



高等学校土木工程本科指导性专业规范配套系列教材

总主编 何若全

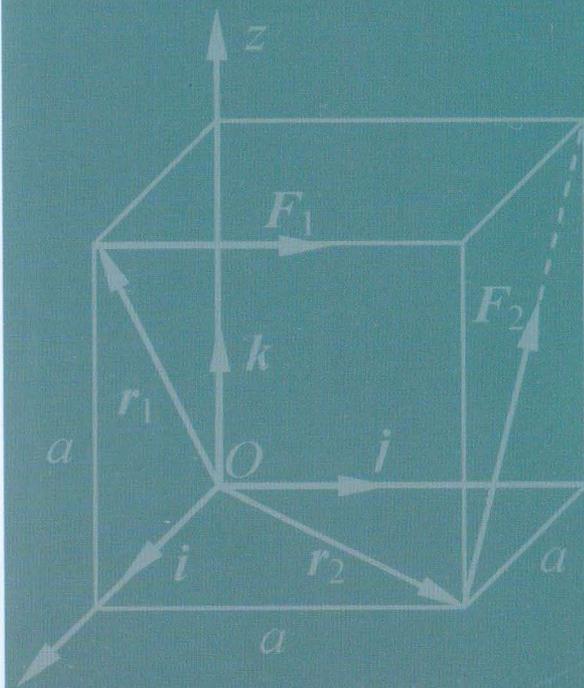
# 理论力学 (第2版)

LILUN LIXUE

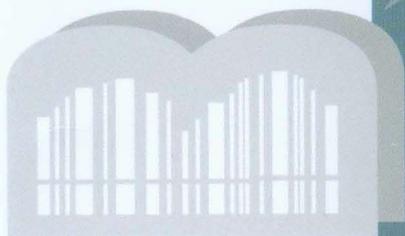
组 编 西安建筑科技大学  
力学教研室

主 编 刘 韡

主 审 乔宏洲



重庆大学出版社



## 内容提要

本书是《高等学校土木工程本科指导性专业规范配套系列教材》之一,内容包括:静力学公理和物体的受力分析、汇交力系、力偶系、平面任意力系、空间任意力系、点的运动、刚体的基本运动、点的合成运动、刚体的平面运动、质点运动微分方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗伯原理等。本书配有电子教案和课后习题答案,可在重庆大学出版社的教学资源网上下载。

本书的编写结合新“高等学校土木工程本科指导性专业规范”知识体系的要求,以及新一轮土木相关规范、标准编写,反映最新研究成果和工程实际需求,可作为高等学校土木工程专业全日制本科生或土建类成人教育的教材,也可供土木工程技术人员阅读参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

理论力学/刘韡主编. --2版. --重庆:重庆大学出版社,2018.1

高等学校土木工程本科指导性专业规范配套系列教材  
ISBN 978-7-5689-0632-6

I. ①理… II. ①刘… III. ①理论力学—高等学校—教材 IV. ①O31

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第159157号

高等学校土木工程本科指导性专业规范配套系列教材

## 理论力学

(第2版)

组编 西安建筑科技大学力学教研室

主编 刘韡

主审 乔宏洲

责任编辑:王婷 何明 版式设计:莫西

责任校对:张红梅 责任印制:赵晟

\*

重庆大学出版社出版发行

出版人:易树平

社址:重庆市沙坪坝区大学城西路21号

邮编:401331

电话:(023)88617190 88617185(中小学)

传真:(023)88617186 88617166

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:[fxk@cqup.com.cn](mailto:fxk@cqup.com.cn)(营销中心)

