能否推出 p

等价法: 原命题与逆否命题等价, 如: $A \Rightarrow B$ 与 $\neg B \Rightarrow \neg A$ 等价

集合判断法: 利用集合间的包含关系来判断

例2 记实数 x_1, x_2, \dots, x_n 中的最大数为 $\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 最小数为 $\min\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $\triangle ABC$ 的三边边长为 a, b, c ($a \leq b \leq c$), 定义它的倾斜度为 $l = \max\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\} \cdot \min\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\}$, 则“ $l=1$ ”是“ $\triangle ABC$ 为等边三角形”的 ()

- A. 必要而不充分的条件
 B. 充分而不必要的条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要的条件

变式训练

2. (2011年课标全国) 已知 a 与 b 均为单位向量, 其夹角为 θ , 有下列四个命题

$$p_1: |a+b| > 1 \Leftrightarrow \theta \in \left[0, \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$p_2: |a+b| > 1 \Leftrightarrow \theta \in \left(\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$$

$$p_3: |a-b| > 1 \Leftrightarrow \theta \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right)$$

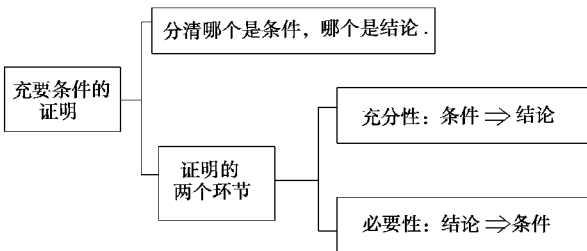
$$p_4: |a-b| > 1 \Leftrightarrow \theta \in \left(\frac{\pi}{3}, \pi\right]$$

其中的真命题是 ()

- A. p_1, p_4 B. p_1, p_3
 C. p_2, p_3 D. p_2, p_4

热点考向三

充要条件的证明



例 3 求证方程 $ax^2+2x+1=0$ 有且只有一个负数根的充要条件为 $a \leq 0$ 或 $a=1$.

【自主自解】

变式训练

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = p^n + q$ ($p \neq 0$, 且 $p \neq 1$), 求数列 $\{a_n\}$ 成等比数列的充要条件.

热点考向四

充要条件的应用

充要条件的应用

已知 p 是 q 的什么条件求参数的取值范围, 可转化为集合的包含关系问题处理

例 4 已知 $p: \left|1 - \frac{x-1}{3}\right| \leq 2, q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0$ ($m > 0$), 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.

【自主试解】

变式训练

4. 已知函数 $f(x) = 4\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - 2\sqrt{3}\cos 2x - 1$, 且给定条件 $p: \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$,

(1) 求 $f(x)$ 的最大值及最小值;

(2) 若又给条件: $q: |f(x) - m| < 2$, 且 p 是 q 的充分条件, 求实数 m 的取值范围.

