高等学校交通运输专业规划教材
GAODENG XUEXIAO JIAOTONG YUNSHU ZHUANYE GUIHUA JIAOCAI

运筹学习题集

YUNCHOUXUE XITIJI

寇玮华 编著

西南交通大学出版社

高等学校交通运输专业规划教材

运筹学习题集

寇玮华　编著

西南交通大学出版社
· 成　都·

图书在版编目（CIP）数据

运筹学习题集 / 寇玮华编著. —成都：西南交通大学出版社，2018.8

高等学校交通运输专业规划教材

ISBN 978-7-5643-6395-6

Ⅰ. ①运… Ⅱ. ①寇… Ⅲ. ①运筹学－高等学校－习题集 Ⅳ. ①O22-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 204983 号

高等学校交通运输专业规划教材

运筹学习题集

寇玮华 编著

责任编辑 张宝华

封面设计 何东琳设计工作室

印张：17.5 字数：436千

成品尺寸：185 mm × 260 mm

版次：2018年8月第1版

印次：2018年8月第1次

印刷：四川森林印务有限责任公司

书号：ISBN 978-7-5643-6395-6

出版发行：西南交通大学出版社

网址：http://www.xnjdcbs.com

地址：四川省成都市二环路北一段111号
西南交通大学创新大厦21楼

邮政编码：610031

发行部电话：028-87600564 028-87600533

定价：42.00元

前　言

基于编著出版的高等学校交通运输专业规划教材《运筹学》，我们编写了丛书——高等学校交通运输专业规划教材中的《运筹学习题集》。

在本习题集中，针对教材《运筹学》每一章，编写了相应的习题及其答案。习题及其答案共分十二章，其中上篇分为八章，下篇分为四章。

再基于《运筹学》教材上、下篇的划分，在上篇结束部分，编写了上篇知识点练习题以及上篇知识点练习题答案；在下篇结束部分，编写了下篇知识点练习题以及下篇知识点练习题答案。

另外，在本习题集最后编写了 13 套综合模拟题以及综合模拟题答案。

针对本书编写过程中的资料收集、整理、习题计算以及编辑、校对等工作，以下研究生付出了大量的劳动，具体如下：

王玉珠，张元元：第 1~4 章习题及答案；综合模拟题 1~13 及答案；上篇知识点练习题及答案。

吴琰飘，周心怡，马东阳：第 5~8 章习题及答案；综合模拟题 1~13 及答案；上篇知识点练习题及答案。

王雪，王瑾，张磊：第 9~12 章习题及答案；综合模拟题 1~13 及答案；下篇知识点练习题及答案。

感谢他们的辛苦付出！

本书在编写过程中，参阅了部分运筹学教材以及其他的相关文献，在此向有关作者表示致谢！

寇玮华

2018 年 6 月 6 日于成都

目　录

第 1 章　线性规划基础

1.1　线性规划基础习题

1. 一个建材厂用大理石和水泥生产 A、B、C 三种建材，生产 1 个单位产品所需要的原料见下表。三种产品的单位利润分别为 5、1、4，每月可购进的原料限额分别为大理石 5000 单位、水泥 12000 单位，请建立建材厂获得最大利润的线性规划模型。

原料消耗 / 建材产品	大理石	水泥
A	2	5
B	2	1
C	4	5

2. 某农户年初承包了 40 公顷土地，并备有生产专用资金 30000 元，该农户安排劳动力的情况为：春夏季 4500 工时、秋冬季 3500 工时。如果有空闲时间，就为别的农户帮工，其收入分别为：春夏季 5 元/工时、秋冬季 4 元/工时。该农户承包的地块只适宜种植大豆、玉米、小麦，已备齐各种生产资料，因此不必动用现金。另外，该农户还饲养奶牛和鸡，每头奶牛每年需投资 5000 元，需要用 1.5 公顷地种植饲草，同时占用劳动力分别为：春夏季 50 工时、秋冬季 100 工时，牛棚最多能容纳 8 头奶牛，每年净收入 4000 元；每只鸡需投资 30 元，每只鸡占用劳动力分别为：春夏季 0.3 工时、秋冬季 0.5 工时，每年净收入 100 元，该农户现有鸡舍最多能容纳 300 只鸡。三种农作物一年需要的劳动力及收入情况见下表，试建立该问题的线性规划模型，确定该农户当年净收入最大的经营方案。