全国新华书店经销

重庆学林建达印务有限公司印刷

\*

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:16 字数:399千

2018年1月第2版 2018年1月第6次印刷

印数:14 001—17 000

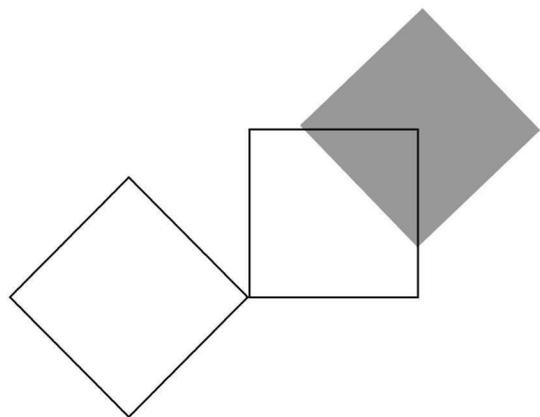
ISBN 978-7-5689-0632-6 定价:35.00元

---

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换

版权所有,请勿擅自翻印和用本书

制作各类出版物及配套用书,违者必究



# 编委会名单

总 主 编：何若全

副总主编：杜彦良 邹超英 桂国庆 刘汉龙

编 委（按姓氏笔画为序）：

卜建清	王广俊	王连俊	王社良
王建廷	王雪松	王慧东	仇文革
文国治	龙天渝	代国忠	华建民
向中富	刘 凡	刘 建	刘东燕
刘尧军	刘俊卿	刘新荣	刘曙光
许金良	孙 俊	苏小卒	李宇峙
李建林	汪仁和	宋宗宇	张 川
张忠苗	范存新	易思蓉	罗 强
周志祥	郑廷银	孟丽军	柳炳康
段树金	施惠生	姜玉松	姚 刚
袁建新	高 亮	黄林青	崔艳梅
梁 波	梁兴文	董 军	覃 辉
樊 江	魏庆朝		

# 总 序

进入 21 世纪的第二个十年,土木工程专业教育的背景发生了很大的变化。《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010-2020 年)》正式启动,中国工程院和国家教育部倡导的“卓越工程师教育培养计划”开始实施,这些都为高等工程教育的改革指明了方向。截至 2010 年底,我国已有 300 多所大学开设土木工程专业,在校生为 30 多万人,这无疑是世界上该专业在校大学生最多的国家。如何培养面向产业、面向世界、面向未来的合格工程师,是土木工程界一直在思考的问题。

由住房和城乡建设部土建学科教学指导委员会下达的重点课题“高等学校土木工程本科指导性专业规范”的研制,是落实国家工程教育改革战略的一次尝试。“专业规范”为土木工程本科教育提供了一个重要的指导性文件。

由《高等学校土木工程本科指导性专业规范》研制项目负责人何若全教授担任总主编,重庆大学出版社出版的《高等学校土木工程本科指导性专业规范配套系列教材》力求体现“专业规范”的原则和主要精神,按照土木工程专业本科期间有关知识、能力、素质的要求设计了各教材的内容,同时对大学生增强工程意识、提高实践能力和培养创新精神做了许多有意义的尝试。这套教材的主要特色体现在以下方面:

(1) 系列教材的内容覆盖了“专业规范”要求的所有核心知识点,并且教材之间尽量避免知识的重复;

(2) 系列教材更加贴近工程实际,满足培养应用型人才对知识和动手能力的要求,符合工程教育改革的方向;

(3) 教材主编们大多具有较为丰富的工程实践能力,他们力图通过教材这个重要手段实现“基于问题、基于项目、基于案例”的研究型学习方式。

据悉,本系列教材编委会的部分成员参加了“专业规范”的研究工作,而大部分成员曾为“专业规范”的研制提供了丰富的背景资料。我相信,这套教材的出版将为“专业规范”的推广实施,为土木工程教育事业的健康发展起到积极的作用!

中国工程院院士 哈尔滨工业大学教授

沈世钊

# 前言

(第2版)

本书的第1版出版后,受到了广大兄弟院校教师和学生的欢迎,并于2015年获得陕西省优秀教材一等奖。

2016年我国成为《华盛顿协议》的正式成员,通过工程教育本科专业认证是国内各工科专业发展的必然趋势。为了适应学生创新意识的培养、行业规范的更新和《华盛顿协议》对土木工程专业的毕业要求,本书对第1版进行了修订,作为第2版出版。在修订中仍保留了第1版的体系和特色,贯彻了“概念准确清楚,理论推导简明扼要,突出重点,讲透难点”的方针和“少而精”原则,在内容上作了如下修改:

①对全书的文字叙述作了必要的增删和修改,力求确切、规范、严谨。

②对于例题增加了对复杂工程问题的分析,以培养学生分析、解决问题和综合、创新的能力。

全书由静力学、运动学和动力学三部分组成,共分为14章。静力学的内容有受力分析、汇交力系、力偶系、平面任意力系、空间任意力系;运动学的内容有点的运动、刚体的基本运动、点的合成运动、刚体的平面运动;动力学的内容有质点运动微分方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗伯原理。本书每章后面配有思考题和习题,还免费提供了配套的电子课件、课后习题参考答案,以及两套试卷及答案,在重庆大学出版社教学资源网上供教师下载(网址:<http://www.cqup.net/edusrc>)。本书可作为高等学校土木工程专业全日制本科生或土建类成人教育的理论力学课程教材,也可供土木工程技术人员阅读参考。