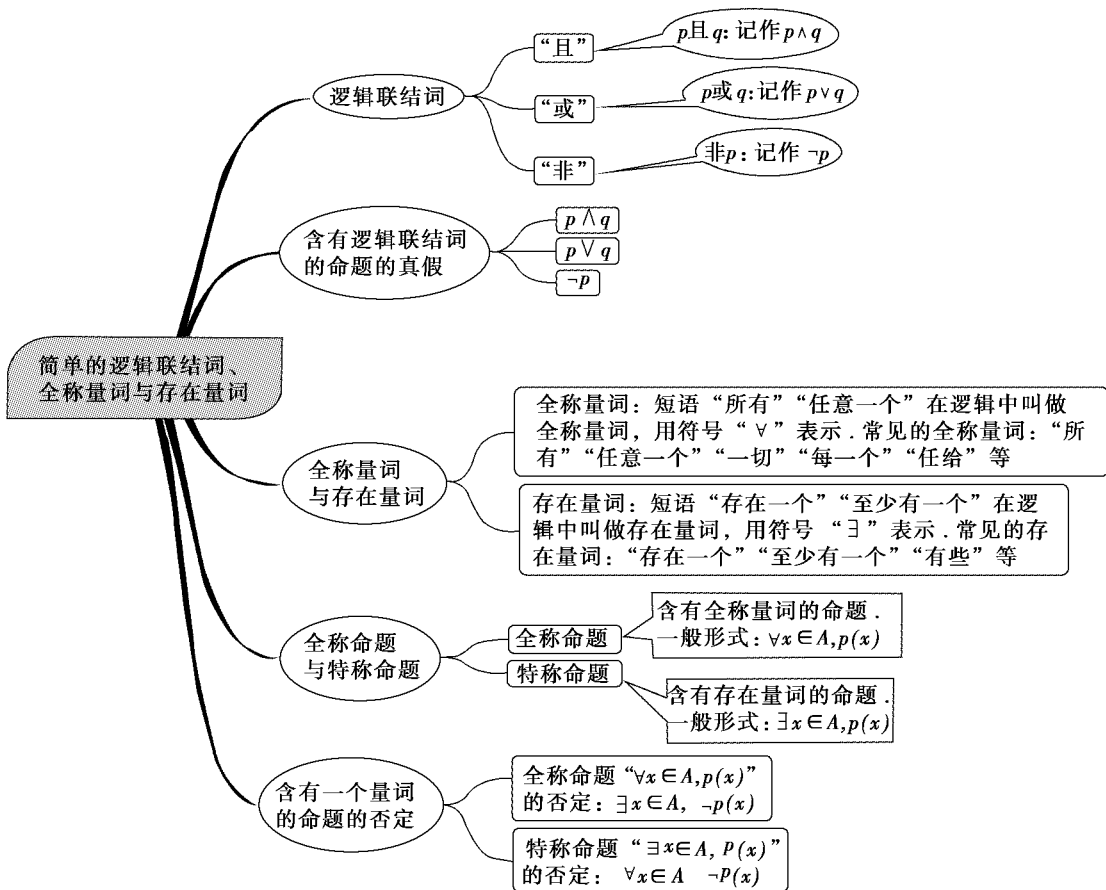
第三节 简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词

考点自主整合

kao dian zi zhu zheng he

理清基础知识·掌握基本方法

[主干·架构]



[知识·梳理]

1. 逻辑联结词

- (1) 命题中的 \wedge 、 \vee 、 \neg 叫做逻辑联结词.
- (2) 命题 $p \wedge q$, $p \vee q$, $\neg p$ 的真假判断

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$
真	真	—	—	—
真	假	—	—	—
假	真	—	—	—
假	假	—	—	—

2. 全称量词

- (1) 短语“ ”“任意一个”在逻辑中通常叫做全称量词,并用符号“ \forall ”表示.
- (2) 含有 的命题,叫做全称命题.
- (3) 全称命题“对 M 中任意一个 x ,有 $p(x)$ 成立”可用符号简记为: ,读作:“ ”.

3. 存在量词

- (1) 短语“ ”、“ ”在逻辑中通常叫做存在量词,并用符号“ \exists ”表示.
- (2) 含有 的命题,叫做特称命题.
- (3) 特称命题“存在 M 中的一个 x_0 ,使 $p(x_0)$ 成立”可用符号简记为: ,读作:“ ”.

4. 含有一个量词的命题的否定

命题	命题的否定
$\forall x \in M, p(x)$	<u> </u>
$\exists x_0 \in M, p(x_0)$	<u> </u>

5. 一些常用正面叙述的词语及它的否定词语列表如下:

正面词语	等于(=)	大于(>)	小于(<)	是	都是	
否定词语	不等于(\neq)	不大于(\leq)	不小于(\geq)	不是	不都是	
正面词语	至多有一个	至少有一个	任意的	所有的	一定	...
否定词语	至少有两个	一个也没有	某个	某些	不一定	...

