



刷百题不如解透一题

低年级同步课后提升 / 毕业班专题自主复习

一题一课 初中数学

YITI YIKE
CHUZHONG SHUXUE

第一册

主 编 惠红民
本册主编 李 娟

- 第一章 有理数
- 第二章 整式的加减
- 第三章 一元一次方程
- 第四章 几何图形初步

一题一课

初中数学(第一册)

主 编 惠红民

本册主编 李 娟



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

一题一课. 初中数学. 第一册 / 惠红民主编. —杭州: 浙江大学出版社, 2016. 6
ISBN 978-7-308-15677-6

I. ①一… II. ①惠… III. ①中学数学课—初中—题解 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 054060 号

一题一课. 初中数学(第一册)

主编 惠红民

策 划 陈海权(电子信箱:chess332@163.com)
责任编辑 夏晓冬
责任校对 金佩雯 汪淑芳
封面设计 林智广告
出版发行 浙江大学出版社
(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)
(网址: <http://www.zjupress.com>)
排 版 杭州星云光电图文制作有限公司
印 刷 杭州杭新印务有限公司
开 本 889mm×1194mm 1/16
印 张 5.5
字 数 211 千
版 印 次 2016 年 6 月第 1 版 2016 年 6 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-308-15677-6
定 价 12.80 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行中心联系方式:0571-88925591; <http://zjdxcs.tmall.com>

目 录

刷百题不如解透一题	(1)
第一章 有理数	(2)
第 1 课 有理数	(2)
第 2 课 数 轴	(4)
第 3 课 相反数与绝对值	(6)
第 4 课 有理数加减混合运算	(8)
第 5 课 有理数的乘、除、乘方及混合运算	(10)
第 6 课 有理数的混合运算	(12)
第 7 课 运算律巧解题	(14)
第 8 课 数轴上两点间的距离	(16)
第二章 整式的加减	(18)
第 9 课 整式概念	(18)
第 10 课 整式加减	(20)
第 11 课 化简求值	(22)
第三章 一元一次方程	(24)
第 12 课 从算式到方程	(24)
第 13 课 等式性质	(26)
第 14 课 一元一次方程的解法	(28)
第 15 课 解一元一次方程	(30)
第 16 课 实际问题与一元一次方程(行程与工程问题)	(32)
第 17 课 实际问题与一元一次方程(调配与配套问题)	(34)
第 18 课 实际问题与一元一次方程(销售问题与银行利率问题)	(36)
第 19 课 列方程解决实际问题	(38)
第 20 课 规 律	(40)
第四章 几何图形初步	(42)
第 21 课 立体图形与平面图形	(42)
第 22 课 从三个方向看立体图形	(44)
第 23 课 立体图形的展开图	(46)



第 24 课	点线面体·····	(48)
第 25 课	直线、射线和线段·····	(50)
第 26 课	线段的性质·····	(52)
第 27 课	线段的计算·····	(54)
第 28 课	角的度量和换算·····	(56)
第 29 课	角的比较与运算·····	(58)
第 30 课	余角、补角和方位角·····	(60)
第 31 课	全册复习一(代数)·····	(62)
第 32 课	全册复习二(几何)·····	(64)
答案及解析	·····	(66)

刷百题不如解透一题

“学习解题的最好方法之一就是研究例题”

解题，无疑是学好数学的最佳途径。于是，刷题风起，题海浪涌，一时间，必刷题、必做题、高频题、母题等，不一而足。以为刷题是学习数学的魔方，题海则是成就学霸的金丹！固然，学习数学离不开解题，但沉溺题海并不意味着能考好数学，不如通过分析典型例题的解题过程来学会解题更加简短有效。

“题不在多，但求精彩”

“千淘万漉虽辛苦，吹尽狂沙始到金。”直白地表达出我们在“一题一课”系列的“一题”即例题选取上的态度与倾向。每一道例题不仅体现对概念的理解与思考价值，还体现知识与方法的代表性；每一道例题不仅解析精到、解法充满活力，更通过思维拓展，借题发挥，探索其中的内在规律和方法，达成“做一题，通一类，会一片”的目标。

“多刷题，不如多反思”

“学而不思则罔，思而不学则殆。”做题需要产生效果、追求效益。种种经验表明：题不是刷的越多越好，如果缺乏解题反思，不但浪费时间，甚至误导学习。因此，本书在写作体例与排版上都突出了反思的意义与重要性，反思的过程既是对数学知识和解题方法的理解与强化的过程，也是学生内化解题能力的过程。

“解题是一种实践性的技能，就像游泳、滑雪或弹钢琴一样，只能通过模仿、练习和钻研才能占为己有”

例题帮助学生理解并学会运用同步教材所学知识及技能，然后通过变式练习（一课一练）内化落实，既满足低年级同步自主学习，又满足毕业班专题自主复习。

如果您是学生，请加入“一题一课学习交流”QQ群(205743216)，我们一起学习、提高；如果您是老师，请加入“一题一课教师研讨”QQ群(529481589)，我们一起研讨、探索。

“学习的本质，不在于记住哪些知识，而在于它触发了你的思考。”学习数学的道路上，祝愿您学会思考，体会成功！刷百题不如解透一题，“一题一课”系列图书还有哪些分册，请看本书封底。

第一章 有理数

第1课 有理数

1. 从小学进入初中学习,数学上最大的变化是引入了负数(负数与正数一起表示具有相反意义的量),数的范围扩充到了有理数.

2. 正数、负数表示实际问题中相反意义的量,0除了表示“没有”外,还是正数与负数的分界.

