

完美图形 创新思维

正方形题解

张开瑜 编著

苏州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

完美图形 创新思维:正方形题解 / 张开瑜编著
—苏州:苏州大学出版社,2018.9
ISBN 978-7-5672-2368-4

I. ①完… II. ①张… III. ①正方形—基本知识
IV. ①O18

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 199835 号

完美图形 创新思维

——正方形题解

张开瑜 编著

责任编辑 肖 荣

苏州大学出版社出版发行

(地址:苏州市十梓街1号 邮编:215006)

宜兴市盛世文化印刷有限公司印装

(地址:宜兴市万石镇南漕河滨路58号 邮编:214217)

开本 700 mm×1 000 mm 1/16 印张 19.25 字数 379 千

2018 年 9 月第 1 版 2018 年 9 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5672-2368-4 定价:66.00 元

苏州大学版图书若有印装错误,本社负责调换
苏州大学出版社营销部 电话:0512-67481020
苏州大学出版社网址 <http://www.sudapress.com>

前言

Preface

有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形是正方形. 换句话说: 正方形是各边都相等的矩形, 正方形是各角都相等的菱形, 正方形既是矩形又是菱形, 它具有矩形和菱形的一切性质.

正方形是一个完美的图形, 它既是轴对称图形, 又是中心对称图形, 既有内切圆, 又有外接圆, 它们是同心圆, 且两圆的中心都与正方形的对角线交点重合. 与正方形相关的问题妙趣横生, 新颖别致, 解题中常运用全等与几何变换的方法, 常常应用创新的思维方法. 正如我国著名数学家吴文俊指出: 几何学有形象化的好处, 几何给人以数学直觉, 不能把几何等同于逻辑推理, 只会推理而缺乏数学直觉, 是不会有创造的.

解题中的创新思维就是把着眼点放在激发学生的求知欲上, 仔细观察学生的解题过程, 及时发现他们思维中的矛盾, 对学生别出心裁的想法、看法、做法予以表扬和鼓励, 引导他们从不同的角度用不同的方法来解决, 重视培养和训练他们的求异、求新思维能力.

好奇心、求知欲、自信心与创造力的发展密切相关, 求异、求新思维的培养和发展离不开保护学生的好奇心, 激发学生的求知欲. 当学生运用创新思维从不同方面解答问题或探求解答问题的途径时, 教者应循循善诱, 引导学生找到解决问题的不同的正确方法, 即使在学生思路不正确或者思维受阻时, 教者也不应挫伤学生的积极性, 而应耐心地引导学生找到正确的思路 and 创新的途径.

一题多解, 拓广思路, 培养思维的广阔性.

思维的广阔性是指思维活动发挥作用的广阔程度. 在教学中对同一来源的材料要引导学生不依常规、全方位、多角度、多层次地思考问题, 探索不同的解答方案.

多题一解, 由表及里, 培养思维的深刻性.

思维的深刻性是指某一教学问题提出后, 经过观察思考, 过程提炼, 抓住问题的本质, 揭示问题规律的一个由感性到理性的思维过程, 反映思维活动

的抽象程度和逻辑水平,促使学生由表及里,通过一道题向一类题、多类题迁移.

交换背景,以静带动,培养思维的发散性.

思维的发散性是指以某一问题为发散源,从横向和纵向多方位地进行辐射状态的积极的思考和联想,广泛地搜集与发散源有关的知识和方法,从而使问题得以解决或升华的思维过程.通过学生积极的思考,在问题解决的过程中,培养和提高学生思维的发散性.

瞄准目标,变换条件,培养思维的灵活性.

思维的灵活性是指能随事物的变化而随机应变,触类旁通,不局限于某一方面,能克服思维定式的影响.教者对某一问题可以采取保留结论、改变条件的手段来设计变式训练题,诱导学生进行观察对比,巧妙转化,培养思维的灵活性.

开放结论,引申探索,培养思维的创造性.

思维的创造性是指通过探索尝试,发现“新”规律,得出“新”结论的一种认知活动,表现为思维不循常规、寻求变异和勇于创新.教者可利用研究对象的变式,设计出隐藏着规律的问题,让学生利用已有的知识去探索、去发现.

例如,人教版教材初中《几何》第二册第 192 页第 13 题.