本书由重庆大学出版社组织出版,西安建筑科技大学理学院力学教研室组织编写,刘韡担任主编。参加编写工作的有刘俊卿(绪论、第1—5章),张为民(第6—9章),刘韡(第10—14章)。

本书虽经修订,但由于编者水平有限,缺点和错误仍在所难免,衷心希望广大读者给予批评指正,以利于今后再次修订,使之更臻完善。

编者

2017年5月于西安

# 前言

(第1版)

本教材是根据全国高校土木工程专业教学指导委员会新《高等学校土木工程本科指导性专业规范》编写的土木工程专业系列教材之一,由全国高校土木工程专业教学指导委员会副主任、评估委员会副主任何若全教授任总主编。

根据新《高等学校土木工程本科指导性专业规范》对“理论力学”部分的知识点的要求,结合目前各高校土木工程专业中理论力学课程开设学时情况,对内容做了适当调整。

本书在编写过程中吸收了国内外同类教材的优点,反映了编者多年的教学研究结果和教学体会,考虑了高等学校专业整合后土木工程类专业对理论力学课程的要求。编写中力求使概念准确清楚,理论推导简明扼要,突出重点,讲透难点,精选例题,体现“少而精”的原则,着重讲清解题思路与解题方法,以提高读者综合应用理论和分析问题的基本能力。同时力求理论性与工程应用相结合,兼顾房建、道桥和岩土特点,突出工程背景,体现大土木工程专业的教材特点。

本书为重庆大学出版社组织出版,由西安建筑科技大学理学院力学教研室组织编写,刘俊卿担任主编。参加编写工作的有刘新东(第1—3章),张为民(第4—7章),刘俊卿(绪论、第8—10章),刘韡(第11—14章),全书由刘俊卿教授统稿,乔宏洲教授主审。

由于编者水平所限,书中难免存在缺点和错误,恳请使用本书的师生提出宝贵意见。

编者

2011年7月于西安

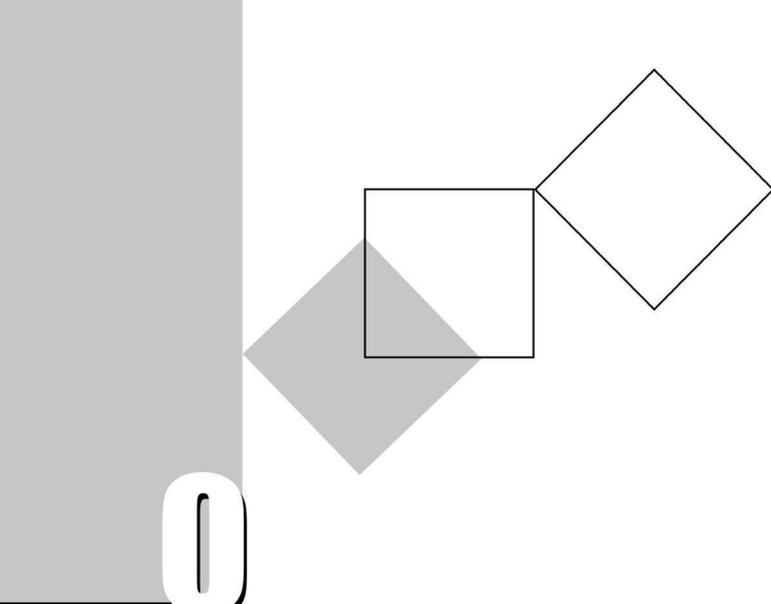
# 目 录

0 绪 论 .....	1
1 静力学公理和物体的受力分析 .....	3
1.1 基本概念 .....	3
1.2 静力学公理 .....	4
1.3 约束和约束反力 .....	7
1.4 受力分析和受力图 .....	11
思考题 .....	15
习 题 .....	15
2 汇交力系 .....	18
2.1 汇交力系合成的几何法 .....	18
2.2 汇交力系平衡的几何法 .....	19
2.3 汇交力系合成与平衡的解析法 .....	20
思考题 .....	25
习 题 .....	26
3 力偶系 .....	28
3.1 力偶·力偶矩矢 .....	28
3.2 平面力偶系的合成与平衡 .....	30
3.3 空间力偶理论 .....	32
思考题 .....	35
习 题 .....	36
4 平面任意力系 .....	39
4.1 力对点之矩 .....	39
4.2 力线平移定理 .....	40
4.3 平面任意力系向一点的简化 .....	41

4.4	平面任意力系的简化结果·合力矩定理	43
4.5	平面任意力系的平衡方程	47
4.6	静定与静不定问题·刚体系统的平衡	52
4.7	摩擦	55
	思考题	63
	习题	63
5	<b>空间任意力系</b>	67
5.1	力对点的矩矢和力对轴的矩	67
5.2	空间任意力系向一点的简化	70
5.3	空间任意力系的平衡方程	73
5.4	平行力系中心·重心	76
	思考题	82
	习题	82
6	<b>点的运动</b>	85
6.1	矢量法	86
6.2	直角坐标法	87
6.3	自然法	92
	思考题	98
	习题	98
7	<b>刚体的基本运动</b>	101
7.1	刚体的平行移动	101
7.2	刚体的定轴转动	102
7.3	转动刚体内各点的速度和加速度	104
7.4*	转动刚体内点的速度和加速度的矢积表示	107
	思考题	110
	习题	110
8	<b>点的合成运动</b>	113
8.1	合成运动的基本概念	113
8.2	速度合成定理	115
8.3	牵连运动是平动时点的加速度合成定理	119
8.4	牵连运动是定轴转动时点的加速度合成定理	122
	思考题	127
	习题	127

9	刚体的平面运动	130
9.1	刚体平面运动的运动方程	130
9.2	平面运动分解为平动和转动	132
9.3	求平面图形内各点速度的基点法	133
9.4	求平面图形内各点速度的瞬心法	136
9.5	用基点法求平面图形内各点的加速度	140
9.6	运动学综合应用举例	143
	思考题	147
	习 题	148
10	质点运动微分方程	151
10.1	动力学基本概念	151
10.2	质点运动微分方程	152
10.3	质点动力学的两类基本问题	153
	思考题	159
	习 题	159
11	动量定理	161
11.1	动量与冲量	161
11.2	动量定理	164
11.3	质心运动定理	168
	思考题	173
	习 题	173
12	动量矩定理	176
12.1	转动惯量·平行轴定理	176
12.2	质点和质点系的动量矩	181
12.3	动量矩定理	183
12.4	刚体绕定轴的转动微分方程	186
12.5	相对质心的动量矩定理·刚体平面运动微分方程	188
	思考题	194
	习 题	194
13	动能定理	198
13.1	力的功·功率	198
13.2	动能	202
13.3	动能定理	204
13.4	机械能守恒定律	211

13.5 动力学普遍定理的综合应用	214
思考题	219
习 题	219
<b>14 达朗伯原理</b>	<b>224</b>
14.1 质点的达朗伯原理	224
14.2 质点系的达朗伯原理	226
14.3 刚体惯性力系的简化	229
思考题	235
习 题	236
<b>索 引</b>	<b>239</b>
<b>参考文献</b>	<b>242</b>



# 绪 论

## 1) 理论力学研究的对象、内容

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

物体在空间的位置随时间的改变,称为机械运动(Mechanical motion)。机械运动是人们生活和生产实践中最常见的一种运动。平衡(Equilibrium)是机械运动的特殊情况。

**质点(Particle)**:有质量但不存在体积或形状的点,是物理学的一个理想模型。当物体的大小、形状在物体的整个机械运动的分析研究中,对其自身的机械运动规律的影响可以略去不计时,则物体可以直接抽象成为一个质点,且在其机械运动的分析研究中将其视为一个几何点。质点的机械运动特点是:质点只有空间位置的改变,对被抽象为质点的物体没有形状和大小的属性。应当注意的是,对质点不存在内部相对位置的改变,质点可以看作一类特殊的刚体,但不同质点间可以存在相对位置的变化。

**质点系(System of particle)**:由有限个或无限个质点构成的集合。在质点的机械运动过程中,质点系中的各质点间将发生相对位置的变化。

**刚体(Rigid body)**:由两个或两个以上离散质点、无限多个质点连续分布而构成的集合。在其机械运动过程中,各离散质点或连续分布的质点之间无相对位置的变化。也可以说,刚体就是形状和大小不变,而且内部各点的相对位置不变的物体。绝对刚体实际上是不存在的,只是一种理想模型,因为任何物体在受力作用后,都或多或少地变形,如果变形的程度相对于物体本身几何尺寸来说极为微小,在研究物体运动时变形就可以忽略不计。

**刚体系(System of rigid body, rigid body system)**:由若干个单一刚体构成的集合。在刚体的机械运动过程中,刚体集合中的各刚体的相对位置发生改变。

理论力学研究的对象:质点、质点系、刚体、刚体系。

理论力学研究的内容:研究物体(质点、质点系、刚体、刚体系)在三维空间中位置随时间改变的一般规律。

理论力学的内容包含三部分:

**静力学(Statics)**:主要研究物体的受力分析方法,以及力系的简化方法。同时研究受力物体平衡时作用力应满足的条件,即平衡条件。

**运动学**(Kinematics):不考虑引起运动的物理原因,研究机械运动的几何特征。

**动力学**(Dynamics):研究受力刚体的运动几何特征与作用力之间的关系,即研究受力物体的运动与作用力之间的关系。

理论力学研究范围:以伽利略和牛顿总结的基本定律的经典力学(Classical mechanics)为基础,分析研究速度远小于光速(不考虑相对论效应)的宏观物体(不考虑量子效应)的机械运动。

伽利略的力学相对性原理(两种提法):

①力学定律在所有惯性参考系中都是等价的,具有相同的形式。

②在任何一个惯性参考系中,都不能通过任何力学试验来确定这个参考系是处于静止或匀速直线运动状态。

**惯性参考系**(Inertia reference system):牛顿运动定律成立的参考系。**参考系(体)**:被作为目标物体的机械运动,是通过选定的物体或无相对运动的物体群作为参考而被显示的。这些物体或无相对运动的物体群称为参考系(体)。

**牛顿运动定律:**

**第一定律**——当无外力作用时,物体保持静止或保持恒定速度不变。

**第二定律**——作用在物体上的力与物体在作用力作用下产生的运动改变量(加速度)成正比。其比例系数是物体固有的属性——惯性质量。

**第三定律**——只要两个物体相互作用,物体A作用在物体B上的作用力与物体B作用在物体A上的作用力,总是大小相等,方向相反。

(注:在以前所学过的力学中,牛顿运动定律中的物体实际上大多数是作为质点的,而理论力学则主要是以刚体为分析研究对象。)

## 2) 理论力学的研究方法

理论力学以观察、实践和实验为基础,经过抽象化建立基本概念、公理、定律,通过逻辑推理、数学演绎得出定理和结论,解决问题,发展、验证理论。

**抽象化方法:**透过表象,抽取本质的过程和方法。由此能够建立基本反映问题最本质性质的模型。

**公理化方法:**对抽象化方法得到的模型基本性质(无需质疑的)进行理论描述形成基本概念或公理,并以此为基础,通过逻辑推理和数学演绎得到定理和与之相关的数学表达(公式),从而形成完整的理论系统。

## 3) 学习理论力学的目的

理论力学作为工科院校各相关专业,特别是土木工程专业的一门理论性较强的技术基础课(理论力学是研究力学中最普遍的基本规律),它是学习一系列后续课程(材料力学、结构力学、机械原理、弹塑性理论等)的基础和前提。理论力学的学习不仅为解决工程实际问题提供了必要的基础,而且能够提高全面分析问题、综合应用理论和灵活求解问题的能力。

学习理论力学要真正地体会抽象化方法,要求做到:理解概念、记住结论、掌握方法、灵活应用。

# 静力学公理和物体的受力分析

## 本章导读：

- **基本要求** 理解力的概念、平衡的概念；掌握静力学公理；理解约束的概念，熟练掌握常见约束反力的确定方法；初步掌握建立力学模型的方法；熟练掌握受力分析的基本方法。
- **重点** 静力学公理，物体的受力分析。
- **难点** 力学模型的建立，物体的受力分析。

## 1.1 基本概念

### 1) 力的概念

力(Force)是物体间的相互机械作用,这种作用使物体的运动状态发生改变,或使物体产生变形。力使物体改变运动状态的效应称为力的运动效应(外效应),使物体产生变形的效应称为力的变形效应(内效应)。理论力学只研究力的外效应。

实践证明,力对物体作用的效应取决于力的三要素(Three elements of force),即力的大小、方向、作用点。

力既具有大小和方向,又服从矢量的平行四边形法则,所以力是矢量。对力矢量,除了大小、方向外,还必须明确力的作用点。因此,力矢量是固定作用点的矢量,也称为固定矢量(Fixed vector)或约束矢量。力矢量可以用一条有向线段来表示:线段的长度按一定比例代表力的大小,线段的方位和箭头表示力的方向,线段的起点或终点表示力的作用点。通过力的作用点沿力的方向引出的直线,称为力的作用线。本书中力矢量的符号表示用黑体(如 $\mathbf{F}, \mathbf{G}$ 等),而非黑体(如 $F, G$ 等)则表示其对应的力矢量的大小,二者的关系为:

$$F = \sqrt{\mathbf{F} \cdot \mathbf{F}} \quad (1.1)$$

在国际单位制(SI)中,力的单位是牛(N)或千牛(kN)。

一般来说,力的作用位置并不是一个点,而是有一定大小的一个范围。当作用范围小到可以不计其大小时,就抽象成为一个点,这个点就是力的作用点。这种作用于一点的力则称为集中力。而在某一直线(或曲线)段上的每一点作用的大小、方向连续分布的力,称为线分布力;在某一有限平面(或曲面)上的每一点作用的大小、方向连续分布的力,称为面分布力,如水对池壁的压力;在某一体积上的每一点作用的大小、方向连续分布的力,称为体分布力,如重力。

作用在物体上的一组(群)力的集合,称为力系(System of force)。

## 2) 平衡

平衡是物体机械运动的一种特殊形式,或称为机械运动的特殊状态,即物体上各点相对于惯性参考系处于静止或作匀速直线运动的状态。工程实际中,一般取固连于地球表面的参考系作为惯性参考系。

在一定条件下,物体受到力系作用时可以保持平衡状态。使物体处于平衡状态的力系,称为平衡力系。物体处于平衡状态时,作用在物体上的力系所满足的条件,称为平衡条件。静力学中研究物体的平衡规律,就是研究作用于物体上力系的平衡条件。如果两个力系对同一刚体的作用效应完全相同,则此两个力系称为等效力系。

力系的简化是静力学研究的基本问题之一。所谓力系的简化,就是指将作用于物体的复杂力系用一个简单力系等效代替。通过简化不仅便于探求力系的平衡条件,而且能为动力学的研究打下良好基础。

总之,力系的简化和力系的平衡是静力学研究的两个基本问题。

## 1.2 静力学公理

公理是人们在长期的生活和生产实践中积累的经验总结,并经过实践的反复检验,被确认在确定的条件下符合客观实际的最普遍、最一般的规律。

### 公理1 二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力,使刚体保持平衡的必要与充分条件是:两力的大小相等、方向相反、作用在同一直线上。如图 1.1(a)所示,用矢量表示为:

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (1.2)$$

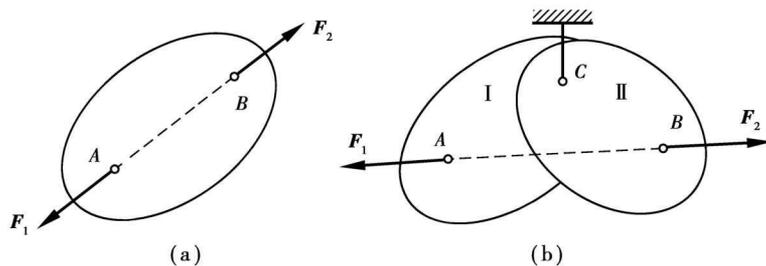


图 1.1

二力平衡公理阐明了作用于刚体上最简单力系的平衡条件,它是推证平衡条件的基础。需要指出的是:

①二力平衡公理对刚体来说是必要且充分的条件,对变形体则是必要条件,而不是充分条件。例如,软绳的两端受到等值、反向、共线的两力拉伸时处于平衡;但如改为受压,则即使两力仍等值、反向、共线,软绳也将弯曲而不能平衡。

②保持刚体平衡的两个力  $F_1, F_2$  必须作用在同一刚体上。若两个力不是作用在同一刚体上,则尽管两个力满足大小相等、方向相反、作用在同一直线上,刚体的平衡将可能被破坏,如图 1.1(b) 所示。

工程上将只受到两个力作用而处于平衡状态的构件称为二力构件(或称为二力杆)。找出二力构件,对于刚体,特别是刚体系统的静力学分析,通常是非常方便的。

在判断一刚体是否是二力构件时应注意:

①刚体必须处于平衡状态。当刚体在两点上受力作用,此时刚体并不一定处于平衡状态。因此不能认为刚体上作用两个力时,该刚体就是二力构件。

②刚体上只有二点处受到力。二力构件上并不是只能作用两个力,而是可以作用三个或更多的力,只要所有这些作用力都作用在刚体上的两个点上。

二力构件的受力特点:作用在二力构件上的两个力必沿两个力作用点的连线等值、共线、反向。

## 公理 2 加减平衡力系公理

在作用于刚体的已知力系中加上或减去任意一个平衡力系,并不改变原力系对刚体的效应。

加减平衡力系公理是研究力系等效变换的重要依据。必须注意,此公理也只适用于刚体而不适用于变形体。对于实际物体,在它所受的已知力系中加减任一平衡力系后,力系对外效应不变,但内效应一般将有所不同。

应用二力平衡公理和加减平衡力系公理可导出一个重要推论:

### 推论 1 力的可传性(Transmissibility of force)

作用在刚体上的力可沿其作用线移至刚体的任一点,而不改变该力对刚体的作用效果。

证明:如图 1.2(a) 所示,设力  $F$  作用于刚体上的  $A$  点,点  $B$  是力  $F$  作用线上的任意一点。在点  $B$  加上等值、反向、共线的一对力  $F_1$  和  $F_2$ ,并使  $F_1 = -F_2 = F$ ,如图 1.2(b) 所示。显然,  $F_1$  和  $F_2$  是平衡力系。根据加减平衡力系公理,添加这一对力并不影响力  $F$  的效应,即力  $F$  与  $(F, F_1, F_2)$  构成新的力系等效。另一方面,  $F$  和  $F_2$  等值、反向、共线,由二力平衡公理可知,  $F, F_2$  构成平衡力系。由加减平衡力系公理,在刚体上减去  $F, F_2$  构成平衡力系而不改变其效应,如图 1.2(c) 所示,即力系  $(F, F_1, F_2)$  与力  $F_1$  等效。于是,力  $F$  与力  $F_1$  等效,即  $F = F_1$ 。图 1.2(a) 和 (c) 说明,力  $F$  可沿其作用线移至刚体的任一点  $B$ 。

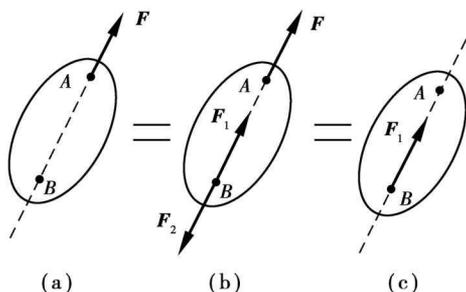


图 1.2

由力的可传性可知,力对刚体的效应与力的作用点在作用线上的位置无关。因此,力的三要素中的作用点这一要素,可放宽为沿力的作用线所在直线上的任意一点。或者说力的三要素对刚体而言为:大小、方向、力的作用线。这种被约束了作用线的既有大小、又有方向的矢量称为滑动矢量(Sliding vector)。因此,作用在刚体上的力矢是滑动矢量。

### 公理3 力的平行四边形法则

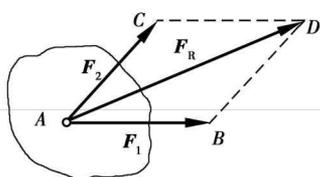


图 1.3

作用在同一物体上同一点的两个力,其对于物体的作用可等效为作用在该点的一个力,该力称为合力(Resultant)。合力的大小和方向,由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定,如图 1.3 所示。

平行四边形法则的矢量表示式为:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1.3)$$

该公理给出了最简单力系的简化规律,是复杂力系简化的基础。公理中的结论适用于物体,当然也适用于刚体。

利用力的平行四边形法则、二力平衡公理和加减平衡力系公理可导出另一重要推论:

### 推论2 三力平衡汇交定理

作用于刚体上的三个力使刚体处于平衡状态时,若其中两个力的作用线汇交于一点,则这三个力必在同一平面内,且第三个力的作用线必通过前二力的作用线的汇交点。

证明:如图 1.4(a)所示,设在刚体的 A、B、C 三点上分别作用力  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  和  $\mathbf{F}_3$ ,且刚体在这三个力作用下处于平衡。若  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$  的作用线汇交于 O 点,根据刚体上力的可传性,将此二力沿其作用线移至汇交点 O 处,然后根据力的平行四边形法则,将其合成为  $\mathbf{F}_{R12}$ ,如图 1.4(b)所示,则  $\mathbf{F}_{R12}$  和  $\mathbf{F}_3$  构成平衡力系。由二力平衡公理可知, $\mathbf{F}_{R12}$  和  $\mathbf{F}_3$  必在同一直线上,即力  $\mathbf{F}_3$  的作用线也通过汇交点 O,且与力  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  共面。

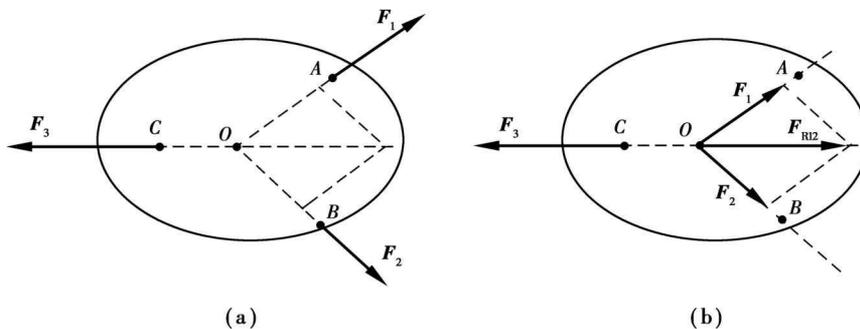


图 1.4

应当指出,三力平衡汇交定理的条件是必要条件,不是充分条件。即如果一刚体受三个力作用,三个力交于一点且在同一平面内,但刚体不一定处于平衡状态。利用三力平衡汇交定理可以确定某个力的方位,即如果刚体在三个力作用下处于平衡,且已知其中两个力的作用线汇交于一点,则第三力的作用点与该汇交点连线必为第三个力的作用线。

### 公理4 作用与反作用定律

两物体相互作用时,作用力和反作用力总是同时存在,两力大小相等、方向相反,沿同一直线,分别作用在两个相互作用的物体上。

作用与反作用定律概括了物体之间相互作用的关系,表明作用力和反作用力总是成对出现

的。在分析若干个物体所组成的系统的受力情况时,借助作用与反作用定律,可以从一个物体的受力分析过渡到相邻物体的受力分析。如图 1.5 所示, $C$  铰处  $F_C$  与  $F'_C$  为一对作用力与反作用力。

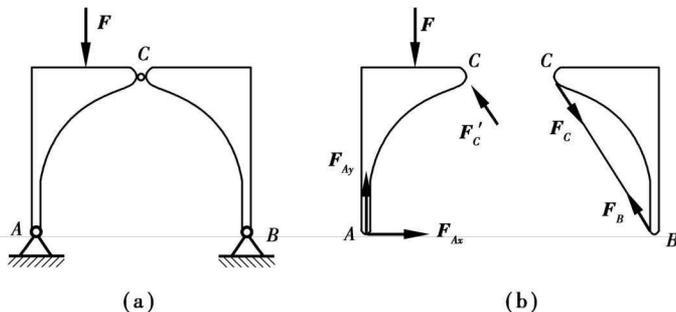


图 1.5

应当指出,作用力与反作用力虽然是等值、反向、共线,但它不作用于同一刚体上,因此作用力与反作用力不是一对平衡力。作用与反作用定律不但适用于刚体,还适用于变形体,不但适用于静力学,还适用于动力学。

### 公理 5 刚化原理

若变形体在某一力系作用下处于平衡状态,则可将此变形体刚化为刚体,其平衡状态保持不变。

物体在受到外力作用时,其大小或形状将发生变化,因此,真实的物体均为变形体。所谓变形体的刚化就是将在力系作用下已发生变形的处于平衡状态的变形体视为刚体。

如图 1.6 所示为一可变形的弹簧。图 1.6(a) 为未受力时的初始状态(该状态下不能进行刚化);图 1.6(b) 为沿弹簧长度方向施加的力尚未达到最终值的中间状态,该状态构成弹簧的各质点中存在有运动(加速度不为零)的质点,即弹簧并未处于平衡状态,因此不能进行刚化;图 1.6(c) 中弹簧上施加的力已达到最终值,此时弹簧处于平衡状态。刚化原理中的刚化是对图 1.6(c) 中的弹簧而言的。

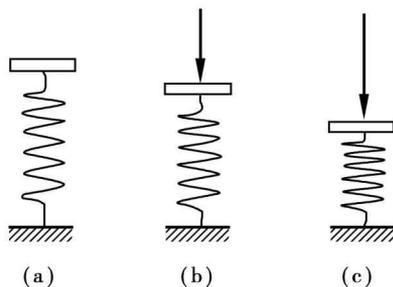


图 1.6

刚化原理表明:对于变形体,将其刚化后,其平衡状态

不会被破坏;但对于刚体,若刚体处于平衡状态,将刚体视为变形体后,其平衡状态将无法继续保持。如刚性杆在等值、反向、共线的一对压力作用下将处于平衡。若将刚性杆视为变形绳索,显然其平衡状态不能继续保持。即刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件,但不是充分条件。

## 1.3 约束和约束反力

可以在空间任意运动的物体,称为自由体(Free body),如在空中自由飞行的飞机、火箭等。物体受到一定限制而使其沿某些方向的运动成为不可能,这样的物体称为非自由体或受约束体。如用绳子悬挂而不能下落的重物,支承于墙上而静止不动的屋架等都是非自由体。对非自由体的某些运动(或位移)起限制作用的周围物体(或条件)称为约束(Constraint)。例如,绳索对于所悬挂的重物、墙对于所支承的屋架,都构成了约束。