第1题 (1)判断下列各组量是否为具有相反意义的量:

- ①收入和支出;
- ②小迪身高增加2cm,体重减轻1kg;
- ③向东走5m,向南走3m;
- ④高于海平面100,低于海平面20;
- ⑤某天最高气温为零上7℃,最低气温为零下3℃.

(2)下列结论中正确的是 ()

- A. 带“-”的数都是负数
- B. 不是正数的数一定是负数
- C. 0℃表示没有温度
- D. 体重增长-1kg,就是体重减少1kg

(3)把下列各数填入它所属于的集合内:

$-5, 2\frac{1}{3}, -\frac{22}{7}, -0.010010001\dots, 80\%, 0,$
 $-3.14, 100, -0.\dot{3}, \pi$

整数集合{ }
 负分数集合{ }
 有理数集合{ }
 非负数集合{ }

【分析】(1)只要问题中包括相反意义的量,就可以用正数和负数表示,哪个量用负数表示,可以视实际需要而定.“+”“-”表示了数的性质,正数前面的“+”一般省略不写.“0既不是正数,也不是负数”是作为正数、负数定义的补充条文出现的.

相反意义的量要同时满足:①是两个量;②意义完全相反.

①收入和支出是具有相反意义,但不存在的量;

②身高增加与体重减轻不是同类量,不具有相反意义;

③向东走5m和向南走3m是两个量,但“东”和“南”的意义不相反;

④高于海平面100与低于海平面20具有相反意义,但100和20只是数,不是量;

⑤零上7℃与零下3℃是具有相反意义的量.

(2)判断一个结论是否正确,可以举一个反例.“-0”就不是负数,选项A错误.不是正数的数可以是负数或者是0,选项B错误.0除了表示没有,还作为正、负数的分界,在表示实际数量时,是一个“基准”,0℃表示水结冰时的温度,选项C错误;在正数前面添上负号就是负数,表示相反的意义,所以D是正确的.

(3)整数与分数统称为有理数.正整数、零、负整数统称为整数,正分数、负分数统称为分数.有限小数与无限循环小数都能表示成分数形式,因为 $0.\dot{3} = \frac{1}{3}$,所以 $-0.\dot{3}$ 属于分数.无限不循环小数不是有理数,如 $-0.010010001\dots$ 与 π 不是有理数.非负数指的是正数和零.

【解析】(1)①不是具有相反意义的量;②不是具有相反意义的量;③不是具有相反意义的量;④不是具有相反意义的量;⑤是具有相反意义的量;

(2)选D.

(3)整数集合 $\{-5, 0, 100, \dots\}$

负分数集合 $\{-\frac{22}{7}, -3.14, -0.\dot{3}, \dots\}$

有理数集合 $\{-5, 2\frac{1}{3}, -\frac{22}{7}, 80\%, 0, -3.14, 100, -0.\dot{3}, \dots\}$

非负数集合 $\{2\frac{1}{3}, 80\%, 0, 100, \pi, \dots\}$

【经验分享】在今后的学习中,有理数的分类更多的是按符号(性质)分为正数、零和负数.解答问题与小学相比,最大的区别就是要由符号出发.有理数分为正数、负数和零这种三分法是我们今后处理与数有关问题的基本原则(在这一章的学习中若看到“数a”这样的说法,就意味着a可能是正数,可能是负数,也可能是0).有时,会把0和正数合成一类称作非负数,0和负数合成一类称作非正数.一课一练中第1、3、4、8、9题就是针对有理数分类设计的.



学习心得

一课一练 1 (答案及解析见 P66)

1. 在有理数: $-12, 1.414, 71, 0, -0.618, 7\frac{1}{2}, \pi, -0.\dot{6}$,

$1.121121112\cdots, -34\%, -\frac{9}{5}$ 中, 非正数有 ()

A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

2. 下列说法:

- ①在 +3 和 +4 之间没有正数;
 ②在 0 与 -1 之间没有负数;
 ③在 +1 和 +2 之间有很多个正分数;
 ④在 0.1 和 0.2 之间没有正分数;

则正确的是 ()

A. ③ B. ④
 C. ①②③ D. ③④

3. 某粮店出售的三种品牌的面粉袋上, 分别标有质量为 $(25 \pm 0.1)\text{kg}$ 、 $(25 \pm 0.2)\text{kg}$ 、 $(25 \pm 0.3)\text{kg}$ 的字样, 从中任意拿出不同品牌的两袋, 它们的质量最多相差 ()

A. 0.8kg B. 0.6kg
 C. 0.5kg D. 0.4kg

4. 小于 5 的非负整数是_____.

5. 一次数学测验平均成绩是 85 分, 老师以平均成绩为基准, 记为 0, 超过 85 分的记为正. 那么 92 分记作_____分; 78 分记作_____分; 若老师把 3 名学生的成绩简记为 $-5, 0, +3$. 则这三名学生的实际成绩分别为_____.

6. 如果正午记作 0 时, 午后 2 点钟记作 +2 时, 那么上午 9 点钟记作_____.

7. 一种零件的长度在图纸上标记为 $(10 \pm_{0.02}^{+0.03})$ 毫米, 表示这种零件的标准尺寸是_____毫米, 加工要求最大不超过_____毫米, 最小不小于_____毫米.

8. 甲地海拔高度是 40m, 乙地海拔高度是 30m, 丙地海拔高度是 -20m, 哪个地方最高? 哪个地方最低? 最高的地方比最低的地方高多少?

9. 体育课上, 九年级男生进行了引体向上测试, 做 7 个为达标, 超过的次数记为正数, 不足的次数记为负数, 其中第一小组 8 名男生的成绩如下: $2, -1, 0, 3, -2, -3, 1, 0$.

(1) 第一小组有百分之几达到标准?

(2) 他们共做了多少个引体向上?