题目:在已知锐角三角形 ABC 的外面作正方形 $ABDE$ 和正方形 $ACFG$.求证: $BG=CE$.教者讲评之后,可把题目变为“在已知锐角三角形 ABC 的外面作正方形 $ABDE$ 和正方形 $ACFG$,由此你能得出哪些结论?”

这样的题目就成为一个结论不完备的开放性的问题,需要通过观察、试一试、凑一凑、猜一猜、特殊化、类比等途径去探索答案,因此给学生充分的思考时间和空间,既鼓励独立创新,又允许相互启发,促使“新”的结论产生,从而培养学生的创造性思维品质.归纳学生得出的结论有:

结论 1: $GB \perp CE$.

结论 2: 点 A 到 BG, CE 的距离相等.

结论 3: 点 A 到线段 EG 中点的距离的两倍等于 BG 的长.

结论 4: $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AEG}$.

结论 5: 顺次连结四边形 $BCGE$ 各边中点的四边形是正方形.

结论 6: 若 BG, CE 的交点为 O ,则 OA 平分 $\angle EOG$.

结论 7: 若 BG, CE 的交点为 O ,则 $\angle AOD = 90^\circ$.

结论 8: 若 BG, CE 的交点为 O ,则 D, O, F 三点共线.

结论 9: 在 $\triangle ABC$ 中, BC 边上的中线长的两倍等于 EG 的长.

结论 10: 在 $\triangle ABC$ 中, BC 边上的高所在的直线平分线段 EG .

总之,若能注重变式的运用,在学习中不断探索和反思,提高应变能力、辨识能力、独创能力,这对于培养学生的思维品质,减轻学生过重的学习负担,提高学生的数学素质和创新思维都是十分有益的.

本书收集了近年国内外中考和竞赛的优秀试题,或引而不发的点拨,或深入浅出的分析,或刨根问底的探索,或开放思维的发散,或言简意赅的总结,或直抵心灵的感悟,在解决问题的过程中,感受解题之道、思维之美、数学之美,体会由一筹莫展、冥思苦想到茅塞顿开、悠然神会的乐趣.

走进该书的读者仿佛身临数学文化场景:既有情境,又有历史;既有方法,又有思想;既有知识,又有顿悟;既有趣味,又有哲思.蕴万壑于胸,纳百川于怀.

走进该书的读者,收获的是技巧与方法,激活的是质疑与想象,提升的是意识与美感,生成的是智慧与能力.高远而蔚蓝,广袤而深远.

亲爱的读者、青少年朋友们,你们是祖国的前途、民族的希望、创新的未来.你们有理想、有本领、有担当,科技就有前途,创新就有希望.创新之道,唯在得人.得人之要,必广其途以储之.只有创新思维,才能站在科技的制高点,培养千千万万的科技创新人才.愿你们早日成为未来科技英才、文化精英.

由于时间仓促及笔者的水平有限,本书可能有很多不足的地方,敬请广大读者、青少年朋友们提出宝贵的意见或建议.

编者

2018 年 5 月 18 日

目 录

Contents

一 填空题	001
二 选择题	021
三 证明题	037
四 计算题	075
五 竞赛题	175
参考答案	191
后 记	299

一 填空题

填空题是近几年中考试卷中经常设置的题型之一,不再是单纯地考查知识点,而是注重知识的综合性和学科的内在联系,往往设有具体的应用情境,能考查学生理解概念的水平和运用技能的程度.

1. 填空题的主要形式及解答特征

填空题的主要形式为一题一空,学生在空白处直接填写答案.但也有例外,近几年悄然兴起的阅读理解题就以一题多空的形式出现,此类题分值较大,要求学生先阅读,后理解,再解答.它不仅考查学生对于相关知识的掌握程度,而且还考查学生阅读理解、概括整理、搜集信息和分析信息的能力.

解答填空题时要注意以下基本特点:

(1) 与选择题相比,填空题没有选择项,不能借助相关信息,解答时的基本思路可等同于一些解答题,直接按照解答题的思路进行思考.

(2) 由于填空题只需要写出答案,不必写出解答过程,不必说明详细理由,在这方面填空题又很接近于选择题,因此在解答时,可以考虑运用特殊值或图解法.

