高等数学. 上

傅英定，钟守铭主编

电子科技大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学. 上 / 傅英定, 钟守铭主编. -- 成都 :
电子科技大学出版社, 2014.5
ISBN 978-7-5647-2352-1

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①傅… ②钟… Ⅲ. ①高等数学－成
人高等教育－教材 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 090671 号

内 容 提 要

在第一版的基础上，本次再版是依据最新全国网络教育统考“高等数学考试大纲（2010 年修订）”及成人教育“高等数学”教学大纲的要求修订而成，其内容的深度、广度依据该大纲而选定，基本例题依据考试的难度与题型而编写，各节习题的格式与考试试题的格式基本相同，为了加强学生的基础知识训练，各节的习题中编排了基本训练题。

本书内容包括：函数、极限与连续；一元函数微分学及其应用；一元函数积分法及其应用；微分方程等内容。每节配有 A、B 两类习题，A 为选择题, B 为基本训练题。每章后配有综合复习题，全书配有三套综合测试题，书末附有习题及综合测试题答案。

本书文字叙述通俗易懂，深入浅出，详略得当，清晰流畅，便于自学。

本书可作为全国网络教育统考的高等数学课程教材，也可作为大专层次及各类成人教育的高等数学课程教材或参考书。

高等数学（上）
傅英定　钟守铭　主编

出　　版：电子科技大学出版社（成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦　邮编：610051）
策划编辑：谢晓辉
责任编辑：谢晓辉
主　　页：www.uestcp.com.cn
电子邮箱：uestcp@uestcp.com.cn
发　　行：新华书店经销
印　　刷：成都蜀通印务有限责任公司
成品尺寸：185mm×260mm　印张 10　字数 262 千字
版　　次：2014 年 6 月第一版
印　　次：2014 年 6 月第一次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5647-2352-1
定　　价：22.80 元

第二版前言

本书第一版自2007年出版以来，被全国多所高等学校选为教材。经过几年的教学实践，并广泛征求同行专家教授的宝贵意见，在保持第一版教材注重培养学生分析和解决问题能力的基础上，此次再版修改了以下几个方面：

（1）本次再版是依据成人教育“高等数学”教学大纲的要求而修改，其内容的深度、广度依该大纲而选定，基本例题依考试的难度与题型而编写，各节习题的格式与考试试题的格式基本相同，为了加强学生的基础知识训练，各节的习题中编排了基本训练题。

（2）本次修订的特色是：在注重课程体系结构与教学内容的整体优化，着力于数学素质与能力培养的同时，充分重视应用型人才的培养目标和从业人员继续教育的特点，着重处理好如何理解本课程中的基本理论、重点和难点之间的关系；精选例题和习题，难易适度，具有启发性和典型性；文字叙述通俗易懂，深入浅出，详略得当，清晰流畅，便于自学。内容的编写重在培养学生应用数学知识解决实际问题的意识与能力；以育人为本、学生为本、质量为本；突出数学思想与方法，适当淡化运算技巧；注重教学的适用性。

（3）在内容的选择方面，按照成人教育高等数学教学大纲要求，本次修订去掉了“多元函数微积分”的全部内容，“函数”部分中“隐函数”的内容，“连续”部分中“反函数的连续性”的内容等。

（4）本书内容包括：函数、极限与连续；一元函数微分学及其应用；一元函数积分法及其应用；微分方程。每节配有 A、B 两类习题，A 为选择题, B 为基本训练题。每章后配有综合复习题，全书配有三套综合测试题，书末附有常用曲线图、习题及综合测试题答案。本书中少量标注（*）的内容与例题读者可根据需要进行取舍。本次修订仍将“高等数学”分为上、下两册，以供不同层次的学生所需。其中，上册包括第一至三章作为专科内容，下册包括第四至六章为专升本适用。