10. 下表是小张同学一周内储蓄罐中钱的进出情况(存入的为“+”):

星期	日	一	二	三	四	五	六
钱数(元)	+12	+2.0	-1.2	-2.1	-0.9	+10	-2.6

(1) 本周小张一共用掉了多少钱? 存入了多少钱?

(2) 储蓄罐中的钱比原来多了还是少了? 变化了多少元?

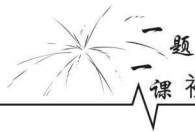
11. 观察下面依次排列的一列数, 它的排列有什么规律? 请接着写出后面的两个数, 你能说出第 2017 个数是什么吗?

(1) $1, -2, 3, -4, 5, -6, 7, -8, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}},$
 $\dots, \underline{\hspace{1cm}}, \dots$

(2) $-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{7}, \underline{\hspace{1cm}},$
 $\underline{\hspace{1cm}}, \dots, \underline{\hspace{1cm}}, \dots$



易错追踪



第2课 数轴

1. 数轴是理解、学习有理数相关概念的工具.
2. 所有的有理数都可以用数轴上的点表示.
3. 利用数轴上表示有理数的点的位置之间的关系,可以直观形象地理解和解决有理数的分类和比较大小的问题.

第2题 某超市增加了送货上门的贴心服务,一辆货车从超市出发,向东走了2km,到达小民家,继续向东走了3km到达小月家,又向西走了9km到达小州家,最后回到超市.

(1)请以超市为原点,以向东为正方向,用1个单位长度表示1km,画出数轴,并在数轴上表示出小民家、小月家、小州家的位置;

(2)小民家距小州家有多远?

(3)货车一共行驶了多少千米?

(4)货车在送货途中加了一次油,加油站距小民家1km,你能在数轴上标出这个加油站的位置吗?

【分析】(1)数轴的三要素(原点、正方向、单位长度)要齐全,是带箭头(正方向)的直线.正确作出数轴以后,我们就可以根据题目的已知条件,按要求标出相应的位置.

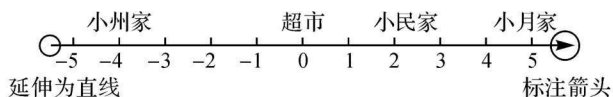


图 2-1

(2)观察数轴,由(1)知小民家的位置所在的点表示数2,小州家的位置所在的点表示数-4,不难发现,这两个点之间相距6个单位长度,即小民家距小州家6km.

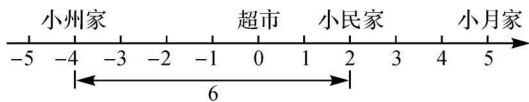


图 2-2

需要提醒的是,等到学过有理数的运算后,我们就可以通过列出算式 $2 - (-4)$ 来求小民家距小州家的距离了.

(3)要求货车所行驶的路程,我们只需要在数轴上把货车的行走路线演练一遍即可(注意起点和终点都在超市).

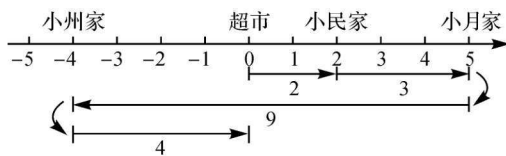


图 2-3

从图 2-3 中我们不难发现货车一共行驶了18km.

(4)题目只是提到“加油站距小民家1km”,我们知道数轴上是需要考虑方向的,小民家的左、右两边1km都可能成为加油站的位置.

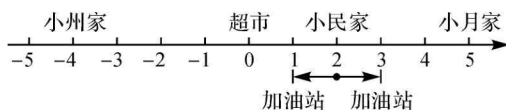


图 2-4

【解析】(1)如图 2-5 所示,小民家、小月家、小州家在数轴上的位置:



图 2-5

(2)小民家距小州家6km.

(3)货车一共行驶了18km.

(4)如图 2-6 所示是加油站的位置:

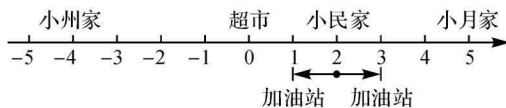


图 2-6

【经验分享】 有理数的符号与数轴上的方向是对应的,通过例题我们能感受到在数轴上当不明确符号或方向时,需要具有分类讨论的意识,一课一练中第6、7、10题也有所体现.

我们要学会并善于运用数轴这个工具.每个有理数在数轴上都有自己对应的位置,直接观察数轴上点与点间的位置关系就可以使相关有理数的问题得到解决,这也是初中数学学习经常要用到的非常重要的“数形结合”思想.一课一练中第4、6、9、10题,利用“数形结合”,就可以直观求解得出答案.



学习心得

一课一练 2 (答案及解析见 P66)

1. 比较大小:(填写“ $>$ ”或“ $<$ ”).

(1) -2.1 _____ 1 ; (2) -0.1 _____ 0 ;

(3) -2.1 _____ -3.1 ; (4) -3 _____ 0 .

2. 如图 2-7 所示,数轴上有一动点 A 向左移动 2 个单位长度到达点 B ,再向右移动 5 个单位长度到达点 C ,若点 C 表示的数是 1,则点 A 所表示的数是_____.

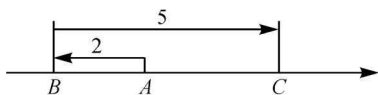


图 2-7

3. 大于 -3 而不大于 3 的整数有_____.

4. 甲冷库的温度是 -12°C ,乙冷库的温度比甲冷库低 5°C ,则乙冷库的温度是_____.

5. 数轴上点 A, B 的位置如图 2-8 所示,若点 B 关于点 A 的对称点为点 C ,则点 C 表示的数为_____.