(3) 由于填空题常常用来考查基本概念、基本运算,大多数题目可以从课本中找到原型或背景,可以通过观察、联想与转化将其变为熟悉的题目或基本的题型,这是填空题与一些综合题的区别所在.

(4) 解答填空题有速度要求,每道题要求在较短的时间内完成,解答过程中的每一步都必须考虑周全、准确无误,若一步失误则全题为零分.

2. 填空题的基本解法

数学的基本概念、基本知识、基本技能是解题思路的源泉,离开它们解题就成了无本之木、无源之水.因此,在解题时首先要回顾题目中涉及哪些主要概念,题目中的条件和结论与哪些定理、公式、法则、性质等有关,能否直接运用.若能直接运用,则可考虑用直接解法,分析题目中所涉及的基本技能、思

想方法是什么；若不能直接解决，不妨考虑是否有类似的原理、方法，或者是否有类似的结论或定理；此外，还可以大胆猜想，由一般到特殊或由特殊到一般，即采用特殊值法或验证猜想的方法，经过一番深思熟虑之后，解题思路就会逐步明朗、清晰。

1. 正方形的一边和一条对角线所成的角是_____.
2. 边长为 2 cm 的正方形的对角线长是_____ cm, 这个正方形的面积是_____ cm^2 .
3. 若正方形的面积为 16, 则其对角线的长是_____.
4. 如果一个正方形的边长等于边长为 m 的正方形的对角线的长, 那么这两个正方形的周长和为_____, 面积和为_____.
5. 正方形的两条对角线的和为 12 cm, 则它的面积为_____ cm^2 .
6. 如图 1, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB=1$, 以 BC 为边作等边三角形 PBC , 连结 PA, PD , 则 $\angle PAD = \angle PDA =$ _____度.
7. 如图 2, 在正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 AD, CD 上的点, 并且 $EF = AE + CF$, 那么 $\angle EBF =$ _____度.

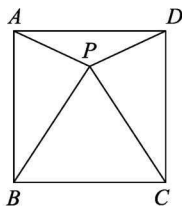


图 1

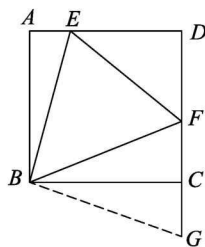


图 2

8. 对角线_____的矩形是正方形, 对角线_____的菱形是正方形.
9. 在正方形 $ABCD$ 中, 对角线 $AC=10$, P 是 AB 边上任意一点, 则点 P 到对角线 AC, BD 的距离之和为_____.
10. 已知四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于 O 点, 若 $AO=BO=CO=DO, AC \perp BD$, 则四边形 $ABCD$ 是_____形.
11. 如图 3, 正方形 $ABCD$ 截去一个角, 则 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____.
12. 如图 4, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2, E, F 分别是 DA, CD 的中点, 则 $BE =$ _____, $S_{\triangle BEF} =$ _____.

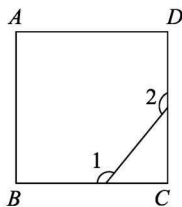


图 3

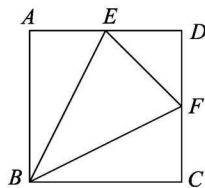


图 4

13. 已知正方形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 若 $AB=2$ cm, 则 $\triangle AOB$ 的周长为 _____ cm.

14. 如图 5, 将正方形 A 的一个顶点与正方形 B 的对角线的交点重合, 如图 5①放置, 则阴影部分面积是正方形 A 的面积 $\frac{1}{8}$. 若将正方形 A 与 B 按图 5②放置, 则阴影部分面积是正方形 B 的面积 _____.

15. (2006 年浙江省杭州市中考题) 如图 6, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2, $\triangle BPC$ 是等边三角形, 则 $\triangle CDP$ 的面积是 _____, $\triangle BPD$ 的面积是 _____.