本书可作为现代远程教育和成人高等教育大专（本科）高等数学课程教材或者参考书。

本书第一章、第四章、第五章由陈良均教授编写，第二章、第三章由傅英定教授编写，第六章由钟守铭教授编写。

本书由傅英定、钟守铭教授主编，全书由傅英定教授统稿。

本次修订经电子科技大学谢云荪教授主审，并认为该教材具有以下特点：

（1）教材定位恰当。该教材在教材内容选择、安排与处理方面，充分考虑了成人教育

学生的特点与实际情况，教材定位恰当。

（2）重视基础。重视基本概念，重视基本方法，重视基本训练，不追求运算技巧。

（3）突出重点，循序渐进，深入浅出，详略得当。精选例题与习题，难易适度。

（4）教学适用性强。叙述文笔流畅，通俗易懂，便于理解，便于教师教学与学生学习。这是一本十分适合现代远程教育和成人高等教育大专（本科）的好教材或者参考书。

同时谢云荪教授也对本书提出了十分宝贵的意见和建议。

本次修订得到了电子科技大学数学科学学院院长黄廷祝教授、继续教育学院院长曾翎教授、电子科技大学出版社和电子科技大学数学科学学院全体老师的大力支持和帮助，在此编者一并表示衷心的感谢！

限于编者水平，书中难免有不妥之处，敬请批评指正。

编　者
2014 年 4 月

目　　录

第一章　函数、极限、连续

高等数学课程研究的内容包括一元函数及多元函数的微积分学、空间解析几何、无穷级数和微分方程. 因为主要内容为一元及多元函数的微积分学, 所以, 有时高等数学也称为微积分学.

初等数学研究的对象基本上是不变的量, 而高等数学研究的对象基本上都是变量, 贯穿高等数学的基本观点是变化的观点, 用变化的观点考虑问题, 认识事物. 函数是高等数学研究的基本对象, 它反映了变量之间的依赖关系. 极限理论是研究高等数学的基本工具. 本章主要讨论函数的概念、函数的极限和函数的连续性.

§1.1　函　　数

一、集合、区间与邻域

集合是近代数学最基本的概念之一, 读者在中学阶段已经学习过. 集合的创始人康托 (G. Cantor) 1897 年指出: "把一定的并且彼此可以明确识别的事物 (这种事物可以是直观的对象) 放在一起, 称为一个集合. "比如, 一个教室里的学生构成一个集合, 某一批产品构成一个集合, 满足某种条件的全体实数构成一个集合等等. 一般地, 具有某种特定性质的, 并且可以彼此区别的事物的总体, 称为**集合** (简称为**集**). 集合中的每一个事物称为集合的元素. 对于一个给定的集合, 集合中的元素是确定的、互异的. 任意取定一个事物, 对于某一集合, 我们能够判定它是否属于该集合, 即是否为该集合的元素.

集合通常用英文大写字母表示, 集合的元素通常用英文小写字母表示. 若某个元素 x 属于集合 A, 则记作 $x \in A$; 若某个元素 x 不属于集合 A, 则记作 $x \notin A$ 或 $x \,\bar{\in}\, A$.

全体自然数的集合记作 $\mathbf{N}$, 全体整数的集合记作 $\mathbf{Z}$, 全体有理数的集合记作 $\mathbf{Q}$, 全体实数的集合记作 $\mathbf{R}$.

集合有两种表示法:

(1) 列举法: 在大括号内列出全体元素, 每个元素之间用逗号隔开. 例如, 由有限个元素 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 组成的集合 A, 可记作

$$A = \{ a_1, a_2, \cdots, a_n \}$$

只有一个元素 x_0 的集合称为单元素集, 记为 $\{ x_0 \}$.

(2) 描述法: 无法一一列举或者不需要一一列举它的元素的集合, 可以在大括号内的左边写出元素的记号, 右边写出元素满足的条件, 中间用一直线隔开.

例　设集合 A 为方程 $x^2-5x+6=0$ 的全体实根所组成的集合, 用列举法表示为 $A = \{ 2, 3 \}$, 用描述法表示为

$$A = \{ x \mid x \in \mathbf{R}, x^2-5x+6 = 0 \}.$$

例　xOy 平面上坐标适合方程 $x^2+4y^2 = 1$ 的点 (x, y) 的全体所组成的集合 M, 可记作

$$M = \{ (x, y) \mid x, y \text{ 为实数}, x^2+4y^2 = 1 \}.$$

本书中常用的集合为**数集**, 即元素是数的集合, 除特别声明外, 以后提到的数总是指实数. 常用的集合还有**点集**, 即直线上、平面上或空间内具有某种性质的全体点所成的集合.