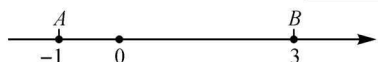


图 2-8

6. A, B 两点在数轴上,点 A 表示的数是 2,若线段 AB 的长为 3,则点 B 所表示的数为_____.

7. (1) 在 -4 与 4 之间(不含 -4 与 4)有_____个整数;

(2) 若 a 为正有理数,在 $-a$ 与 a 之间(不含 $-a$ 与 a)有 101 个整数,则 a 的取值范围是_____;

(3) 若 a 为有理数,在 $-a$ 与 a 之间(不含 $-a$ 与 a)有 2017 个整数,则 a 的取值范围是_____.

8. 分别写出数轴上 A, B, C, D 四个点表示的数,计算出 AB, AC, AD 的距离.

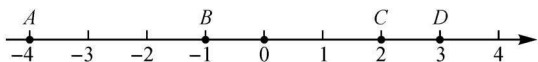


图 2-9

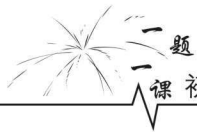
9. 在数轴上表示有理数: $2.5, 0, -\frac{3}{4}, -1, -2.5, 1\frac{1}{4}, 3$,

并用“ $<$ ”把它们连接起来.

10. 数轴上点 A 对应的数是 -1 ,一只蚂蚁从 A 点出发,沿着数轴以每秒 4 个单位长度的速度爬行至点 B ,立即沿原路返回点 A ,共用时 5 秒,则点 B 所表示的数是多少?



易错追踪



第3课 相反数与绝对值

1. 一个有理数是由性质符号和绝对值两个方面来确定的,这个认识是非常关键的,以后在确定一个数的时候,先确定符号,再确定绝对值.

2. 一个数 a 的绝对值是 $|a|$,绝对值体现在数轴上就是距离,所以 $|a| \geq 0$.

3. 一个数 a 的相反数是 $-a$,相反数体现在数轴上就是位于原点两侧,且与原点距离相等的两个点对应的一对数.

4. 若两个数互为相反数,则符号相反,绝对值相等(0的相反数是0),即 $|a| = |-a|$.

第3题 (1)已知有理数 a, b, c, d ,若它们分别满足: a, b 互为相反数, c 是最小的正整数, d 是绝对值最小的数, m 的绝对值为2,求 $\frac{m}{2} - 100cd + \frac{a+b}{|m|}$ 的值.

(2)若 $|2-m| + |n-3| = 0$,求 $2n-m$ 的值.

(3)若 $m > 0, n < 0, |m| > |n|$,则 $m, -m, n, |n|$ 的大小顺序是_____.

【分析】(1) a, b 互为相反数,从相反意义的量的角度思考,知道这两个数的和意味着互相抵消,即 $a+b=0$; c 是最小的正整数意味着 $c=1$; d 是绝对值最小的数,则 $d=0$; m 的绝对值为2只是明确了 m 这个数的绝对值部分,而它的符号部分没有明确,所以 $m = \pm 2$.把以上分析代入原式就能求出结果.

(2)一个正数的绝对值是它本身,一个负数的绝对值是它的相反数,0的绝对值是0,由此可得一个数的绝对值肯定为非负数.若两个数的绝对值的和为0,则每个数都等于0.或者从绝对值的概念去思考, $|2-m|$ 与 $|n-3|$ 都代表着数轴上的一个距离,两个距离的和为0,则这两个距离肯定都是0.以上分析说明 $m=2, n=3$,所以 $2n-m=4$.

(3)方法一:在解答填空题或选择题时,可选取符合条件的特殊值求解.

令 $m=3, n=-2$,则 $-m=-3, |n|=2$,根据具体数值间的大小关系,对应得出:

$$m > |n| > n > -m.$$

方法二:有理数比较大小,先看符号,再看绝对值.

因为 $m > 0, n < 0$,所以 m 为正数, $-m$ 为负数, n 为负数, $|n| = -n$ 为正数.

又因为正数大于一切负数,且 $|m| > |n|$,所以 $m > |n| > n > -m$.

方法三:利用数轴比大小,数轴上总是右边的数比左边的大.

根据已知条件 $m > 0$ 且 $n < 0$ (确定 n, m 在原点的左、右两边), $|m| > |n|$ (确定 m 距离原点比 n 距离原点远),所以在数轴上的位置可以表示为:



图 3-1

由于 n 为负数, $|n|$ 是 n 的相反数(即 $|n| = -n$), $-m$ 是 m 的相反数,根据相反数的几何意义,表示互为相反数的两点在原点两侧,且到原点的距离相等,可继续标出 $-m$ 和 $|n|$ 在数轴上的位置:

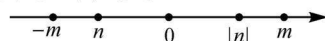


图 3-2

【解析】(1)由题意,得 $a+b=0, c=1, d=0, m = \pm 2$.

当 $m=2$ 时,原式 $= \frac{2}{2} - 100 \times 1 \times 0 + \frac{0}{2} = 1$; 当 $m = -2$ 时,原式 $= \frac{-2}{2} - 100 \times 1 \times 0 + \frac{0}{2} = -1$.

(2)因为 $|2-m| + |n-3| = 0$,且 $|2-m| \geq 0, |n-3| \geq 0$,所以 $|2-m| = 0$,且 $|n-3| = 0$,即 $2-m=0$,且 $n-3=0$,所以 $m=2, n=3$,代入得 $2n-m=2 \times 3 - 2 = 4$.

(3)根据题意,把 $m, -m, n, |n|$ 这四个数表示的点在数轴上表示出来,如图 3-3 所示,

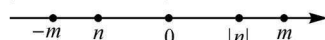


图 3-3

所以 $m > |n| > n > -m$.

【经验分享】 常用的结论还有: $a-b$ 的相反数是 $b-a, |a-b| = |b-a|$,一课一练中第 3、4、5、7 题就是利用相反数和绝对值的性质解决问题的,而一课一练中第 2、12 题用到了绝对值的非负性.

根据相反数和绝对值的几何意义,可以在数轴上直观地表示出有理数对应的位置,这就是解决数学问题常用的“数形结合”思想,是数学上常用的、重要的解决问题的方法,一课一练中第 6、10、11 题就是利用上述思想比较有理数的大小.



学习心得

一课一练 3 (答案及解析见 P66)

- 3 是 _____ 的相反数; $a+2$ 的相反数是 _____;
若 $a+2$ 与 -3 互为相反数, 则 $a=$ _____.
- -4 的绝对值是 _____; _____ 的绝对值是 7.
- 若 m, n 互为相反数, 则 $|m|$ _____ $|n|$; 若 $|m|=|n|$, 则 m, n 的关系是 _____.
- 已知 $|x|=3, |y|=7$, 且 $x>y$, 则 $x=$ _____, $y=$ _____.
- 数轴上表示互为相反数的两个数的点之间的距离为 10, 则这两个数分别是 _____.
- 在 3.5 与它的相反数之间有 a 个整数, 在 -3.5 与它的绝对值之间有 b 个整数, 则 a 与 b 的大小关系是 _____.
- 一个有理数在数轴上对应的点为 A , 将 A 点向左移动 7 个单位长度、再向右移动 2 个单位长度得到点 B , 点 B 所对应的数和点 A 对应的数的绝对值相等, 则点 A 表示的数是 _____.
- 如图 3-4 所示, 长方形 $ABCD$ 的顶点 A, B 在数轴上, $CD=6$, 若点 A 所对应的数为 -1 , 则点 B 所对应的数为 _____.

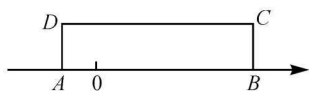


图 3-4

- 化简下列各数:
(1) $-(+7)$; (2) $-(-7)$; (3) $-[-(+7)]$;
(4) $- \{ - [- (+ 7)] \}$; (5) $- \{ - [- (- 7)] \}$.
- 比较下列有理数的大小: (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”)
(1) -1 _____ 0 ;
(2) -2 _____ $|-5|$;
(3) $-\left(-\frac{1}{3}\right)$ _____ $-\frac{1}{2}$;
(4) $-|-10|$ _____ $-|-0.1|$.

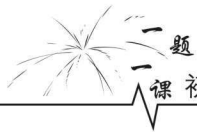
- 画出数轴并在数轴上表示下列各数, 并用“ $<$ ”连接下列各数.

$$-(-2.5), 3\frac{1}{2}, 0, -2, -\left|-4\frac{1}{3}\right|.$$

- $|a-b|$ 的几何意义是数轴上表示 a 的点与表示 b 的点之间的距离. 根据 $|a-b|$ 的几何意义解答下列问题:
(1) $|m|$ 的几何意义是数轴上表示 _____ 的点与 _____ 之间的距离;
(2) 如 $|m-3|=1$, 则 m 的值为 _____;
(3) 当式子 $|x+1|+|x-2|$ 取最小值时, 相应的数 x 的取值范围是 _____, 最小值为 _____;
(4) 已知 a, b 互为相反数, 且 $|a-b|=6$, 计算 $|b-1|$ 的值;
(5) 已知 a, b 均为整数, 且 $|a-b|+|a-3|=1$, 求 $a+b$ 的值.



易错追踪



第4课 有理数加减混合运算

1. 一个有理数包括符号和绝对值两部分,应用运算法则时一定要“先确定符号,再计算绝对值”;小学的加减法运算其实就是有理数绝对值之间的加减运算.

2. 绝对值不相等的两个数相加减,要体验运算过程中的转化思想. 如① $3+(-8)=3-8=-(8-3)$;② $3-(-8)=3+8$;③ $-3-(-8)=-3+8=8-3$;④ $-3+(-8)=-3-8=-(3+8)$.

3. 灵活、合理地运用运算律(交换律、结合律)可以使运算简化,在进行加减混合运算时,要注意同号结合,能极大地避免符号处理过程中的错误.

第4题

(1) 计算: $\frac{7}{3}+(-3.7)-(+0.75)+(-6.3)+\left(+\frac{5}{3}\right)-\left(-\frac{3}{4}\right)$.

(2) 阅读下列解题过程,回答问题.

计算: $-14\frac{1}{6}-\left(-12\frac{1}{4}\right)+\left(-6\frac{5}{6}\right)+8\frac{3}{4}$.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= -14\frac{1}{6}+12\frac{1}{4}-6\frac{5}{6}+8\frac{3}{4} \\ &= -14-\frac{1}{6}-6-\frac{5}{6}+12+\frac{1}{4}+8+\frac{3}{4} \\ &= 12+8-14-6+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}-\frac{5}{6} \\ &= 20-20+1-1=0. \end{aligned}$$

上述这种方法叫作分项法,依照上述方法计算:

$$\left(-2017\frac{5}{6}\right)+\left(-2015\frac{2}{3}\right)-(-2016)-1\frac{1}{3}.$$

【分析】(1)“+”既是正号也是加号,“-”既是负号也是减号.有理数的加减运算与小学的运算相比,多了性质符号的参与,性质符号与加减的运算符号掺杂在了一起,首先要统一为加法,再写成省略括号与加号的代数和形式,减少符号困扰.之后运用运算律以简化计算,运用交换律时切记要把加数的符号一起交换.应用运算律的技巧:①同号结合:把符号相同的数相结合;②互为相反数的数相结合;③凑整:把和为整数的加数相结合;④同分母结合:把分母相同或便于通分的加数相结合;⑤先统一后结

合:既有小数又有分数的运算要先统一再结合,可以减少不必要的数字转换.

(2)从例题提供的分项法的阅读材料里,注意到带分数 $-14\frac{1}{6}$ 拆分成一个整数 -14 和真分数 $-\frac{1}{6}$ 的和(不能错误地认为 $-14\frac{1}{6}=-14+\frac{1}{6}$),再利用交换律,整数和分数分别结合,创造条件利用运算律简化了计算.所以我们可以模仿着把问题中的 $-2017\frac{5}{6}$ 拆分成 -2017 与 $-\frac{5}{6}$ 的和,其余的类似.

【解析】(1)原式 $=\frac{7}{3}+(-3.7)+(-0.75)+(-6.3)+\left(+\frac{5}{3}\right)+\left(+\frac{3}{4}\right)$ 统一为加法

$$= \frac{7}{3}-3.7-0.75-6.3+\frac{5}{3}+\frac{3}{4}$$
 省略括号的代数和形式

$$= \frac{7}{3}+\frac{5}{3}-3.7-6.3+\frac{3}{4}-0.75$$
 利用结合律
$$= 4-10=-6.$$

(2)原式 $=-2017\frac{5}{6}-2015\frac{2}{3}+2016-1\frac{1}{3}$ 去括号

$$= -2017-\frac{5}{6}-2015-\frac{2}{3}+2016-1-\frac{1}{3}$$
 分项
$$= 2016-1-2015-2017-\frac{2}{3}-\frac{1}{3}-\frac{5}{6}$$
 结合
$$= -2017-1-\frac{5}{6}=-2018\frac{5}{6}.$$

【经验分享】应用交换律、结合律时考虑的因素:把符号相同的数、和为整数的加数以及分母相同或便于通分的加数相结合.交换时,要连同符号一起交换位置,不需再加括号,简洁明了,如 $\frac{7}{3}+\frac{5}{3}-3.7-6.3+\frac{3}{4}-0.75$.一课一练中第5题就是针对加法结合律的练习.



学习心得

一课一练 4 (答案及解析见 P67)

1. 甲、乙、丙三地的海拔高度分别为 20 米, -15 米和 -10 米, 那么最高的地方比最低的地方高 ()
- A. 10 米 B. 15 米
C. 35 米 D. 5 米
2. 下列计算结果中等于 4 的是 ()
- A. $|-9| + |+5|$ B. $|(-9) + (+5)|$
C. $|+9| + |-5|$ D. $|(+9) - (-5)|$
3. 若 $|a|=5$, $|b|=6$, 且 $a > b$, 则 $a+b$ 的值为 ()
- A. -1 或 11 B. 1 或 11
C. -1 或 -11 D. 11
4. 式子 $(-6) - (-3) + (-2) - (+6) - (-7)$ 省略括号与加号可以简单地写为 _____.
5. 计算:
- (1) $(+26) + (-13) + (-17) + (+18)$;
(2) $15.83 + (-4.32) - (+1.66) - (-4.32) + (-15.83)$;
(3) $-(-2\frac{1}{4}) + (-\frac{1}{3}) - 0.25 - (-\frac{1}{6})$;
(4) $-0.5 - (-3\frac{1}{4}) + 2.75 - (+\frac{13}{2})$.
6. 已知 a 是 9 的相反数, b 比 a 的相反数大 2, 那么 b 比 a 大多少?

7. 为了有效控制酒后驾车, 某市交警的汽车在一条南北方向的大街上巡逻, 规定向北为正、向南为负. 已知从出发点开始所行驶的路程(单位:千米)为:

$$+3, -2, +1, +2, -3, -1, +2$$

- (1) 若此时遇到紧急情况要求这辆汽车回到出发点, 请问司机该如何行驶?
(2) 当该辆汽车回到出发点时, 一共行驶了多少千米?

8. 某摩托车厂本周内计划每日生产 300 辆摩托车, 由于工人实行轮休, 每日上班人数不一定相等, 实际每日生产量与计划量相比情况如下表所示:(增加的车辆数为正数, 减少的车辆数为负数)

星期	一	二	三	四	五	六	日
增减	-5	+7	-3	+4	+10	-9	-25

- (1) 本周三生产了多少辆摩托车?
(2) 本周总生产量与计划生产量相比, 是增加还是减少?
(3) 产量最多的一天比产量最少的一天多生产了多少辆?

9. 观察下面一系列数, 探究其中的规律:

$$-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$$

- (1) 填空: 第 11, 12, 13 个数分别是 _____, _____, _____;
(2) 第 2016 个数是什么? 第 n 个数是什么?
(3) 如果这列数无限排列下去, 与哪个数越来越接近?

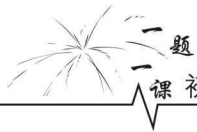


易错追踪

.....

.....

.....



第5课 有理数的乘、除、乘方及混合运算

1. 有理数的乘法运算,首先要根据负因数的个数确定积的符号(奇负偶正),再确定积的绝对值.几个数相乘,如果其中有因数为0,那么积等于0.

2. 有理数的除法运算,通过除以一个不为零的数,等于乘以这个数的倒数转化为乘法运算.

3. 在乘方运算时,需注意形如 $(-3)^2$ 与 -3^2 表示的意义,结果均不相同.

4. 有理数混合运算,一是注意运算顺序,二是合理使用运算律简化运算.

第5题 计算:

$$(1) (-0.75) \times 1 \frac{1}{3} \times \left(-1 \frac{5}{4}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right)^2;$$

$$(2) \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{8} - \frac{7}{12}\right) \times (-24);$$

$$(3) 99 \frac{24}{25} \times (-5).$$

【分析】(1) 针对乘、除、乘方及混合运算,一定符号:看负数的个数, $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ 可以看作是2个“-”,当出现的负数为奇数个时,结果的符号为“-”,当出现的负数为偶数个时,结果的符号为“+”,本题有4个负数,结果的符号取“+”;二转化:乘方和除法转化为乘法,即“遇乘照着抄,遇除上下倒”,小数化分数,带分数化为假分数;三计算:根据乘法法则及运算律计算出最后结果.

$$\text{注意: } \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{9}{4} \times \frac{9}{4} = 1 \times \frac{9}{4} \times \frac{9}{4} = \frac{81}{16}.$$

要按顺序计算.

(2) 思路一:按运算法则,先算括号里的,再算乘法.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left(\frac{16}{24} + \frac{9}{24} - \frac{14}{24}\right) \times (-24) = \frac{16+9-14}{24} \times (-24) \\ &= \frac{11}{24} \times (-24) = -11. \end{aligned}$$

括号里需要先通分,再相加,是否有更简单的方法?

思路二:括号里的分母都是24的因数,与24相乘约分后可化为整数,用乘法分配律计算,会使计算简便.

$$\text{原式} = \frac{2}{3} \times (-24) + \frac{3}{8} \times (-24) - \frac{7}{12} \times (-24) \quad \text{分配律}$$

$$= -\frac{2}{3} \times 24 - \frac{3}{8} \times 24 + \frac{7}{12} \times 24 \quad \text{确定符号}$$

$$= -16 - 9 + 14 = -11.$$

比较两种方法,思路二的计算更简便.

(3) 思路一:若直接相乘,则有如下过程,但是这样显然不可取.

$$\text{原式} = -\frac{2499}{25} \times 5 = -\frac{2499}{5} = -499 \frac{4}{5}.$$

确定符号 约分

思路二:直接相乘数据较大,在加减运算时接触过分母法,考虑分母后利用分配律简化计算的目的.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left(99 + \frac{24}{25}\right) \times (-5) = 99 \times (-5) + \frac{24}{25} \times (-5) \\ &= -495 - \frac{24}{5} = -499 \frac{4}{5}. \end{aligned}$$

这样的分母计算的数据还是较大?是否有更好的分母方法?

思路三:观察 $99 \frac{24}{25}$ 更接近于100,整百、整十数在乘法运算中更容易计算.

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left(100 - \frac{1}{25}\right) \times (-5) = -100 \times 5 + \frac{1}{25} \times 5 \\ &= -500 + \frac{1}{5} = -499 \frac{4}{5}. \end{aligned}$$

将三种思路进行对比,通过分母利用分配律使计算较简便,分母以整百、整十为基数进行,计算就会更为简便.多观察算式的特点,创造条件利用运算律以简化计算.

$$\text{【解析】}(1) (-0.75) \times 1 \frac{1}{3} \times \left(-1 \frac{5}{4}\right) \div \frac{4}{9}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{9}{4} \div \frac{4}{9} \quad \text{定符号、化假分数}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{9}{4} \times \frac{9}{4} \quad \text{转化为乘法}$$

$$= \frac{81}{16}.$$

(2) 参阅思路二;(3) 参阅思路三.

【经验分享】 有理数的乘法运算中,无论是两个数还是多个数相乘,都要先处理好符号,避免符号干扰,使运算简化,可简单归纳为:遇0不商量,正号都去掉,负号数个数,奇负偶正.一课一练中第1题针对运算的符号练习.运用分配律时,如果括号外面的数带负号,要连同负号一起去乘括号里的加数,先确定符号,再进行绝对值计算.有时需要把算式适当变形,再使用运算律,使计算简便.一课一练中第6、7、8题是针对运算律的练习.



学习心得

一课一练 5 (答案及解析见 P68)

1. 在 $-2, 3, 4, -5$ 这四个数中, 任意取两个数相乘, 所得乘积最大的是 ()
 A. 20 B. -20 C. 12 D. 10
2. 把 309740 四舍五入, 使其精确到千位, 那么所得的近似数是 ()
 A. 3.10×10^5 B. 3.10×10^4
 C. 3.10×10^3 D. 3.09×10^5
3. a 为有理数, 下列说法中正确的是 ()
 A. $(a+1)^2$ 的值是正数
 B. a^2+1 的值是正数
 C. $-(a+1)^2$ 的值是负数
 D. $-a^2+1$ 的值小于 1
4. $-2^2 + (-2)^2 - 2^3 + (-2)^3$ 的结果为 ()
 A. 0 B. 18 C. -16 D. -24
5. 已知 $|x-2| + (y+5)^{2016} = 0$, 则 $y^x =$ _____.
6. 计算: (1) $(-3) \times \frac{1}{3} \div \left(-\frac{1}{3}\right) \times 3$;
 (2) $49 \times (-2.5) \times \left(-\frac{1}{7}\right) \times 8 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$;
 (3) $-15 \times \frac{2}{3} + (-16) \times \frac{2}{3} + 30 \times \frac{2}{3}$.
7. 计算: $(-191919 \times 9898 + 989898 \times 1919) \div \left(-\frac{1}{9} + 89\right)$.
8. 计算: $\left(-1 \frac{1}{2}\right) \times \left(+1 \frac{1}{3}\right) \times \left(-1 \frac{1}{4}\right) \times \left(+1 \frac{1}{5}\right) \times \dots \times \left(-1 \frac{1}{2016}\right)$.
9. 观察下面的几个算式: $1+2+1=4$; $1+2+3+2+1=9$;
 $1+2+3+4+3+2+1=16$; $1+2+3+4+5+4+3+2+1=25$; \dots 根据你所发现的规律, 请直接写出下面式子的结果: $1+2+3+\dots+99+100+99+\dots+3+2+1=$ _____.
10. 某校体育器材室共有 60 个篮球. 一天课外活动, 有三个班级分别计划借篮球总数的 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{4}$, 请你算一算, 这 60 个篮球够借吗? 如果够了, 还剩几个篮球? 如果不够, 还缺几个篮球?

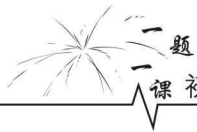


易错追踪

.....

.....

.....



第6课 有理数的混合运算

1. 正确的运算顺序:先乘方,再乘除,最后加减;同级运算从左到右进行;如有括号先做括号内的运算,按小括号、中括号、大括号依次进行;

2. 运算符号:每步的运算,先确定符号,再计算绝对值;

3. 灵活运用运算律简化计算.

第6题 计算:(1) $-1-3 \times (-2)^3 + (-6) \div \left(-\frac{1}{3}\right)^2$;

(2) $(-2)^4 \div \left(-2\frac{2}{3}\right)^2 + 5\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{6}\right) - (-0.25)$;

(3) $-1^4 - (1-0.5) \div \frac{1}{7} \times [2 - (-3)^2]$.

三位同学分别进行了解答,先观察他们的解答过程,然后回答提出的问题:

甲同学:原式 $= 1 - \frac{1}{2} \times 7 \times (2-9) = 1 - \frac{1}{2} \times 7 \times (-7) = 1 + \frac{49}{2} = \frac{51}{2}$;

乙同学:原式 $= -1 - \frac{1}{2} \times 7 \times (2+9) = -1 - \frac{1}{2} \times 7 \times 11 = -1 - \frac{77}{2} = -\frac{79}{2}$;

丙同学:原式 $= -1 - \frac{1}{2} \div \frac{1}{7} \times (2-9) = -1 - \frac{1}{2} \div \frac{1}{7} \times (-7) = -1 - \frac{1}{2} \div (-1) = -\frac{1}{2}$.

问题:三位同学的解答对不对?如果不对,请指出错在什么地方,并给出正确解答.

【分析】(1)这是一道包含加、减、乘、除和乘方五种运算的综合计算题,注意运算顺序:先计算乘方 $(-2)^3 = -8$, $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$,再把除法转化为乘法进行乘法运算,最后进行有理数的加法运算.

(2)本题的结构是含有带分数、小数的混合运算:①运算顺序:先乘方→后乘除→再加减;②按已确定的运算顺序,运用各级运算法则计算,计算中注意转化:将算式中的除法转化为乘法,减法转化成加法,乘方转化为乘法,还要将带分数转化为假分数,将小数转化为分数;③要结合具体情况,弄清式中每个“ $-$ ”的具体含义:“ $-$ ”既可以表示运算符号,即减号如 $(1-0.5)$,又可以表示性质符号,即负

号如 $(-2)^4$,还可以表示相反数,如 $-(-5)$,根据各级运算法则正确确定符号.

(3)这是一道含有括号的混合计算题.要先计算括号里面的,括号里面的计算仍然要按运算顺序和运算法则,计算每步时先确定符号再计算绝对值.正确理解乘方运算的含义: $-1^4 = -1 \times 1 \times 1 \times 1 = -1$,运算顺序:同级从左到右 $-\frac{1}{2} \div \frac{1}{7} \times (-7) = \frac{1}{2} \times 7 \times 7 = \frac{49}{2}$.

【解析】(1) $-1-3 \times (-2)^3 + (-6) \div \left(-\frac{1}{3}\right)^2$

$= -1 - 3 \times (-8) + (-6) \div \frac{1}{9}$ 先算乘方

$= -1 + 24 - 6 \times 9$ 再算乘除,除法转化为乘法

$= -1 + 24 - 54$ 最后算加减

$= -31$.

(2) $(-2)^4 \div \left(-2\frac{2}{3}\right)^2 + 5\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{6}\right) - (-0.25)$

$= 16 \div \left(\frac{8}{3}\right)^2 - \frac{11}{2} \times \frac{1}{6} - \left(-\frac{1}{4}\right)$ 带分数转假分数、小数转分数

数、小数转分数

$= 16 \times \frac{9}{64} - \frac{11}{12} + \frac{1}{4}$ 乘方转化为乘法、除法转化为

乘法、减法转化成加法

$= \frac{19}{12}$.

(3)甲同学的解答不对: $-1^4 \neq 1$, $-1^4 = -1 \times 1 \times 1 \times 1 = -1$;

乙同学的解答不对:中括号里 $2 - (-3)^2 = 2 + 9$ 的符号计算错了,应该是 $2 - 9$;

丙同学的解答不对:在运算顺序上出错了,乘除属于同级运算,应按从左到右的顺序计算.

正确解答为:

原式 $= -1 - \frac{1}{2} \div \frac{1}{7} \times (2-9) = -1 - \frac{1}{2} \div \frac{1}{7} \times$

$(-7) = -1 - \frac{1}{2} \times 7 \times (-7) = -1 + \frac{49}{2} = \frac{47}{2}$.

【经验分享】 有理数运算:一顺序:先乘方再乘除最后加减,同级从左往右,有括号先做括号里的;二转化:运算时“遇减转加、遇除变乘、乘方化乘”,形式有“带化假、小化分”;三计算:先确定符号再进行绝对值运算.一课一练中第1题就是针对运算的练习.



学习心得

.....

.....

.....