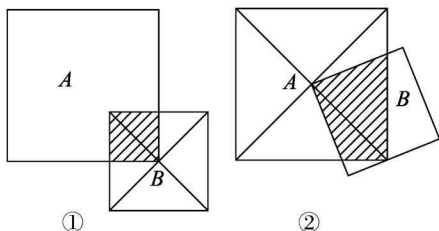


图 5

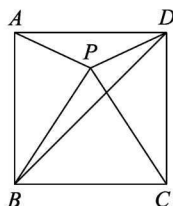


图 6

16. (2005 年江苏省常州市中考题) 正方形 $ABCD$ 的周长为 16 cm, 顺次连结正方形 $ABCD$ 各边中点得四边形 $EFGH$, 则四边形 $EFGH$ 的周长等于 _____ cm, 四边形 $EFGH$ 的面积等于 _____ cm^2 .

17. (2006 年浙江省温州市中考题) 如图 7 所示是由 8 块相同的等腰直角三角形黑白瓷砖镶嵌而成的正方形地面示意图, 一只蚂蚁在上面自由爬动并随机停留在某块瓷砖上, 蚂蚁停留在黑色瓷砖上的概率是 _____.

18. 如图 8 所示是由边长为 1 m 的正方形地砖铺设而成的地面示意图. 小明沿图中所示的折线 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 所走的路线长为 _____ (结果保留根号).

19. 如图 9, 能将三个单位正方形组成的轴对称图形完全覆盖的圆的最小半径是 _____.

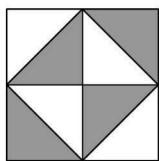


图 7

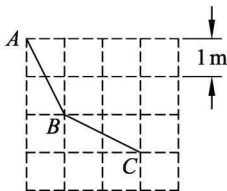


图 8

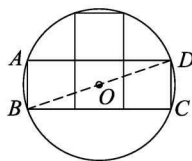


图 9

20. (2006 年浙江省温州市中考题)如图 10,在边长为 1 的正方形网格中,按下列方式得到“L”形图形,第 1 个“L”形图形的周长是 8,第 2 个“L”形图形的周长是 12……则第 n 个“L”形图形的周长是_____.

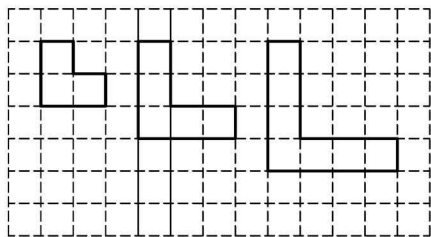


图 10

21. (2006 年湖北省黄冈市中考题)如图 11,将边长为 8 cm 的正方形 $ABCD$ 的四边沿直线 l 向右滚动(不滑动),当正方形滚动两周时,正方形的顶点 A 所经过的路线的长是_____ cm.

22. 如图 12,直线 l 过正方形 $ABCD$ 的顶点 B ,点 A 和点 C 与直线 l 的距离分别是 1 和 2,则正方形的边长是_____.

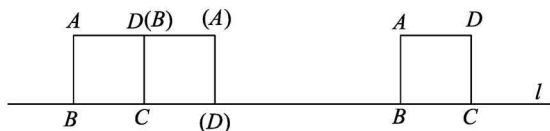


图 11

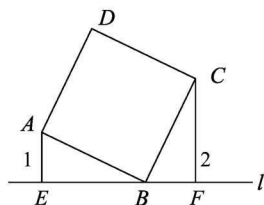


图 12

23. (2006 年浙江省宁波市中考题)如图 13,长和宽分别为 a, b 的矩形纸片拼成一个“带孔”的正方形,利用面积的不同表示方法写出一个代数恒等式_____ (答案不唯一).

24. (2006 年内蒙古包头市中考题)如图 14,将边长为 2 的正方形 $ABCD$ 沿 EF 和 ED 折叠使得 B, C 两点折叠后与点 G 重合,则 $\angle FEG$ 的正切值为_____.

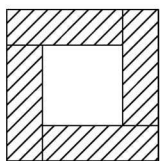


图 13

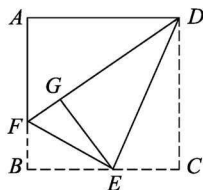


图 14

25. 如图 15, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 如果将线段 BD 绕着点 B 旋转后, 点 D 落在 CB 延长线上的点 D' 处, 那么 $\tan \angle BAD' =$ _____.