如果集合 A 的元素都是集合 B 的元素, 即若 $x\in A$, 必有 $x\in B$, 则称 A 是 B 的**子集**, 记作 $A\subset B$ (读作 A 包含于 B) 或 $B\supset A$ (读作 B 包含 A).

如果集合 A、B 的元素相同, 即 $A\subset B$ 且 $B\subset A$, 则称集合 A 与 B **相等**, 记作 $A = B$.

不含任何元素的集合称为**空集**, 记作ϕ. 例如

$$\{ x \mid x\in R, x^2+1 = 0 \} = \phi.$$

常用的实数集合是区间及邻域.

若实数 $a<b$, 满足条件 $a<x<b$ 的全体实数所成的集合称为**开区间**, 记作 (a, b), 即

$$(a, b) = \{ x \mid a<x<b \}.$$

满足条件 $a\leqslant x\leqslant b$ 的全体实数所成的集合称为**闭区间**, 记作$[a, b]$, 即

$$[a, b] = \{ x \mid a\leqslant x\leqslant b \}.$$

类似地可以定义半开区间

$$[a, b) = \{ x \mid a\leqslant x<b \},$$
$$(a, b] = \{ x \mid a<x\leqslant b \}.$$

以上这些区间称为有限区间, 数 $b-a$ 是这些区间的长, 从数轴上看, (a, b)表示由点 a 到点 b 但不包括端点 a, b 在内的线段.

还可以定义无限区间 $(-\infty, +\infty)$, $[a, +\infty)$, $(a, +\infty)$, $(-\infty, b)$, $(-\infty, b]$.

$$(-\infty, +\infty) = \{ x \mid x\in R \},$$
$$[a, +\infty) = \{ x \mid x\geqslant a \},$$
$$(a, +\infty) = \{ x \mid x>a \},$$
$$(-\infty, b) = \{ x \mid x<b \},$$
$$(-\infty, b] = \{ x \mid x\leqslant b \}.$$

符号"∞"读作"无穷大", "$+\infty$"读作"正无穷大", "$-\infty$"读作"负无穷大", 它们都仅仅是记号, 后面将会讲到.

有时我们要考虑一点 x_0 附近的所有点的集合, 设$\delta>0$, 以 x_0 为中心的开区间 $(x_0-\delta, x_0+\delta)$ 称为点 x_0 的δ **邻域**, 记作 $N(x_0, \delta)$, 点 x_0 称为**邻域的中心**, δ 称为**邻域的半径**. 即

$$N(x_0, \delta) = (x_0-\delta, x_0+\delta) = \{ x \mid |x-x_0| <\delta \}$$

有时需要考虑一点 x_0 的附近但不包括 x_0 在内的所有点的集合, 即将 x_0 的邻域去掉中心, 称为 x_0 的**空心邻域**, 点 x_0 的空心邻域可以表示成

$$N(x_0,\delta)-\{x_0\} \text{ 或 } \{x \mid 0<|x-x_0|<\delta\},$$

$$\text{或 } (x_0-\delta, x_0)\cup(x_0, x_0+\delta),$$

简记为 $$0<|x-x_0|<\delta.$$

二、函数的概念

我们在观察、研究某一现象或某一运动过程时，会遇到许多量，有的量保持不变，称为**常量**；有的量是变化的，称为**变量**. 变量之间往往不是孤立的，而是相互依赖、相互制约的. 相互依赖的变量之间的确定关系，在数学上就称为函数关系，下面先举三个例子.

例 1 观察一物体以初速度为零从 h 的高度自由落下到地面这一运动过程. 物体下落的时间 t 与下落的路 s 是两个变量，由物理学知道，s 与 t 满足下列关系，

即

$$s=\frac{1}{2}gt^2,$$

其中 $g=9.8\ \text{m/s}^2$，称为重力加速度.