需用工时 / 作物种类	春夏季需工时/公顷	秋冬季需工时/公顷	净收入（元）/公顷
A	20	50	500
B	35	75	800
C	10	40	400

3. 某车间有两台机床甲和乙，可用来加工三种工件，假定这两台机床的可用台时数分别为 700 和 800，三种工件的数量分别为 300、500 和 400，用不同机床加工单位数量的不同工件所需的台时数和加工费用如下表所示。试建立既能满足加工工件要求，又使总加工费用最低的机床加工任务的线性规划模型。

机床类型	单位工件所需加工台时			单位工件的加工费用			可用台时数
	工件 1	工件 2	工件 3	工件 1	工件 2	工件 3	
甲	0.4	1.1	1.0	13	9	10	700
乙	0.5	1.2	1.3	11	12	8	800

4. 某公司要从甲、乙两个子公司调出物资，分别供应 A、B、C、D 四个厂商，已知各地的供应量、最小需求量及每吨运费如下表所示。假定运费与运量成正比，试确定总运费最小的调拨方案线性规划模型。

厂商 / 子公司	A	B	C	D	供应量
甲	2	5	7	4	2000
乙	5	3	6	8	1100
需求量	1700	1100	200	100	

1.2 线性规划基础习题答案

1. **解**：设 x_1、x_2、x_3 分别为 A、B、C 的产量，则该问题的数学模型为：

$$\max z = 5x_1 + x_2 + 4x_3$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leqslant 5000 \\ 5x_1 + x_2 + 5x_3 \leqslant 12000 \\ x_1, x_2, x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

2. **解**：设 x_1、x_2、x_3 分别代表大豆、玉米、麦子的种植数（公顷）；x_4、x_5 分别代表奶牛和鸡的饲养数；x_6、x_7 分别代表春夏季和秋冬季多余的劳动力（人/日数），则有：

$$\max z = 500x_1 + 800x_2 + 400x_3 + 4000x_4 + 100x_5 + 5x_6 + 4x_7$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 1.5x_4 \leqslant 40 \\ 5000x_4 + 30x_5 \leqslant 30000 \\ 20x_1 + 35x_2 + 10x_3 + 50x_4 + 0.3x_5 + x_6 \leqslant 4500 \\ 50x_1 + 75x_2 + 40x_3 + 100x_4 + 0.5x_5 + x_7 \leqslant 3500 \\ x_4 \leqslant 8 \\ x_5 \leqslant 300 \\ x_j \geqslant 0, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \end{cases}$$

3. **解**：设 x_1、x_2、x_3 分别为在机床甲上加工工件 1、2、3 的数量，x_4、x_5、x_6 分别为在机床乙上加工工件 1、2、3 的数量。根据这三种工件的数量限制，有：

$x_1 + x_4 = 300$ (对工件 1)，$x_2 + x_5 = 500$ (对工件 2)，$x_3 + x_6 = 400$ (对工件 3)

再由机床甲和乙的可用总台时限制，有：

$0.4x_1 + 1.1x_2 + x_3 \leqslant 700$ (机床甲)，$0.5x_4 + 1.2x_5 + 1.3x_6 \leqslant 800$ (机床乙)

而总加工费用为：

$$z = 13x_1 + 9x_2 + 10x_3 + 11x_4 + 12x_5 + 8x_6$$

综上所述，该问题的数学模型为：

$$\min z = 13x_1 + 9x_2 + 10x_3 + 11x_4 + 12x_5 + 8x_6$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_4 = 300 \\ x_2 + x_5 = 500 \\ x_3 + x_6 = 400 \\ 0.4x_1 + 1.1x_2 + x_3 \leqslant 700 \\ 0.5x_4 + 1.2x_5 + 1.3x_6 \leqslant 800 \\ x_j \geqslant 0,\ \ j = 1,2,3,4,5,6 \end{cases}$$

4. **解**：设 x_{ij} 为从 i 地运到 j 地的物资数量，则各变量在运输表上对应如下：

	A	B	C	D
甲	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
乙	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}

故数学模型为：

$$\min z = 2x_{11} + 5x_{12} + 7x_{13} + 4x_{14} + 5x_{21} + 3x_{22} + 6x_{23} + 8x_{24}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 2000 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1100 \\ x_{11} + x_{21} = 1700 \\ x_{12} + x_{22} = 1100 \\ x_{13} + x_{23} = 200 \\ x_{14} + x_{24} = 100 \\ x_{ij} \geqslant 0, i = 1, 2;\ j = 1, 2, 3, 4, \text{且} x_{ij} \text{为整数} \end{cases}$$

第 2 章　线性规划问题求解方法——单纯形法

2.1　单纯形法习题

1. 用图解法解下列线性规划问题：

$$\max z = x_1 + 2x_2$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leqslant 8 \\ -x_1 + x_2 \leqslant 2 \\ x_1 + x_2 \geqslant 2 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

2. 将下列线性规划模型化为标准型：

$$\min z = -2x_1 + 5x_2 - x_3 + 7x_4$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \geqslant 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 \leqslant 20 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -6 \\ x_1, x_2, x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

3. 将下列线性规划问题化为标准型，并用单纯形法求解。

$$\max z = 2x_1 - 2x_2 + 3x_3$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leqslant 18 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \leqslant 4 \\ -x_1 + x_3 \leqslant 6 \\ x_1, x_2, x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

4. 有一个线性规划模型如下，请用单纯形法求解。

$$\max z = x_1 + x_2$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leqslant 4 \\ x_1 - x_2 \leqslant 2 \\ -3x_1 + x_2 \leqslant 3 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

5. 分别用单纯形法中的大 M 法和两阶段法求解下列线性规划模型。

$$\max z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 \geqslant 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

6. 针对第 4 题的求解模型和结果，请用图解法验证其解的情况。

7. 下表是用单纯形法对某线性规划模型求解的最优单纯形表，已知 x_3、x_4、x_5 是松弛变量，请写出此线性规划的模型。

$c_j \to$			**2**	**3**	0	0	**0**
C_B	X_B	**b**	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
2	x_1	4	**1**	**0**	0	1/4	**0**
0	x_5	4	**0**	**0**	−2	1/2	**1**
3	x_2	2	**0**	**1**	1/2	−1/8	**0**
z_j			**2**	**3**	3/2	1/8	**0**
$c_j - z_j$			**0**	**0**	−3/2	−1/8	**0**

8. 某工厂用钢、橡胶生产三种产品 A、B、C，有关资料如下表所示：

产品	单位产品钢消耗量	单位产品橡胶消耗量	单位产品利润
A	2	3	40
B	3	3	45
C	1	2	25

已知每天可获得 100 单位的钢和 120 单位的橡胶，设 x_1 表示产品 A 的日产量，x_2 表示产品 B 的日产量，x_3 表示产品 C 的日产量，使利润最大的线性规划模型为：

$$\max z = 40x_1 + 45x_2 + 25x_3$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leqslant 100 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leqslant 120 \\ x_j \geqslant 0, j = 1, 2, 3 \end{cases}$$

下表是用单纯形法对该模型求解时的一次迭代，请：

（1）继续迭代求解。

（2）说明此问题的解是唯一解、不可行解、多重解、无界解中的哪一种？为什么？若存在多重解，请求出所有的最优解。

$c_j \to$			40	**45**	25	0	**0**
C_B	X_B	**b**	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
45	x_2	100/3	2/3	**1**	1/3	1/3	**0**
0	x_5	20	1	**0**	1	−1	**1**
z_j			30	**45**	15	15	**10**
$c_j - z_j$			10	**0**	10	−15	**0**

9. 求某个目标函数最大的线性规划模型时，得到一个局部单纯形表，如下表所示。表中无人工变量，其中 a_1、a_2、a_3、d、c_1、c_2 为待定的常数，请解释说明待定常数 a_1、a_2、a_3、d、c_1、c_2 为何值时，以下结论成立：

（1）表中的解为唯一最优解。

（2）表中的解为最优解，但存在无穷多最优解。

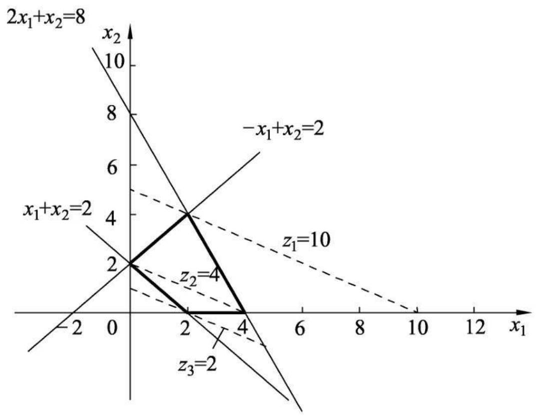
（3）表中的解非最优解，为了进一步迭代，确定换入变量为 x_1，换出变量为 x_6。

X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_3	d	4	a_1	**1**	**0**	a_2	**0**
x_4	2	1	−3	**0**	**1**	−1	**0**
x_6	3	a_3	−5	**0**	**0**	−4	**1**
c_j-z_j		c_1	c_2	**0**	**0**	−3	**0**

2.2　单纯形法习题答案

1. **解**：（1）建立以 x_1 和 x_2 为坐标轴的坐标系，并在坐标系中画出所有的约束条件方程所对应的等式方程的直线。

（2）标记出所有约束条件与 x_1、$x_2\geqslant 0$ 围成的公共区域（见下图），即可行域。



（3）过可行域的一个边界点作出 z 的一条等值线，如图中 z=2。在可行域范围内移动该线使 z 取得最大值，获得 x_1、x_2 的取值。

可见最大利润点是 x_1=2，x_2=4。

2. **解**：依据线性规划标准型要求，对原有模型做如下处理：

（1）x_4 没有非负约束，为自由变量，令 $x_4 = x_5-x_6$，其中 $x_5\geqslant 0$，$x_6\geqslant 0$。

（2）把线性规划模型变为：

$$\min z = -2x_1 + 5x_2 - x_3 + 7x_5 - 7x_6$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \geqslant 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_5 + x_6 \leqslant 20 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_5 + 2x_6 = -6 \\ x_1, x_2, x_3, x_5, x_6 \geqslant 0 \end{cases}$$

（3）在第一个约束条件方程左端减去一个非负的多余变量 x_7。

（4）在第二个约束条件方程左端加上一个非负的松弛变量 x_8。

（5）在第三个约束条件方程左、右两端同乘以−1，使 $b_3 \geqslant 0$。

（6）令 $z=-z'$，这样就得到标准型：

$$\max z' = 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 7x_5 + 7x_6$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_7 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_5 + x_6 + x_8 = 20 \\ -3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_5 - 2x_6 = 6 \\ x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_7, x_8 \geqslant 0 \end{cases}$$

3. **解：**（1）化为标准型：

① 在第一个约束条件方程左端加上一个非负的松弛变量 x_4。

② 在第二个约束条件方程左端加上一个非负的松弛变量 x_5。

③ 在第三个约束条件方程左端加上一个非负的松弛变量 x_6。

将该问题化为标准型：

$$\max z = 2x_1 - 2x_2 + 3x_3$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 18 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_5 = 4 \\ -x_1 + x_3 + x_6 = 6 \\ x_j \geqslant 0, j = 1,2,3,4,5,6 \end{cases}$$

（2）列出如下单纯形表，用单纯形法求解：

$c_j \rightarrow$			2	−2	3	**0**	**0**	**0**
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	x_4	18	1	1	1	**1**	**0**	**0**
0	x_5	4	1	2	−1	**0**	**1**	**0**
0	x_6	6	−1	0	[1]	**0**	**0**	**1**
z_j			0	0	0	**0**	**0**	**0**
$c_j - z_j$			2	−2	3	**0**	**0**	**0**

$c_j \rightarrow$			2	−2	**3**	**0**	**0**	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6

0	x_4	12	[2]	1	**0**	**1**	**0**	−1
0	x_5	10	0	2	**0**	**0**	**1**	1
3	x_3	6	−1	0	**1**	**0**	**0**	1
z_j			−3	0	**3**	**0**	**0**	3
c_j-z_j			5	−2	**0**	**0**	**0**	−3
$c_j\rightarrow$			**2**	−2	**3**	0	**0**	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	x_1	6	**1**	−1/2	**0**	1/2	**0**	−1/2
2	x_5	10	**0**	2	**0**	0	**1**	1/2
3	x_3	12	**0**	1/2	**1**	1/2	**0**	1/2
z_j			**2**	5/2	**3**	5/2	**0**	1/2
c_j-z_j			**0**	−9/2	**0**	−5/2	**0**	−1/2

所有检验数小于等于 0，上表已经达到最优，最优解为($x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$)=(**6**, 0, **12**, 0, **10**, 0)，目标函数值 max z = 2×6+3×12=48。

4. **解**：(1) 将模型化为标准型：

$$\max z = x_1 + x_2$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ -3x_1 + x_2 + x_5 = 3 \\ x_j \geqslant 0, \text{对一切 } j \end{cases}$$

(2) 初始单纯形表如下：

$c_j\rightarrow$			1	1	**0**	**0**	**0**
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	x_3	4	−2	1	**1**	**0**	**0**
0	x_4	2	[1]	−1	**0**	**1**	**0**
0	x_5	3	−3	1	**0**	**0**	**1**
z_j			0	0	**0**	**0**	**0**
c_j-z_j			1	1	**0**	**0**	**0**

(3) 进行迭代运算得到下表：

$c_j\rightarrow$			**1**	1	**0**	0	**0**
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	x_3	8	**0**	−1	**1**	2	**0**

1	x_1	2	**1**	−1	**0**	1	**0**
0	x_5	9	**0**	−2	**0**	3	**1**
z_j			**1**	−1	**0**	1	**0**
c_j-z_j			**0**	2	**0**	−1	**0**

上表中只有一个 x_2 对应的检验数为正，而对应这一列中的所有 a_{ij} 均为负值，所以此模型为无界解（目标函数无界）。

5. **解**：（1）用大 M 法求解。

在上述线性规划问题的约束条件中加上人工变量 x_4、x_6，减去剩余变量 x_5，得：

$$\max z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 - Mx_4 + 0x_5 - Mx_6$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - x_5 + x_6 = 10 \\ x_j \geqslant 0,\ j = 1,2,3,4,5,6 \end{cases}$$

其中，M 是任意大的一个正数。据此可列出单纯形表：

$c_j \to$			2	3	−5	**−M**	0	**−M**	θ
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	$\boldsymbol{x_4}$	x_5	$\boldsymbol{x_6}$	
$-M$	x_4	7	1	1	1	**1**	0	**0**	7
$-M$	x_6	10	[2]	−4	1	**0**	−1	**1**	5
z_j			$-3M$	$3M$	$-2M$	$\boldsymbol{-M}$	M	$\boldsymbol{-M}$	
c_j-z_j			$2+3M$	$3-3M$	$2M-5$	**0**	$-M$	**0**	

求解过程如下：

$c_j \to$			**2**	3	−5	**−M**	0	$-M$	θ
C_B	X_B	b	$\boldsymbol{x_1}$	x_2	x_3	$\boldsymbol{x_4}$	x_5	x_6	
$-M$	x_4	2	**0**	[3]	1/2	**1**	1/2	−1/2	2/3
2	x_1	5	**1**	−2	1/2	**0**	−1/2	1/2	
z_j			**2**	$-3M-4$	$-1/2M+1$	$\boldsymbol{-M}$	$-1/2M-1$	$1/2M+1$	
c_j-z_j			**0**	$3M+7$	$1/2M-6$	**0**	$1/2M+1$	$-3/2M-1$	

$c_j \to$			**2**	**3**	−5	$-M$	0	$-M$
C_B	X_B	b	$\boldsymbol{x_1}$	$\boldsymbol{x_2}$	x_3	x_4	x_5	x_6
3	x_2	2/3	**0**	**1**	1/6	1/3	1/6	−1/6
2	x_1	19/3	**1**	**0**	5/6	2/3	−1/6	1/6
z_j			**2**	**3**	13/6	7/3	1/6	−1/6
c_j-z_j			**0**	**0**	−43/6	$-M-7/3$	−1/6	$-M+1/6$

达到最优，最优解为($\boldsymbol{x_1}$, $\boldsymbol{x_2}$, x_3, x_4, x_5, x_6)=(**19/3**, **2/3**, 0, 0, 0, 0)，目标函数值 z=2×19/3+3×2/3=44/3。

（2）用两阶段法求解：

第一阶段：引进人工变量 x_4、x_6，剩余变量 x_5 构建初始基本可行解。另外，构造新的目标函数 $\max\omega=-x_4-x_6$ 代替原目标函数，用单纯法求解。

$c_j\to$			0	0	0	**−1**	0	**−1**
$\boldsymbol{C_B}$	$\boldsymbol{X_B}$	$\boldsymbol{b}$	x_1	x_2	x_3	$\boldsymbol{x_4}$	x_5	$\boldsymbol{x_6}$
−1	x_4	7	1	1	1	**1**	0	**0**
−1	x_6	10	[2]	−4	1	**0**	−1	**1**
z_j			−3	3	−2	**−1**	1	**−1**
c_j-z_j			3	−3	2	**0**	−1	**0**

求解过程如下：

$c_j\to$			**0**	0	0	**−1**	0	−1
$\boldsymbol{C_B}$	$\boldsymbol{X_B}$	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{x_1}$	x_2	x_3	$\boldsymbol{x_4}$	x_5	x_6
−1	x_4	2	**0**	[3]	1/2	**1**	1/2	−1/2
0	x_1	5	**1**	−2	1/2	**0**	−1/2	1/2
z_j			**0**	−3	−1/2	**−1**	−1/2	1/2
c_j-z_j			**0**	3	1/2	**0**	1/2	−3/2

$c_j\to$			**0**	**0**	0	−1	0	−1
$\boldsymbol{C_B}$	$\boldsymbol{X_B}$	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{x_1}$	$\boldsymbol{x_2}$	x_3	x_4	x_5	x_6
0	x_2	2/3	**0**	**1**	1/6	1/3	1/6	−1/6
0	x_1	19/3	**1**	**0**	5/6	2/3	−1/6	1/6
z_j			**0**	**0**	0	0	0	0
c_j-z_j			**0**	**0**	0	−1	0	−1

第二阶段：恢复原有的目标函数，继续用单纯形法求解，所有非基变量检验数均小于 0，已达最优，并且基变量中无人工变量，转入第二阶段，如下表所示：

$c_j\to$			**2**	**3**	−5	0
$\boldsymbol{C_B}$	$\boldsymbol{X_B}$	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{x_1}$	$\boldsymbol{x_2}$	x_3	x_5
3	x_2	2/3	**0**	**1**	1/6	1/6
2	x_1	19/3	**1**	**0**	5/6	−1/6
z_j			**2**	**3**	13/6	1/6
c_j-z_j			**0**	**0**	−43/6	−1/6