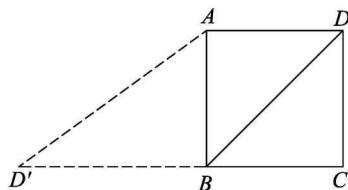


图 15

26. (2006 年山西省临汾市中考题) 如图 16, 依次连结第一个正方形各边的中点得到第二个正方形, 再依次连结第二个正方形各边的中点得到第三个正方形, 按此方法继续下去, 若第一个正方形的边长为 1, 则第 n 个正方形的面积为 _____.

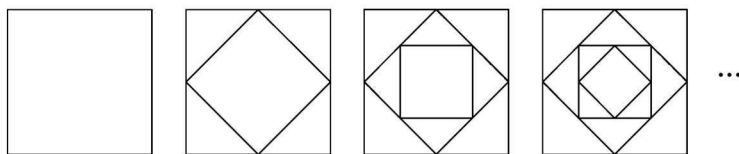


图 16

27. 如图 17, 用灰、白两色正方形瓷砖铺设地面, 第 n 个图案中白色瓷砖的块数为 _____.

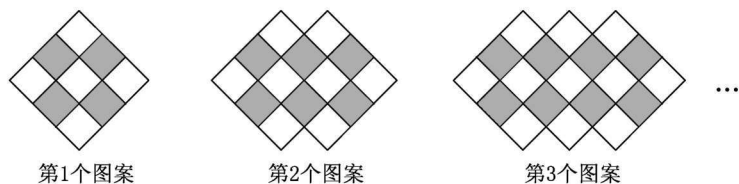


图 17

28. 如图 18 所示的图形中, 所有的四边形都是正方形, 所有的三角形都是直角三角形, 其中最大的正方形的边长为 7 cm, 则正方形 A, B, C, D 的面积之和是 _____ cm^2 .

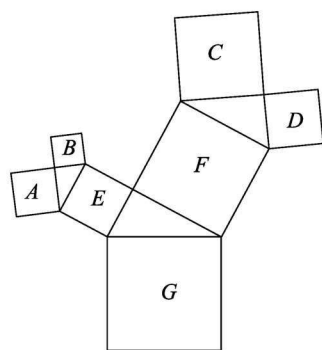


图 18

29. (2004 年安徽省芜湖市中考题) 如图 19, 正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, E 为 DC 的中点, 直线 BE 交 $\odot O$ 于点 F , 若 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$, 则点 O 到 BE 的距离 $OM =$ _____.

30. 如图 20, 把正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 的方向移动到正方形 $A'B'C'D'$ 的位置, 它们的重叠部分 (如图中阴影部分) 的面积是正方形 $ABCD$ 的面积的一半, 若 $AC = \sqrt{2}$, 则正方形 $ABCD$ 移动

的距离 AA' 是_____.

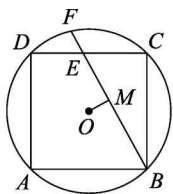


图 19

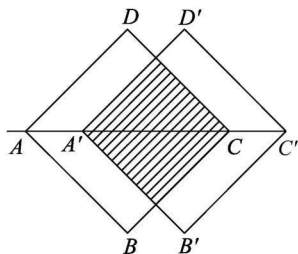


图 20

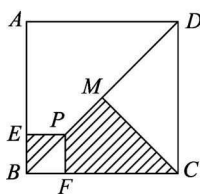


图 21

31. 如图 21, 在正方形 $ABCD$ 中, P 是 BD 上一点, $AB=4$, $CM \perp BD$, 垂足为点 M , $PE \parallel AD$, $PF \parallel CD$, 则图中阴影部分的面积之和是_____.

32. (2002 年广西壮族自治区桂林市中考题) 如图 22, 正方形 $ABCD$ 的边长是 2, $AE=EB$, $MN=1$, 线段 MN 的两端点在 CB , CD 上滑动, 当 $CM=_____$ 时, $\triangle AED$ 与以 M, N, C 为顶点的三角形相似.

33. (2005 年浙江省温州市中考题) 如图 23, 在直线 l 上依次摆放着七个正方形, 已知斜放置的三个正方形的面积分别是 1, 2, 3, 正放置的四个正方形的面积依次是 S_1, S_2, S_3, S_4 , 则 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = _____$.