基础自测

- 下列命题中的假命题是 ()
 - $\forall x \in \mathbf{R}, 2^{x-1} > 0$
 - $\forall x \in \mathbf{N}^*, (x-1)^2 > 0$
 - $\exists x \in \mathbf{R}, \lg x < 1$
 - $\exists x \in \mathbf{R}, \tan x = 2$
- 命题“存在 $x_0 \in \mathbf{R}, 2^{x_0} \leq 0$ ”的否定是 ()
 - 不存在 $x_0 \in \mathbf{R}, 2^{x_0} > 0$
 - 存在 $x_0 \in \mathbf{R}, 2^{x_0} \geq 0$

- 对任意的 $x \in \mathbf{R}, 2^x \leq 0$
 - 对任意的 $x \in \mathbf{R}, 2^x > 0$
- (2011年北京)若 p 是真命题, q 是假命题, 则 ()
 - $p \wedge q$ 是真命题
 - $p \vee q$ 是假命题
 - $\neg p$ 是真命题
 - $\neg q$ 是真命题
 - 命题“对任意实数 m , 关于 x 的方程 $x^2 + x + m = 0$ 有实根”的否定为_____.
 - 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, 2x^2 - 3ax + 9 < 0$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围为_____.

热点考向聚焦

re dian kao xiang ju jiao

探寻热点考向·抓要点练规范

热点考向一 含有逻辑联结词的命题真假判断

复合命题的真假判断

- 第一步: 弄清新命题的结构形式
- 第二步: 弄清构成它的 p, q 的真假
- 第三步: 根据真值表判断新命题的真假

例1 分别指出由下列命题构成的“ $p \vee q$ ”、“ $p \wedge q$ ”、“ $\neg p$ ”形式的命题的真假.

- $p: 4 \in \{2, 3\}, q: 2 \in \{2, 3\}$.
- $p: 1$ 是奇数, $q: 1$ 是质数.
- $p: 0 \in \emptyset, q: \{x | x^2 - 3x - 5 < 0\} \subseteq \mathbf{R}$
- $p: 5 \leq 5, q: 27$ 不是质数.
- p : 不等式 $x^2 + 2x - 8 < 0$ 的解集是 $\{x | -4 < x < 2\}$,
 q : 不等式 $x^2 + 2x - 8 < 0$ 的解集是 $\{x | x < -4$ 或 $x > 2\}$.

【自主试解】

变式训练

1. 已知命题

p_1 : 函数 $y = 2^x - 2^{-x}$ 在 \mathbf{R} 上为增函数,

p_2 : 函数 $y = 2^x + 2^{-x}$ 在 \mathbf{R} 上为减函数,

则在命题 $q_1: p_1 \vee p_2, q_2: p_1 \wedge p_2, q_3: (\neg p_1) \wedge p_2$ 和 $q_4:$

$p_1 \wedge (\neg p_2)$ 中, 真命题是 ()

- q_1, q_3
- q_2, q_3
- q_1, q_4
- q_2, q_4

热点考向二 全(特)称命题及真假判断

含有一个量词的命题

全称量词与全称命题

全称量词: 短语“所有的”“任意一个”在逻辑中通常叫做全称量词, 表示个体域里的所有个体. 另外, “一切的”“每一个”“都”“凡”等都是全称量词

判断真假: 可直接判断, 也可判断它的否定

存在量词与特称命题

存在量词: 短语“存在一个”“至少有一个”在逻辑中通常叫做存在量词, 表示个体域里的某些个体. 另外, “有的”“有一个”等都是存在量词

例2 判断以下命题的真假

- $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 > 0$;
- $\forall x \in \mathbf{Q}, \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$ 是有理数;
- $\exists \alpha, \beta \in \mathbf{R}$, 使 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha + \sin \beta$;
- $\exists x, y \in \mathbf{Z}$, 使 $3x - 2y = 10$;
- $\forall a, b \in \mathbf{R}$, 方程 $ax + b = 0$ 恰有一个解.