上式表示了变量 t 与 s 之间的相互关系，其中 t 视为主动地变化，而 s 是由于 t 的变化而引起的变化. 当 $s=h$ 时，运动终止，终止时刻由上式可求得 $T=\sqrt{\frac{2h}{g}}$. 由此可见，当 t 从时刻 $t=0$ 到时刻 $t=T$ 之间取某一值 t 时，路程 s 按照上式有确定值和它对应. t 的变化范围为 $0\leqslant t\leqslant\sqrt{\frac{2h}{g}}$，$s$ 的变化范围为 $0\leqslant s\leqslant h$.

例 2 在每天下午定时观察仓库的某种规格的产品库存量，表 1.1 给出观察一周的结果.

表 1.1

第 t 天	1	2	3	4	5	6	7
库存量 W 吨	23.5	20	18	12	40	38	35.5

此表反映了变量 t 与库存量 W 的对应关系. 对于表中给出的 t 值（t 只能取 1, 2, …, 7)，都有一个确定的 W 值与之对应. 例如 $t=4$ 时，$W=12$ 吨.

例 3 温度记录仪描绘了某地某天气温 T(℃) 随时间 $t(h)$ 的变化，时间变化范围是 $0\leqslant t\leqslant 24$. 对于这个范围内的每一时刻 t，都可以在图形上量出对应的气温 T 的值. 例如当 $t=3.5\text{h}$ 时，$T=8$℃；当 $t=15\text{h}$ 时，$T=18$℃，如图 1.1 所示.

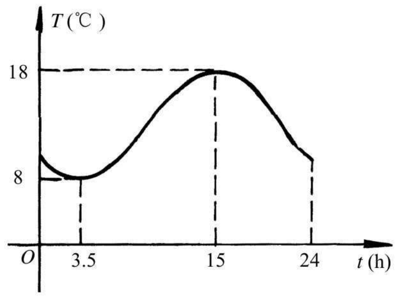


图 1.1

抽出上面例子中所考虑的量的实际意义，从数量关系的角度看，它们都有着共同的本质东西，即在变化过程中都有两个变量，变量之间存在某种对应关系，当一个变量在其变化范围内任意取定一个数值时，另一个变量就按照同一规则有唯一确定的数值与之对应. 因此，我们引入函数的定义.

定义 1 设 X 和 Y 为两个非空实数集，若存在某一对应规律（或法则）f，使得对于 X 中的任意一个数 x，Y 中都有唯一确定的实数 y 与它对应，则称 f 为定义在 X 上的函数，记为 f: $X\to Y$ 或简记为 $y=f(x)$.

x 称为**自变量**, y 称为**因变量**, 习惯上也称 y (或 $f(x)$) 为 x 的函数. 自变量所能取值的范围 X, 称为函数的**定义域**, 记为 D_f, 当 $x_0 \in D_f$ 时, 与 x_0 对应的数值 $y_0=f(x_0)$, 称为**函数值**, 所有函数值构成的集合 $Z_f=\{y \mid y=f(x), x \in D_f\} \subset Y$, 称为函数的**值域**.

在函数定义中, 要求 x 有明确的取值范围 D_f, 还要有确定的对应规律 f, 通过它能唯一确定 y 的值, 此时 x 和 y 之间才能构成一个函数关系. 因此, 定义域 D_f 和对应规律 f 是确定函数关系的两大要素, 考查两个函数是否相等, 只需研究定义域 D_f 和对应规律 f 是否相同即可.

例如 $f(x)=1,\ x \in(-\infty,+\infty)$ 与 $g(x)=\dfrac{x}{x},\ x \in(-\infty, 0) \cup(0,+\infty)$ 是不相同的函数; 而 $f(x)=1,\ x \in(-\infty,+\infty)$ 与 $h(x)=\sin ^2 x+\cos ^2 x,\ x \in(-\infty,+\infty)$ 是相同的函数.

在函数定义中, 对 D_f 内任取一个确定数值 x 时, 由 f 有唯一确定的 y 与之对应, 这里强调“唯一确定”. 如果对某一 $x \in D_f$, 有两个 y 或两个以上的 y 与之对应, 按照我们的定义就不是函数. 但是为了方便起见, 有时我们也称为多值函数, 多值函数可以分成若干单值函数来研究. 例如反三角函数如 $y=\arcsin x$ 就是多值的, 若限定取主值 (如 $y \in[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$) 便是单值函数. 在本书范围内, 我们只讨论单值函数.

三、函数的表示法

1. *表格法*

在测量数据、实验结果、生产报表等实际应用中, 变量之间的关系常把自变量的一系列值和对应函数值列成表格, 表示变量之间的对应关系, 这种方法称为**表格法**. 上面例 2 中的表, 初等数学中的平方根表、三角函数表、对数表等等就是用表格法表示函数. 它的优点是使用方便, 便于查找, 但是对应数值不完全, 不便对函数的性态作进一步研究.

2. *图示法*

如果把 D_f, Z_f 分别置于平面直角坐标系的横轴 Ox, 纵轴 Oy 上, 则称平面上点的集合

$$\{(x, y) \mid x \in D_f \subset R,\ y=f(x) \in Z_f \subset R\}$$

为函数 $y=f(x)$ 的图形.

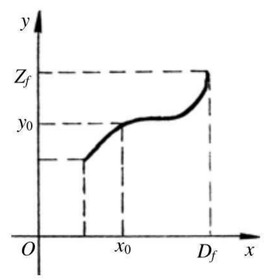


图 1.2

这样表示函数的方法称为**图示法**, 如图 1.2 所示. 上面例 3 中的温度记录仪、气压记录仪、心电图等等就是把温度、气压、电位差记录成时间的函数. 其优点是直观明显, 能直接看出函数的变化情况, 但不能进行准确的计算, 也不便进行理论研究和推导.

3. *公式法*

变量之间的对应规律由公式直接给出, 这样表示函数的方法称为**公式法**, 也称为**解析表示法**. 本书所讨论的函数, 一般是用公式法表示的, 它便于理论分析、推导与运算.

例 4　绝对值函数

$$y=|x|=\begin{cases}x, & x \geqslant 0, \\ -x, & x<0.\end{cases}$$

$D_f=(-\infty,+\infty)$, $Z_f=[0,+\infty)$, 如图 1.3 所示.

如果一个函数在其定义域的不同子集上, 用不同的解析式表示, 这样的函数称为**分段函数**. 如例 4. 分段函数是一种很重要的函数, 以后常常用到, 下面再举几个分段函数的例子.

例 5　符号函数

$$y=\operatorname{sgn} x=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0.\end{cases}$$

$D_f=(-\infty,+\infty)$, $Z_f=\{-1,0,1\}$, 如图 1.4 所示.

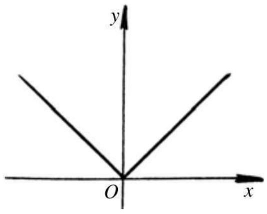


图　1.3

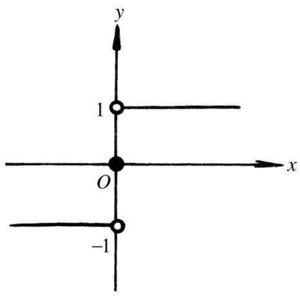


图　1.4

例 6　取整函数

$$y=[x],$$

$[x]$表示不超过 x 的最大整数, 即若

$$x=n+r,\quad n\in\mathbf{Z},\quad 0\leqslant r<1,$$

则

$$y=[x]=n.$$

如

$$[\sqrt{3}]=1,$$

$$[-\pi]=-4,$$

$$[\frac{4}{7}]=0,$$

$$D_f=\mathbf{R},\quad Z_f=\mathbf{Z}.$$

如图 1.5 所示.

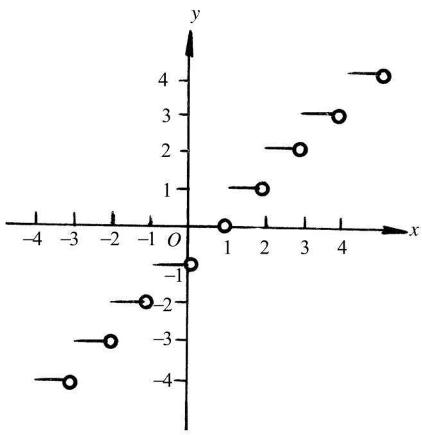


图　1.5

最后, 我们指出, 函数关系实际上是变量之间的对应规律, 具体地由变量的运算过程反映出来, 在数学上, 我们只考虑函数值是由自变量通过什么运算得到的, 而不必追究变量的实际意义, 所以自变量和因变量用怎样的字母来表示是无关紧要的, 例如 $y=f(x)=1+x^2$ 与 $y=f(u)=1+u^2$ 表示了同一个函数关系, 与自变量的记号无关.