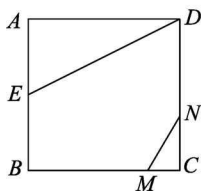


图 22

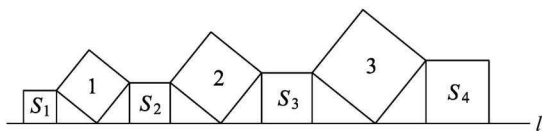


图 23

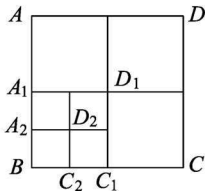


图 24

34. 如图 24, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1.

(1) 分别连结两组对边的中点得正方形 $A_1BC_1D_1$, 则正方形 $A_1BC_1D_1$ 的面积为_____.

(2) 在(1)的条件下, 如此进行第二次分割得到的正方形 $A_2BC_2D_2$ 的面积为_____.

(3) 在上述条件下, 依次分割下去, 则第 n 次分割得到的正方形 $A_nBC_nD_n$ 的面积为_____.

35. (2005 年江西省南昌市中考题) 如图 25, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB=1$, 点 P 是对角线 AC 上的一点, 分别以 AP, PC 为对角线作正方形, 则两个小正方形的周长和是_____.

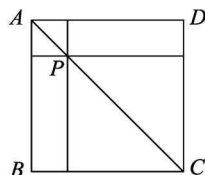


图 25

36. 如图 26, 已知正方形纸片 $ABCD$, M, N 分别是 AD, BC 的中点, 把 BC 边向上翻折, 使点 C 恰好落在 MN 上的 P 点处, BQ 为折痕, 则 $\angle PBQ =$ _____ 度.

37. (2005 年山东省烟台市中考题) 如图 27, 两个半径为 1、圆心角是 90° 的扇形 OAB 和扇形 $O'A'B'$ 叠放在一起, 点 O' 在 $\widehat{AB}$ 上, 四边形 $OPO'Q$ 是正方形, 则阴影部分的面积等于 _____.

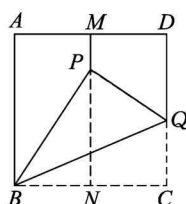


图 26

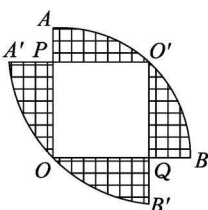


图 27

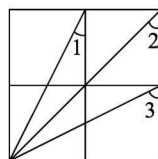


图 28

38. (2001 年湖北省荆门市中考题) 如图 28, 已知方格纸中是 4 个相同的正方形, 则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ _____.

39. (2001 年重庆市中考题) 如图 29, 在正方形 $ABCD$ 中, F 是 AD 的中点, BF 与 AC 交于点 G , 则 $\triangle BGC$ 与四边形 $CGFD$ 的面积之比是 _____.

40. 如图 30, P 是正方形 $ABCD$ 内一点, 将 $\triangle ABP$ 绕点 B 按顺时针方向旋转到 $\triangle CBP'$, 若 $PB = 3$, 则 $PP' =$ _____.

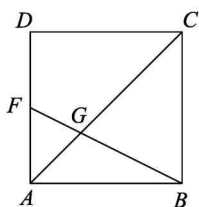


图 29

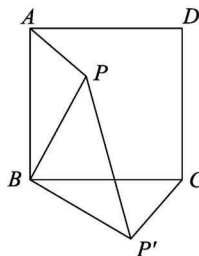


图 30

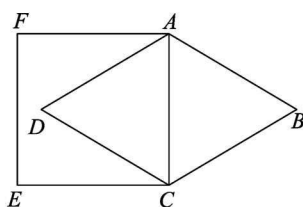


图 31

41. 如图 31, 菱形 $ABCD$ 中, $\angle B = 60^\circ$, $AB = 4$, 则以 AC 为边长的正方形 $ACEF$ 的周长为 _____.

42. 如图 32, 菱形 $ABCD$ 有三个顶点 A, B, C 在正方形 $AEFG$ 的边上, 已知正方形 $AEFG$ 的面积为 16 cm^2 , $AC : AG = 3 : 4$, 则菱形 $ABCD$ 的面积为 _____.

43. 如图 33, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = ax^2 + c$ ($a \neq 0$) 的图象过正方形 $ABOC$ 的三个顶点 A, B, C , 则 OC 的

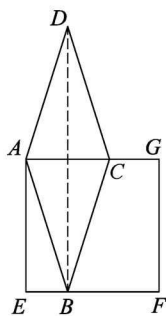


图 32

长是_____.