【自主试解】

变式训练

2. (1) 下列命题中真命题的个数是 ()

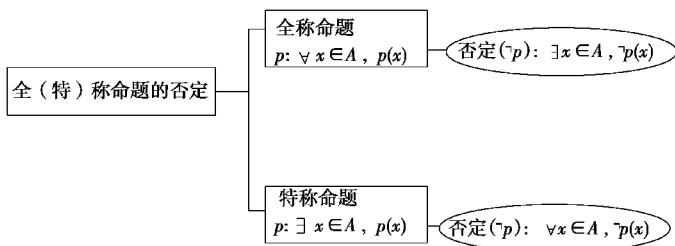
- $\forall x \in \mathbf{R}, x^4 > x^2$;
- 若 $p \wedge q$ 是假命题, 则 p, q 都是假命题;
- 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ ”的否定是“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$ ”.

- 0
- 1
- 2
- 3

(2) 下列命题中是假命题的是 ()

- $\forall x \in (0, \frac{\pi}{2}), x > \sin x$
- $\exists x_0 \in \mathbf{R}, \sin x_0 + \cos x_0 = 2$
- $\forall x \in \mathbf{R}, 3^x > 0$
- $\exists x_0 \in \mathbf{R}, \lg x_0 = 0$

热点考向三 全(特)称命题的否定



例 3 写出下列命题的否定并判断其真假:

- (1) p : 不论 m 取何实数, 方程 $x^2 + mx - 1 = 0$ 必有实数根;
 (2) p : 有的三角形的三条边相等;
 (3) p : 菱形的对角线互相垂直;
 (4) p : $\exists x_0 \in \mathbf{N}, x_0^2 - 2x_0 + 1 \leq 0$.

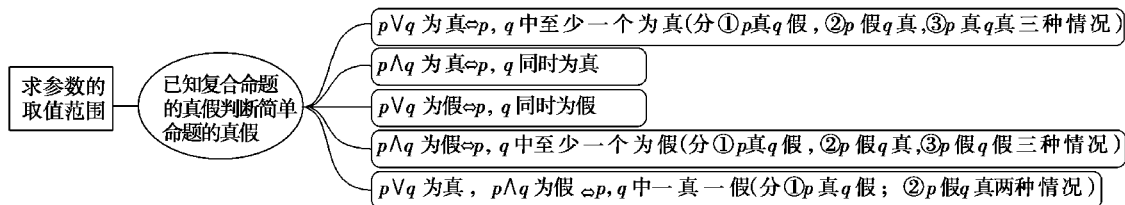
【自主试解】

变式训练

3. 写出下列命题的“否定”, 并判断其真假:

- (1) $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + \frac{1}{4} \geq 0$;
 (2) q : 所有的正方形都是矩形;
 (3) $r: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$;
 (4) s : 至少有一个实数 x , 使 $x^3 + 1 = 0$.

热点考向四 与命题有关的参数范围问题



例 4 已知命题 $p: \forall x \in [1, 2], x^2 - a \geq 0$, 命题 $q: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2ax_0 + 2 - a = 0$, 若命题“ p 且 q ”是真命题, 求实数 a 的取值范围.

【自主试解】

变式训练

4. 命题 p : 关于 x 的不等式 $x^2 + 2ax + 4 > 0$, 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, q : 函数 $f(x) = (3 - 2a)^x$ 是增函数, 若 p 或 q 为真, p 且 q 为假, 求实数 a 的取值范围.