因变量能明显地表示成自变量解析式子 $y=f(x)$ 的函数称为**显函数**. 因变量 y 不能明显地表示成自变量 x 的解析式子, 如开普勒 (kepler) 方程

$$y-x-\varepsilon\sin y=0 \qquad (\varepsilon \text{为常数}, 0<\varepsilon<1),$$

这类函数称为隐函数. 一般地, 凡能由方程

$$F(x, y)=0$$

确定的函数, 称为**隐函数**. 关于隐函数的理论和方法, 我们将在下册中予以介绍.

四、函数的几种简单性态

1. 函数的奇偶性

定义 2 设函数 $f(x)$ 的定义域 D_f 是关于原点对称的,

(1) 若对于任意的 $x\in D_f$, 有 $f(-x)=f(x)$, 则称 $f(x)$ 为**偶函数**.

(2) 若对于任意的 $x\in D_f$, 有 $f(-x)=-f(x)$, 则称 $f(x)$ 为**奇函数**.

例如 $y=C$, $y=x^2$, $y=x^4$, …, $y=x^{2n}$, $y=\cos x$, $y=\sec x$, …, n 为偶函数. 偶函数的图形关于 y 轴对称(如图 1.6 所示). $y=x$, $y=x^3$, …, $y=x^{2n+1}$, $y=\sin x$, $y=\tan x$, $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$, $y=\operatorname{sgn}x$, …为奇函数. 奇函数的图形关于原点对称 (如图 1.7 所示).

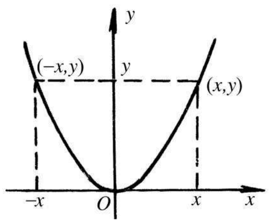


图 1.6

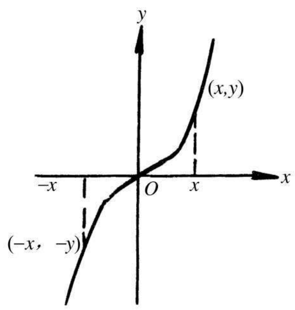


图 1.7

2. 函数的单调性

定义 3 对于任意的 $x_1, x_2\in(a, b)\subset D_f$, $x_1<x_2$,

(1) 若 $f(x_1)<f(x_2)$ (或 $f(x_1)>f(x_2)$), 则称 $f(x)$在 (a, b) 内单调增加 (或单调减少);

(2) 若 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$ ($f(x_1)\geqslant f(-x_2)$), 则称 $f(x)$在 (a, b) 内单调不减 (或单调不增).

单调增加和单调减少的函数统称为**单调函数**, 使函数保持单调性的自变量的变化区间称为**单调区间**.

3. 函数的周期性

定义 4 若存在常数 $T\neq 0$, 使得对 $f(x)$定义域内的一切 x, 恒有

$$f(x+T)=f(x),$$

则称 $f(x)$为周期函数, T 为 $f(x)$的周期.

显然, 若 $f(x)$是以 T 为周期的函数, 则有 $f(x+2T)=f(x+T+T)=f(x+T)=f(x)$, 故 $2T$ 也是 $f(x)$的周期, 同理, $3T$, $4T$, …, kT, … (k 为任意整数) 也是 $f(x)$的周期. 如无特别声明, 以后我们所说周期函数的周期是指**最小正周期**, 即满足 $f(x+T)=f(x)$的最小正数 T. 最小正周期

也称为**基本周期**.

例如 $\sin x$, $\cos x$ 的同期为 2π, $\tan x$, $|\sin x|$ 的周期是π.

4. 函数的有界性

定义 5 若存在正数 M, 对于任意的 $x\in X\subset D_f$,
恒有

$$|f(x)|\leqslant M,$$

则称 $f(x)$在 X 上有界, 否则称 $f(x)$在 X 上无界.

例如, 三角函数 $f(x)=\sin x$, $g(x)=3+\cos x$, 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有界, 因为任何实数 x, 恒有 $|\sin x|\leqslant 1$, $|3+\cos x|\leqslant 3+|\cos x|\leqslant 4$; 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在 $(0, 1)$ 内无界, $g(x)=\tan x$ 在 $(0, \dfrac{\pi}{2})$ 内无界.

关于函数 f 在 $X\subset D_f$ 上有界的定义中, 有两点是必须注意的: 其一, 存在正数 M, 是指“存在”, 而不要求“唯一”, 事实上, 若存在正数 M, 使 $|f(x)|\leqslant M\,(x\in X)$, 则对任何数 $A>M$, 显然有 $|f(x)|<A$; 其二, 一个函数称为有界函数或无界函数, 必须指明所考虑的数集 $X\subset D_f$, 如 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,1)$ 内是无界的, 而在 $(1,2)$ 内是有界的.

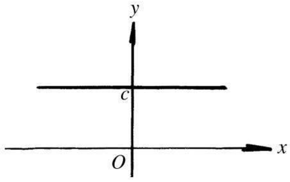
五、基本初等函数

基本初等函数通常是指以下六类函数:

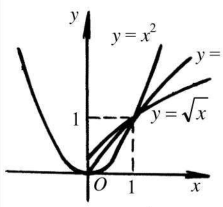
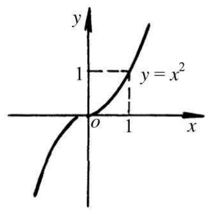
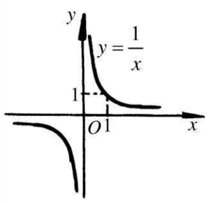
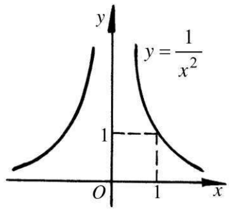
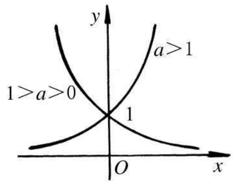
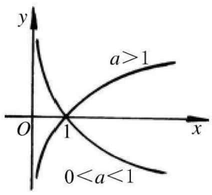
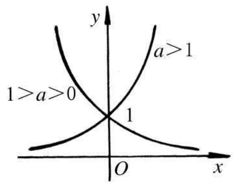
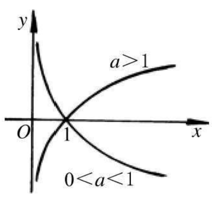
1. 常值函数 $y=C$ (C 为常数).
2. 幂函数 $y=x^a$ ($a\neq 0$, a 为常数).
3. 指数函数 $y=a^x$ ($a>0$, $a\neq 1$).
4. 对数函数 $y=\log_a x$ ($a>0$, $a\neq 1$)
5. 三角函数 $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$, $y=\sec x$, $y=\csc x$. 其中 x 是实数, 用弧度制表示.
6. 反三角函数 $y=\arcsin x$, $y=\arccos x$, $y=\arctan x$ 等.

这些函数在中学时我们已经讨论过, 现列表备查. 详细内容如表 1.2 所示.

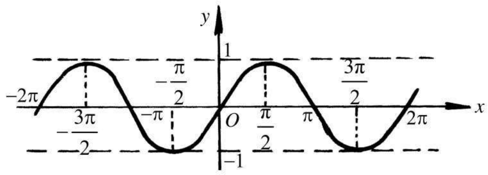
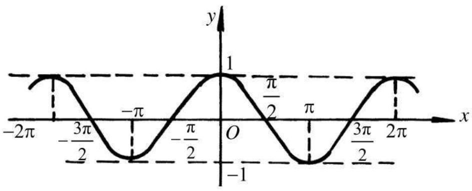
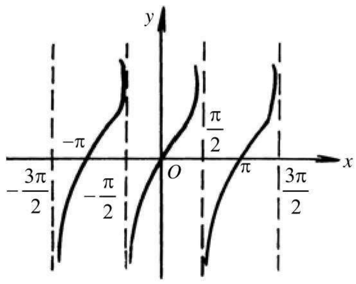
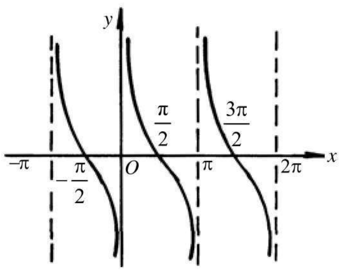
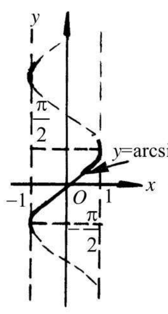
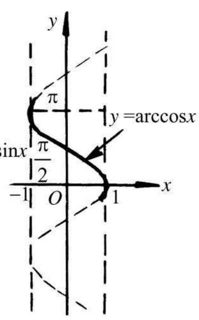
表 1.2 基本初等函数的图形及其简单性质

名称	表达式	定义区间	图 形	简单性质
常量函数	$y=C$	$-\infty<x<+\infty$		偶函数, 有界函数

（续表）

名称	表达式	定义区间	图形		简单性质
幂函数	$y=x^a$, a 为常数	随 a 的不同而异，但在 $x>0$, 总有意义	$a>0$	 	当$x>0$时，函数单调，图形都经过第一象限的点（1, 1）；a 为偶数时，为偶函数，其图形关于 y 轴对称；a 为奇数时，为奇函数，其图形以原点为对称；a 为负数时，图形在原点间断
			$a<0$	 	
指数函数	$y=a^x$ $a>0$ $a\neq 1$	$-\infty<x<+\infty$			当 $a>1$ 时单调增加；当 $1>a>0$ 时，单调减少；其图形都经过点（0, 1）
对数函数	$y=\log_a x$ $a>0$, $a\neq 1$	$0<x<+\infty$			当 $a>1$ 时单调增加；当 $0<a<1$ 时，单调减少；其图形都经过点（1, 0）
指数函数	$y=a^x$ $a>0$ $a\neq 1$	$-\infty<x<+\infty$			当 $a>1$ 时单调增加；当 $1>a>0$ 时，单调减少；其图形都经过点（0, 1）
对数函数	$y=\log_a x$ $a>0$, $a\neq 1$	$0<x<+\infty$			当 $a>1$ 时单调增加；当 $0<a<1$ 时，单调减少；其图形都经过点（1, 0）

（续表）

名称	表达式	定义区间	图　　形	简单性质
三角函数	$y=\sin x$	$-\infty<x<+\infty$		以2π为周期的周期函数，奇函数，有界函数，其图形关于原点对称，并介于 $y=1$ 与 $y=-1$ 两平行线之间.
	$y=\cos x$	$-\infty<x<+\infty$		以 2π为周期的周期函数，偶函数，有界函数，其图形关于 y 轴对称，并介于 $y=1$ 与 $y=-1$ 两平行线之间
	$y=\tan x$	$x\neq(2k+1)\frac{\pi}{2}$ 的全体实数(k 为整数)		以π为周期的周期函数，奇函数，无界函数，其图形关于原点对称，在 $x=(2k+1)\frac{\pi}{2}$ 处间断（k 为整数)
	$y=\cot x$	$x\neq k\pi$的全体实数（k 为整数)		以π为周期的周期函数，奇函数，无界函数，其图形关于原点对称，在 $x=k\pi$处间断（k 为整数）
反三角函数	$y=\arcsin x$ $y=\arccos x$	$-1\leqslant x\leqslant1$ $-1\leqslant x\leqslant1$		反正弦函数与反余弦函数均分别有无穷多个单值支，它们的主值分别为 $y=\arcsin x$ $(-1\leqslant x\leqslant1,-\frac{\pi}{2}\leqslant y\leqslant\frac{\pi}{2})$ 单调增加，奇函数 $y=\arccos x$ $(-1\leqslant x\leqslant1,0\leqslant y\leqslant\pi)$ 单调减少