44. (2005 年山东省潍坊市中考题)如图 34,正方形的边长为 1,点 E 为 AB 的中点,以 E 为圆心、1 为半径作圆弧分别交 AD , BC 于 M , N 两点,与 DC 切于 P 点,则图中阴影部分的面积是_____.

45. 如图 35,已知三个边长分别为 2,3,5 的正方形如图所示排列,则图中阴影部分的面积为_____.

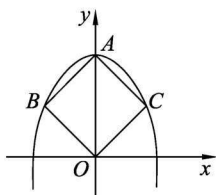


图 33

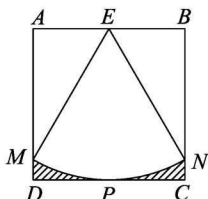


图 34

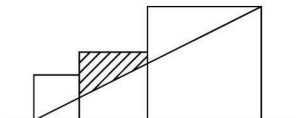


图 35

46. 如图 36,以正方形 $ABCD$ 的边 CD 为边向外作正三角形 ECD ,则 $\angle AEB =$ _____.

47. 如图 37,正方形 $ABCD$ 的边长为 2 cm,以点 B 为圆心作 $\widehat{AC}$,点 P 是 $\widehat{AC}$ 上一点,且 $PE \perp DC$, $DE = EC$,则 $\widehat{AP}$ 的长为_____.

48. 如图 38,四边形 $ABCD$ 为正方形,以 BC 为直径作半圆, AE 切半圆于点 F ,交 CD 于点 E ,设正方形的边长为 1,则 $\frac{DE}{AE} =$ _____, $\frac{AF}{EF} =$ _____.

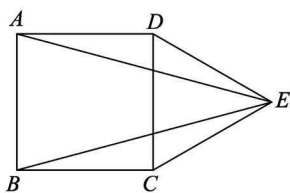


图 36

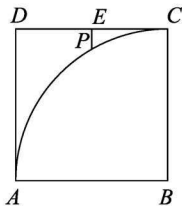


图 37

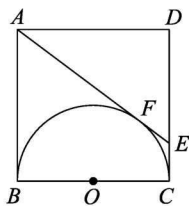


图 38

49. 如图 39 所示是一块在电脑屏幕上给出的矩形色块图,它由各个不同颜色的正方形组成,若已知中间最小的一个正方形是边长为 1 的单位正方形,则这个矩形色块的面积为_____.

50. (2006 年辽宁省沈阳市中考题)如图 40,已知 $\odot O$ 的直径 $MN = 10$,正方形 $ABCD$ 的四个顶点分别在半径 OM , OP 以及 $\odot O$ 上,且 $\angle POM = 45^\circ$,则 AB 的长为_____.

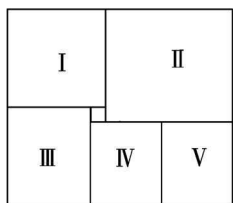


图 39

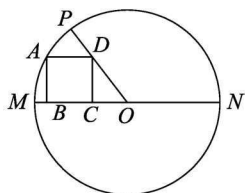


图 40

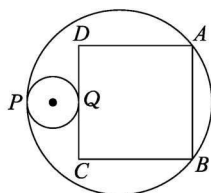


图 41

51. 在正方形 $ABCD$ 所在平面内找一点 P , 使 $\triangle PAD$, $\triangle PAB$, $\triangle PBC$, $\triangle PCD$ 都是等腰三角形, 这样的点共有_____个.

52. (2007 年安徽省芜湖市中考题) 如图 41, $PQ=3$, 以 PQ 为直径的圆与一个以 5 为半径的圆相切于点 P , 正方形 $ABCD$ 的顶点 A, B 在大圆上, 小圆在正方形的外部, 且与 CD 相切于点 Q , 则 $AB=$ _____.

53. (2003 年福建省福州市中考题) 如图 42, 扇形 AOB 的圆心角为直角, 正方形 $OCDE$ 内接于扇形, 点 C, E, D 分别在 $OA, OB, \widehat{AB}$ 上, 过点 A 作 $AF \perp ED$, 垂足为点 F , 交 ED 的延长线于点 F , 如果正方形的边长为 1, 那么阴影部分的面积为_____.