第二章

函数、导数及其应用

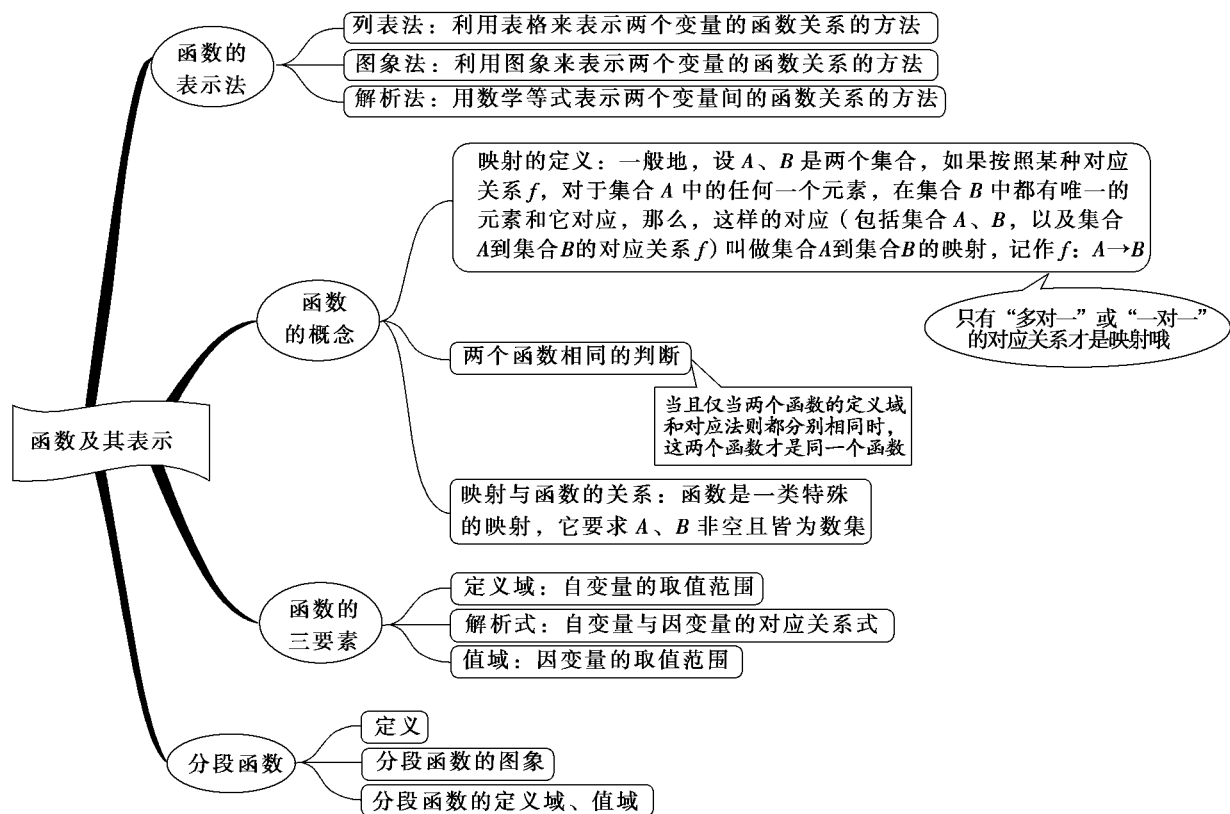
第一节 函数及其表示

考点自主整合

理清基础知识·掌握基本方法

kao dian zi zhu zheng he

[主干·结构]



[知识·梳理]

1. 函数的有关概念

(1) 函数的概念: 设 A, B 是非空的 , 如果按照某种确定的对应关系 f , 使对于集合 A 中的任意一个数 x , 在集合 B 中都有 确定的数 $f(x)$ 和它对应, 那么就称 , 记作 . 其中, x 叫做 , x 的取值范围 A 叫做函数的 ; 与 x 的值相对应的 y 值叫做 , 函数值的集合 $\{f(x) | x \in A\}$ 叫做函数的 , 显然, 值域是集合 B 的 .

(2) 函数的三要素有: 、 和 .

(3) 函数的表示方法有: 、 、 .

(4) 相等函数

如果两个函数的 相同, 并且 完全一致, 则这两个函数为相等函数.

2. 映射的概念

映射: 设 A, B 是两个 , 如果按照某一个确定的对应关系 f , 使对于集合 A 中的 元素 x , 在集合 B 中都有 的元素 y 与之对应, 这样的对应叫做从集合 A 到集合 B 的一个映射, 记作: .

3. 分段函数

若函数在其定义域的不同子集上, 因 不同而分别用几个不同的式子来表示, 这种函数称为分段函数.

分段函数的定义域等于各段函数的定义域的 , 其值域等于各段函数的值域的 , 分段函数虽由几个部分组成, 但它表示的是 函数.

4. 复合函数

如果 y 是 u 的函数, 记为 $y=f(u)$, u 又是 x 的函数, 记为 $u=g(x)$, 且 $g(x)$ 的值域与 $f(u)$ 的定义域的交集不空, 则确定了一个 y 关于 x 的函数 $y=f(g(x))$, 这时 y 叫做 x 的复合函数, 其中 u 叫做中间变量, $y=f(u)$ 叫做外层函数, $u=g(x)$ 叫做内层函数.

[基础自测]

1. 函数 $f(x) = \lg(x-1)$ 的定义域是 ()
- A. $(2, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$
C. $[1, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$
2. 给出四个命题: ①函数是其定义域到值域的映射; ② $f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{2-x}$ 是函数; ③函数 $y = 2x (x \in \mathbf{N})$ 的图像是一条直线; ④ $f(x) = \frac{x^2}{x}$ 与 $g(x) = x$ 是同一个函数.
- 其中正确的有 ()
- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

3. (2011 年广东) 函数 $f(x) = \frac{1}{1-x} + \lg(1+x)$ 的定义域是 ()
- A. $(-\infty, -1)$ B. $(1, +\infty)$
C. $(-1, 1) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$
4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x, & x \leq 1, \\ -x, & x > 1. \end{cases}$
若 $f(x) = 2$, 则 $x =$ _____.
5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x < 1, \\ x^2+ax, & x \geq 1, \end{cases}$ 若 $f(f(0)) = 4a$, 则实数 $a =$ _____.

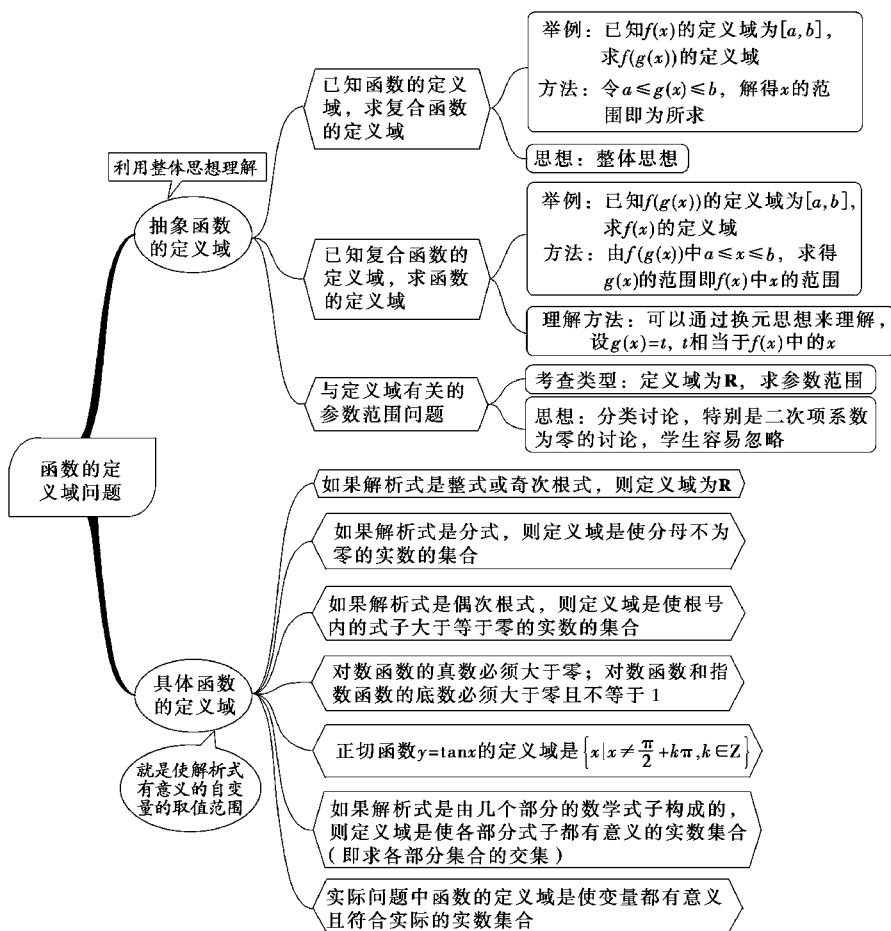
热点考向聚焦

探寻热点考向 · 抓要点练规范

re dian kao xiang ju jiao

热点考向一

求函数的定义域



例 1 (1) 函数 $f(x) = \frac{1}{\lg(6-x^2)}$ 的定义域是 _____;

(2) 已知函数 $f(2^x)$ 的定义域是 $[-1, 1]$, 则 $f(\log_2 x)$ 的定义域是 _____.

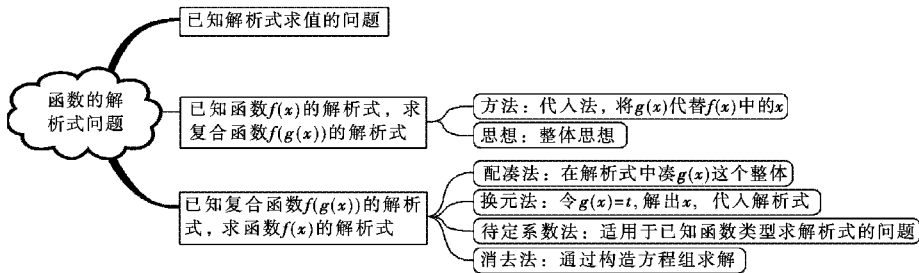
变式训练

1. (1) 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{|x-2|-1}}{\log_2(x-1)}$ 的定义域为 _____.

(2) (2011 年江西) 若 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)}}$, 则 $f(x)$ 的定义域为 ()

- A. $(-\frac{1}{2}, 0)$ B. $(-\frac{1}{2}, 0]$
C. $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$

热点考向二 求函数的解析式



例2 (1)已知 $f(x)$ 是一次函数,且满足 $3f(x+1) - 2f(x-1) = 2x + 17$,求 $f(x)$ 的解析式;

(2)已知 $f(\sqrt{x+1}) = x + 2\sqrt{x}$,求 $f(x)$ 的解析式.

【自主试解】

例3 某市居民自来水收费标准如下:每户每月用水不超过 4 吨时,每吨为 1.80 元,当用水超过 4 吨时,超过部分每吨 3.00 元.某月甲、乙两户共交水费 y 元,已知甲、乙两户该月用水量分别为 $5x, 3x$ (吨).

(1)求 y 关于 x 的函数;

(2)若甲、乙两户该月共交水费 26.4 元,分别求出甲、乙两户该月的用水量和水费.

【自主试解】

变式训练

2. (1)某学校要召开学生代表大会,规定各班每 10 人推选一名代表,当各班人数除以 10 的余数大于 6 时再增选一名代表.那么,各班可推选代表人数 y 与该班人数 x 之间的函数关系用取整函数 $y = [x]$ ($[x]$ 表示不大于 x 的最大整数)可以表示为 ()

- A. $y = \left[\frac{x}{10} \right]$
- B. $y = \left[\frac{x+3}{10} \right]$
- C. $y = \left[\frac{x+4}{10} \right]$
- D. $y = \left[\frac{x+5}{10} \right]$

(2)(2011 年浙江)设函数 $f(x) = \frac{4}{1-x}$,若 $f(\alpha) = 2$,则实数 $\alpha =$ _____.

变式训练

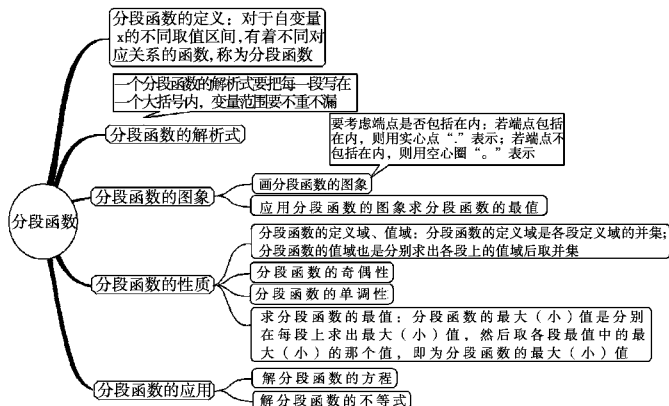
3. (1)已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \geq 0 \\ 1, & x < 0 \end{cases}$,则满足不等式 $f(1-x^2) > f(2x)$ 的 x 的取值范围是 _____.

(2)(2011 年北京)根据统计,一名工人组装第 x 件某产品所用的时间(单位:分钟)为 $f(x) = \begin{cases} \frac{c}{\sqrt{x}}, & x < A \\ \frac{c}{\sqrt{A}}, & x \geq A \end{cases}$ (A, c 为常数).

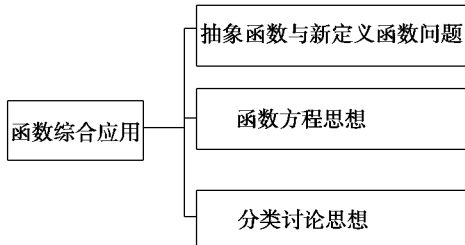
已知工人组装第 4 件产品用时 30 分钟,组装第 A 件产品用时 15 分钟,那么 c 和 A 的值分别是 ()

- A. 75, 25
- B. 75, 16
- C. 60, 25
- D. 60, 16

热点考向三 分段函数问题



热点考向四 综合应用



例 4 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 满足

$$f(f(x) - x^2 + x) = f(x) - x^2 + x.$$

(1) 若 $f(2) = 3$, 求 $f(1)$; 又若 $f(0) = a$, 求 $f(a)$;

(2) 设有且仅有一个实数 x_0 , 使得 $f(x_0) = x_0$, 求函数 $f(x)$ 的解析式.

【自主试解】

变式训练

4. 对于定义域为 $[0, 1]$ 的函数 $f(x)$, 如果同时满足以下三个条件: ①对任意的 $x \in [0, 1]$, 总有 $f(x) \geq 0$; ② $f(1) = 1$; ③若 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 1$, 都有 $f(x_1 + x_2) \geq f(x_1) + f(x_2)$ 成立, 则称函数 $f(x)$ 为理想函数.

(1) 若函数 $f(x)$ 为理想函数, 求 $f(0)$ 的值;

(2) 判断函数 $g(x) = 2^x - 1 (x \in [0, 1])$ 是否为理想函数, 并予以证明;

(3) 若函数 $f(x)$ 为理想函数, 假定 $\exists x_0 \in [0, 1]$, 使得 $f(x_0) \in [0, 1]$, 且 $f[f(x_0)] = x_0$, 求证: $f(x_0) = x_0$.

第二节 函数的单调性与最值

考点自主整合

kao dian zi zhu zheng he

理清基础知识 · 掌握基本方法

[主干架构]