54. (2007 年湖北省潜江市中考题) 如图 43, 将边长为 2 cm 的正方形 $ABCD$ 沿其对角线 AC 剪开, 再把 $\triangle ABC$ 沿着 AD 方向平移得到 $\triangle A'B'C'$, 若两个三角形重叠部分的面积是 1 cm^2 , 则它移动的距离 AA' 等于_____.

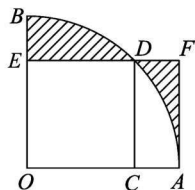
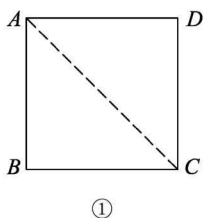
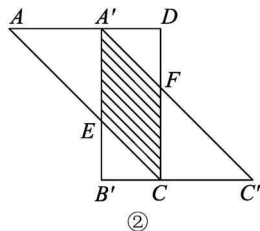


图 42



①



②

图 43

55. (第十二届“勤奋杯”竞赛试题) 如图 44, 四边形 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形, 则图中所有三角形的面积的总和是_____.

56. (2007 年贵州省贵阳市中考题) 如图 45, 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, $MN \parallel BC$, 分别交 AB, CD 于点 M, N , 在 MN 上任取两点 P, Q , 那么图中阴影部分的面积是_____.

57. 如图 46, 已知正方形 $ABCD$ 边长为 1, $AE \parallel BD$, $BE=BD$, 则 AE 的长度为_____.

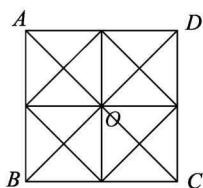


图 44

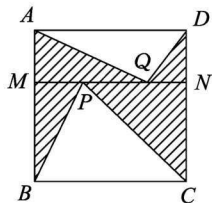


图 45

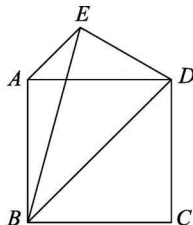


图 46

58. 如图 47, 正方形纸片 $ABCD$ 中, E 为 BC 的中点, 折叠正方形使点 A 与点 E 重合, 压平后得折痕 MN , 设梯形 $ADMN$ 的面积为 S_1 , 梯形 $BCMN$ 的面积为 S_2 , 则 $\frac{S_1}{S_2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

59. 如图 48, 圆 O 是边长为 1 的正方形的内切圆, M, N 分别是圆与 AB, CD 边的切点, 连结 AN 交圆于点 E , 则 AE 的长度是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

60. (2004 年山东省淄博市中考题) 过边长为 1 的正方形的中心 O 引两条相互垂直的射线, 分别与正方形的边交于 A, B 两点, 则线段 AB 的长的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

61. 如图 49, 已知正方形 $ABCD$ 的边长是 1, E 是 CD 的中点, P 为正方形 $ABCD$ 边上一动点, 点 P 从 A 点出发沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E$ 运动. 若点 P 经过的路线长 x 为自变量, $\triangle APE$ 的面积为函数 y , 则当 $y = \frac{1}{3}$ 时, x 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

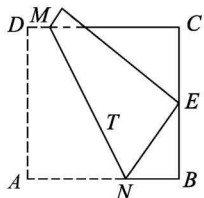


图 47

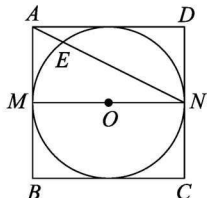


图 48

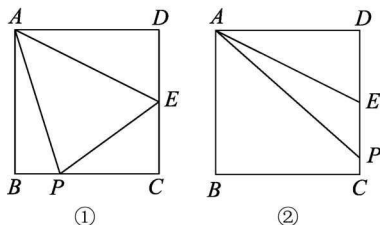


图 49

62. (2004 年湖北省黄冈市中考题) 如图 50 所示是一种“羊头”形图案, 其作法是: 从正方形①开始, 以它的一边为斜边向外作等腰直角三角形, 然后再以所作等腰直角三角形的直角边为边分别向外作正方形②和②'. 依此类推, 若正方形①的边长为 64 cm, 则正方形⑦的边长为 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm.