



微课时代考试信息研究院
十七年教研教改成果

赢在微点

MICRO 无微不至

考前顶层设计 数学_理

主编 梁至鹏

专题微讲

WEIJIANG WEILIAN WEICE

赢在顶点

专在微点

河北教育出版社

主 编：梁至鹏 责任编辑：赵 磊
美术编辑：于 越 封面设计：WKT微课时代



专题集结号：邀你一起“赶考”！

专题微讲

→ 高考冲刺的精准导航，一线信息的动态渗透，二轮专题的科学定位，规律技巧的高分策略。

专题微练

→ 步步为赢的专题跟踪，二轮考点的对应训练，章节单元的综合评估，阶段专题的水平考查。

专项微测

→ 考试大纲的块面测试，考前冲刺的仿真试卷，专题模拟的完美组合，知识能力的滚动提升。

微点奉献 超值馈赠

- ◆ 微课时代多功能学习垫板：考前必备，使用方便、快捷，提分更高效，1：1配送。
- ◆ 微课时代“密卷”：2017年4月提供5套全国最新模拟试卷，5月提供5套名校终极押题卷，扫描二维码 即可下载使用，每套试题配有详解答案，方便学生自测。
- ◆ 教师用书：大字号，宽行距，让教师备课不疲劳。
- ◆ 配套课件光盘：PPT课件、word版试题尽显其中，讲课更贴心。

微信扫一扫
福利立刻有



手机微信扫公共平台
关注最新福利立即给

手机淘宝扫一扫
温馨提示 请使用
手机淘宝扫一扫



手机淘宝扫码 红包？
优惠？全在这呢！



新品上市
NEW ARRIVAL

只做简约的睿者，不爱繁琐的禁锢。
我是创意笔记本，我为自己代言。



环保纸质放心购
SAFETY PAPER REST ASSURED TO BUY

上架建议 赢在微点

ISBN 978-7-5545-2906-5



定 价：45.00元

赢在微点

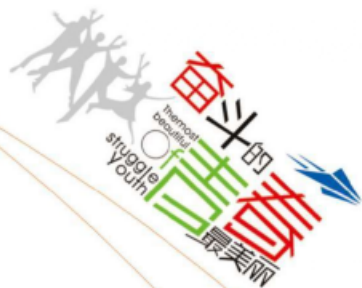
——MICRO无微不至——

考前顶层设计 数学_理

主编 梁至鹏

I 专题微讲 II 专题微练 III 专项微测

河北教育出版社



图书在版编目(CIP)数据

赢在微点·考前顶层设计·数学·理科使用 / 梁至
鹏主编. — 石家庄: 河北教育出版社, 2016.9
ISBN 978-7-5545-2906-5

I. ①赢… II. ①梁… III. ①中学数学课—高中—教
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 202063 号

主 编: 梁至鹏

副主编: 李志林 刘小华

编 委: 邓 娟 邱文丁 江露维 黄卫民
罗能祥 汪常新 赵国力 巩继忠
潘光东 孙五林 谭长平

赢在微点 考前顶层设计·数学 理



主 编 梁至鹏

责任编辑 赵 磊

美术编辑 于 越

出 版 河北教育出版社有限责任公司 <http://www.hbep.com>
(石家庄市联盟路 705 号, 050061)

发 行 微课时代(北京)文化传媒有限公司

印 制 肃宁县科发印刷厂

开 本 890 毫米×1240 毫米 1/16

印 张 15

字 数 480 千字

版 次 2016 年 9 月第 1 版

印 次 2016 年 9 月第 1 次印刷

印 数 1—10 000

书 号 ISBN 978-7-5545-2906-5

定 价 45.00 元

版权所有·侵权必究

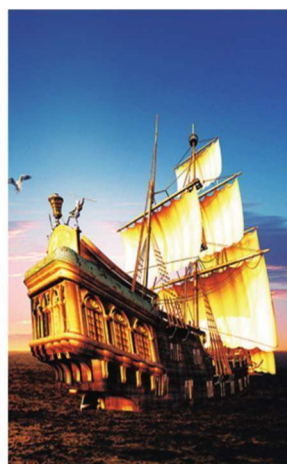
领航未来 FUTURE PILOT



带着梦想去远航
责任与担当
国和家
心中沉甸甸的份量



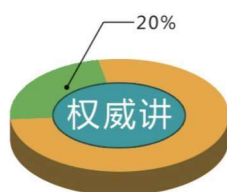
带着青春去远航
拼搏与志向
冬和夏
在去教室的路上



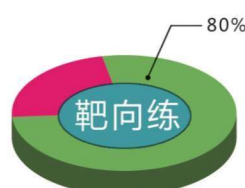
带着自信去远航
惊涛与骇浪
风和雨
岂能将远行的脚步阻挡



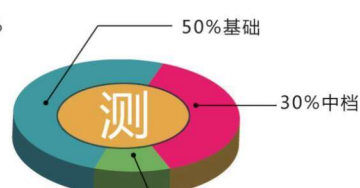
带着希望去远航
胸怀与肩膀
苦和乐
在汗水中收获与成长



高人一招



抢人一步



胜人一筹

十年

寒窗为今朝

赢在微点·数学

微讲、微练、微测相承相促,是图书编写的最大亮点

亮点展示 完美方案

讲



1 讲高考

研析最新考纲,探寻命题规律,把握命题考向,实现与高考零距离对接!

2 讲典例

精选最新高考题、模拟题,从考向入手,抓主干,细剖析,快速突破!

3 讲方法

总结有效方法,汇聚解题窍门,力求事半功倍!

4 讲易错

归纳易错点,反思易错题,自我纠错新跨越!

练



1 练真题

精选 2015—2016 高考真题,体验高考命题点,感悟高考常用解题思想与方法技巧!

2 练模拟

精选 2016 名校模拟试题,夯基点,攻重点,扫盲点,动笔实践,能力提升看得见!

3 练原创

洞悉高考命题点,创新情景,多角度,巧交汇,专家命题预测,高考精准押题!

测



1 “12 选择题+4 填空题”80 分小题专项微测

高考选择题与填空题的分值占据了高考数学的半壁江山,准确而快速地做好高考选择题与填空题是决胜高考的第一关!

2 “17 题~19 题+三选一”中档大题 46 分专项微测

高考数学 6 个解答题,规范做好 4 个中档解答题是决胜高考的第二关!

3 “20 题~21 题”压轴大题 24 分专项微测

冲刺 2 个压轴大题,实现高考数学新突破!

高中数学二轮复习备考策略

- 一、以数学思想方法来引领
- 二、以专题微讲微练来驱动
- 三、以特色专项微测来提能

[解放思想 创新备考]

一、为什么以数学思想方法来引领?

《考试大纲》中明确指出“对数学科考查,坚持能力立意,加强对数学思想与数学方法的考查。”“数学思想方法”是数学的灵魂,所有的高考试题都要用到数学思想与数学方法。只有领悟和掌握了数学思想方法,才能使学生在高考数学中左右逢源,游刃有余。

二、为什么以专题微讲微练来驱动?

二轮复习是一轮复习的巩固和延伸。一轮复习强调的是基础知识,基本技能,基本方法的熟练;强调的是知识点的覆盖面。二轮复习则是承上启下,使知识系统化,条理化。以专题微讲微练来驱动,有利于学生在短时间内对主干知识版块考点题型及解题思想方法得以巩固。

三、为什么以特色专项微测来提能?

“特色专项微测”以高考数学题型来划分。其中,选择题与填空题(80分),占据了高考数学的“半壁江山”,小题限时微测学生稳拿基础分。解答题按难易程度分为“17题~19题+‘三选一’”46分中档题微测,“20题~21题”24分压轴题微测,大题分类微测有助于提升学生解答大题的能力,实现高考数学得分新突破。

专题微讲·一轮凝缩,不留盲点 凝缩一轮知识,扫除一轮盲点。 把握考试方法,寻找应对策略。 夯实所学内容,保分无懈可击。	专题微练·二轮透视,关注重点 关注复习重点,一题归纳一法。 规范解题步骤,掌握答题要领。 做好考前突击,增分垂手可得。	专项微测·三维特训,点燃爆点 选取最新试题,做好考前集训。 完善知识体系,提高解题能力。 减少答题失误,捞分势在必行。
---	---	---

微点目录



专题微讲

第一部分 论方法·高考数学思想方法

第1讲	函数与方程思想	001
第2讲	数形结合思想	002
第3讲	分类讨论思想	004
第4讲	转化与化归思想	005
第5讲	选择题、填空题常用解法	006

第二部分 讲重点·小题专练

第1讲	集合、复数、常用逻辑用语	009
第2讲	函数的性质与图像	012
第3讲	导数及其应用	015
第4讲	三角函数、解三角形	017
第5讲	不等式、平面向量	019
第6讲	程序框图、推理、线性规划	021
第7讲	数列	025
第8讲	立体几何	027
第9讲	解析几何	030
第10讲	计数原理、概率、统计与统计案例	035

第三部分 讲重点·大题专练

第1讲	三角函数与解三角形	041
第2讲	数列	043
第3讲	概率与统计	045
第4讲	立体几何	049
第5讲	解析几何	052
第6讲	函数与导数	056
第7讲	选修4系列	059
答案全解全析		061

附:

专题微练	093~148
专项微测	149~236

第一部分

论方法·高考数学思想方法

研究一下数学思想方法吧！它会使你站在一个崭新的高度去审视问题。只有熟练掌握数学思想方法，才能使你在解答高考数学试题时左右逢源，游刃有余！

数学思想方法是数学的灵魂，熟练掌握通性通法，是穿越高考数学的关键，所有的高考数学试题都可以用数学思想方法求解。掌握好数学思想方法，能极大地提升我们的数学素养，也使我们的解题技能产生“质”的飞跃。

第1讲 函数与方程思想

一、函数思想

就是用运动和变化的观点，分析和研究问题中的数量关系，并用函数的解析式将问题表述出来，从而通过研究函数的图像和性质，使问题获得解决。

二、方程思想

就是分析和研究数学问题中的等量关系，构建方程或方程组，从而通过对方程或方程组解的讨论，使问题获得解决。

三、函数思想与方程思想的联系

函数思想与方程思想是密切相关的，函数问题可以转化为方程问题求解，同样方程问题也可转化为函数问题求解。如方程 $f(x)=g(x)$ 解的问题可以转化为函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 图像的交点问题，方程 $f(x)=a$ 有解的问题可以转化为当且仅当 a 属于函数 $y=f(x)$ 的值域问题。

类型一 利用函数思想比较大小

【典例1】(1)(2016·全国卷Ⅲ)已知 $a=2^{\frac{4}{3}}$, $b=3^{\frac{2}{3}}$, $c=25^{\frac{1}{3}}$, 则 ()

- A. $b < a < c$ B. $a < b < c$
C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

(2)(2016·全国卷Ⅰ)若 $a > b > 0$, $0 < c < 1$, 则 ()

- A. $\log_a c < \log_b c$ B. $\log_c a < \log_c b$
C. $a^c < b^c$ D. $c^a > c^b$

[试解]

【对点练1】(1)(2016·天津一模)已知 $a=\log_2 5$,

$b=\log_5 (\log_2 5)$, $c=\left(\frac{1}{2}\right)^{-0.52}$, 则 ()

- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$
C. $c < b < a$ D. $b < a < c$

(2)(2016·四川双语中学模拟)已知 $a=\log_2 9 -$

$\log_2 \sqrt{3}$, $b=1+\log_2 \sqrt{7}$, $c=\frac{1}{2}+\log_2 \sqrt{13}$, 则 ()

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$
C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

类型二 利用函数思想求最值(或范围)

【典例2】(1)(2016·全国卷Ⅱ)函数 $f(x)=\cos 2x + 6\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ 的最大值为 ()

- A. 4 B. 5
C. 6 D. 7

(2)(2016·全国卷Ⅰ)若函数 $f(x)=x-\frac{1}{3}\sin 2x + a\sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $[-1, 1]$ B. $\left[-1, \frac{1}{3}\right]$
C. $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$ D. $\left[-1, -\frac{1}{3}\right]$

(3)(2016·北京卷)已知 $A(2, 5)$, $B(4, 1)$ 。若点 $P(x, y)$ 在线段 AB 上, 则 $2x-y$ 的最大值为 ()

- A. -1 B. 3
C. 7 D. 8

[试解]

【对点练 2】(1)(原创题)若“ $\forall x \in [0, \frac{\pi}{4}], \sin x + \cos x \leq m$ ”是真命题,则实数 m 的最小值为_____。

(2)(原创题)已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 且 $3x^2 - 6x + 2y^2 = 0$, 则使不等式 $x^2 + y^2 \leq a$ 恒成立的 a 的取值范围是_____。

类型三 方程思想在解题中的应用

【典例 3】(1)(2016·全国卷 I) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c 。已知 $a = \sqrt{5}, c = 2, \cos A = \frac{2}{3}$, 则 $b =$ ()

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$

C. 2 D. 3

(2)(2016·全国卷 II) 圆 $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$ 的圆心到直线 $ax + y - 1 = 0$ 的距离为 1, 则 $a =$ ()

A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$

C. $\sqrt{3}$ D. 2

(3)(2016·全国卷 III) 已知 O 为坐标原点, F 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点, A, B 分别为 C 的左, 右顶点, P 为 C 上一点, 且 $PF \perp x$ 轴, 过点 A 的直线 l 与线段 PF 交于点 M , 与 y 轴交于点 E , 若直线 BM 经过 OE 的中点, 则 C 的离心率为 ()

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

(4)(2016·浙江卷改编) 设函数 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ 。已知 $a \neq 0$, 且 $f(x) - f(a) = (x - b)(x - a)^2, x \in \mathbf{R}$, 则实数 $a + b =$ _____。

【试解】

【对点练 3】(1)(2016·东北三省四市二模) 已知 $\sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) = \cos(\frac{\pi}{6} + \alpha)$, 则 $\tan \alpha =$ ()

A. -1 B. 0

C. $\frac{1}{2}$ D. 1

(2)(2016·全国卷 I) 设向量 $a = (x, x + 1), b = (1, 2)$, 且 $a \perp b$, 则 $x =$ _____。

(3)(2016·北京卷改编) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线为 $2x + y = 0$, 一个焦点为 $(\sqrt{5}, 0)$, 则 $a + b =$ _____。

(4)(2016·江苏卷) 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, S_n 是其前 n 项和。若 $a_1 + a_2^2 = -3, S_5 = 10$, 则 a_9 的值是_____。



把握高考微点, 实现素能提升

温馨提示: 完成 P095, 专题微练·作业(一)

专题微练·单独成册

第 2 讲 数形结合思想

002

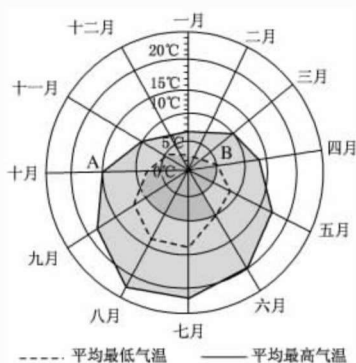
专题微讲

1. 数形结合是一种数学思想方法, 包括“以形助数”和“以数辅形”两个方面, 其应用大致可以分为两种情形: (1) 借助形的生动和直观性来阐明数之间的关系, 即以形作为手段, 数作为目的。如应用函数的图像来直观说明函数的性质。(2) 借助数的精确性和规范严密性来阐明形的某些属性, 即以数作为手段, 形作为目的。如应用曲线的方程来精确阐明曲线的几何性质。

2. 运用数形结合思想分析和解决问题时, 要注意三点: 第一要认识一些概念和运算的几何意义以及曲线的代数特征, 对数学问题中的条件和结论既分析其几何意义又分析其代数意义; 第二是恰当设参、合理用参, 建立关系, 由数思形, 以形助数, 做好数形转化; 第三是正确地确定参数的取值范围。数形结合思想在解选择题、填空题时发挥着奇特的功效, 这就要求我们在平时学习中加强训练, 以提高解题能力和速度。

类型一 “以形助数”数形结合思想的运用

【典例 1】(1)(2016·全国卷 III) 某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况, 绘制了一年(12 个月)平均最高气温和平均最低气温的雷达图。图中 A 点表示十月的平均最高气温约为 15°C , B 点表示四月的平均最低气温约为 5°C , 下面叙述不正确的是 ()

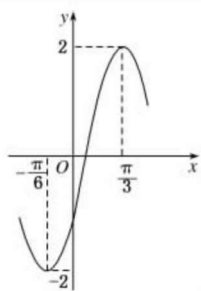


- A. 各月的平均最低气温都在 0°C 以上
B. 七月的平均温差比一月的平均温差大



- C. 三月和十一月的平均最高气温基本相同
D. 平均最高气温高于 20°C 的月份有 5 个

(2)(2016·全国卷 II) 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的部分图像如图所示, 则 ()



- A. $y=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ B. $y=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$
C. $y=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ D. $y=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

(3)(2016·四川卷) 已知正三角形 ABC 的边长为 $2\sqrt{3}$, 平面 ABC 内的动点 P, M 满足 $|\overrightarrow{AP}|=1, \overrightarrow{PM}=\overrightarrow{MC}$, 则 $|\overrightarrow{BM}|^2$ 的最大值是 ()

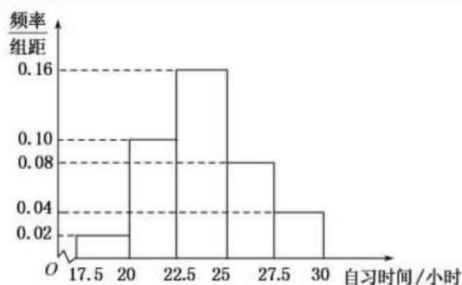
- A. $\frac{43}{4}$ B. $\frac{49}{4}$
C. $\frac{37+6\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{37+2\sqrt{33}}{4}$

[试解]

【对点练 1】(1)(2016·浙江卷) 若平面区域 $\begin{cases} x+y-3\geq 0, \\ 2x-y-3\leq 0, \end{cases}$ 夹在两条斜率为 1 的平行直线之间, 则这两条平行直线间的距离的最小值是 ()

- A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B. $\sqrt{2}$
C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{5}$

(2)(2016·山东卷) 某高校调查了 200 名学生每周的自习时间(单位: 小时), 制成了如图所示的频率分布直方图, 其中自习时间的范围是 $[17.5, 30]$, 样本数据分组为 $[17.5, 20), [20, 22.5), [22.5, 25), [25, 27.5), [27.5, 30]$ 。根据直方图, 这 200 名学生中每周的自习时间不少于 22.5 小时的人数是 ()

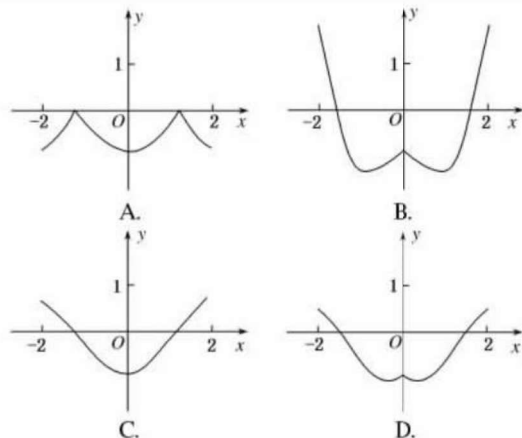


- A. 56 B. 60 C. 120 D. 140

(3)(2016·全国卷 I) 设直线 $y=x+2a$ 与圆 $C: x^2+y^2-2ay-2=0$ 相交于 A, B 两点, 若 $|AB|=2\sqrt{3}$, 则圆 C 的面积为 _____。

类型二 “以数助形”数形结合思想的运用

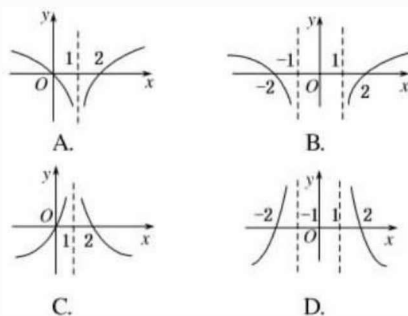
【典例 2】(1)(2016·全国卷 I) 函数 $y=2x^2-e^{|x|}$ 在 $[-2, 2]$ 的图像大致为 ()



(2)(2016·山东卷) 已知圆 $M: x^2+y^2-2ay=0 (a>0)$ 截直线 $x+y=0$ 所得线段的长度是 $2\sqrt{2}$, 则圆 M 与圆 $N: (x-1)^2+(y-1)^2=1$ 的位置关系是 ()
A. 内切 B. 相交
C. 外切 D. 相离

[试解]

【对点练 2】(1)(2016·衡水中学调研) 已知 $a>0$ 且 $a\neq 1$, 若函数 $f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2+k})$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上既是奇函数, 又是增函数, 则函数 $g(x)=\log_a|x-k|$ 的图像是 ()



(2)(2016·皖南八校联考) 若直线 $ax+by-3=0$ 与圆 $x^2+y^2=3$ 没有公共点, 设点 P 的坐标为 (a, b) , 则过点 P 的直线与椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的公共点的个数为 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

把握高考微点, 实现素能提升

温馨提示: 完成 P096, 专题微练·作业(二)

专题微练·单独成册

第3讲 分类讨论思想

一、分类讨论思想

在解答数学问题时,我们常常会遇到这样一种情况:解到某一步之后,发现问题的求解有着多种不同的方向。此时,我们就要按照求解的不同方向,有条理地划分为若干部分分别研究。研究的基本方向是“分”,但分类解决问题后,还必须把分类的各种情况整合在一起。这种“合一—分—合”的解决问题的思想,就是分类讨论思想,同时它也是一种重要的解题策略,体现了化整为零、积零为整的思想与归类整理的方法。运用分类讨论思想解题必须做到“分类标准明确统一”,“分类标准不重不漏”两大原则。

二、分类讨论的常见类型

1. 由数学概念引起的分类讨论。如绝对值的定义、直线的斜率等。
2. 由数学运算要求引起的分类讨论。如除法运算中除数不能为零,偶次方根为非负数,对数运算中真数与底数的要求等。
3. 由性质、定理、公式的限制引起的分类讨论。如等比数列的前 n 项和公式,函数的单调性等。
4. 由图形的不确定性引起的分类讨论。如二次函数、指数函数、对数函数的图像等。
5. 由参数变化引起的分类讨论。如含参数的方程、不等式,由于参数的不同会导致不同的结果等。

类型一 由数学概念、性质、定理、公式产生的分类讨论

【典例 1】(1)(2016·甘肃会宁一中月考改编)不等式 $(a-2)x^2+2(a-2)x-4<0$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立,则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-2,2)$ B. $[-2,2]$
C. $[-2,2)$ D. $(-2,2]$

(2)(2016·四川南充模拟)过点 $P(2,3)$,并且在两坐标轴上的截距互为相反数的直线 l 的方程为 ()

- A. $x-y+1=0$
B. $x-y+1=0$ 或 $3x-2y=0$
C. $x+y-5=0$
D. $x+y-5=0$ 或 $3x-2y=0$

(3)设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且 $a_1=1, a_{n+1}=3S_n$,则 $a_n=$ _____。

【试解】

【对点练 1】(1)已知集合 $A=\{x|x<-1 \text{ 或 } x>4\}$, $B=\{x|2a\leq x\leq a+3\}$,若 $A\cup B=A$,则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty,-4)\cup(2,3]$
B. $(-\infty,-4)\cup[2,3]$
C. $(-\infty,-4)\cup[2,3)$
D. $(-\infty,-4)\cup(2,+\infty)$

(2)(2015·全国卷 I)已知函数 $f(x)=\begin{cases} 2^{x-1}-2, & x\leq 1, \\ -\log_2(x+1), & x>1, \end{cases}$ 且 $f(a)=-3$,则 $f(6-a)=$ ()

- A. $-\frac{7}{4}$ B. $-\frac{5}{4}$
C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

类型二 由图形(或参数)的不确定性产生的分类讨论

【典例 2】(1)(2015·福建高考题改编)若 $\sin\alpha=-\frac{5}{13}$,则 $\tan\alpha$ 的值等于 ()

- A. $-\frac{5}{12}$ 或 $\frac{12}{5}$ B. $-\frac{12}{5}$ 或 $\frac{5}{12}$
C. $\pm\frac{12}{5}$ D. $\pm\frac{5}{12}$

(2)(2016·安徽皖北一联)已知函数 $f(x)=-x^2+2ax+1-a$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值为 2,则 a 的值为 ()

- A. 2 B. -1 或 -3
C. 2 或 -3 D. -1 或 2

【试解】

【对点练 2】(1)(2016·江西上饶二模)若 m,n 表示不同的直线, α,β 表示不同的平面,则下列结论中正确的是 ()

- A. 若 $m//\alpha, m//n$,则 $n//\alpha$
B. 若 $m\subset\alpha, n\subset\beta, m//\beta, n//\alpha$,则 $\alpha//\beta$
C. 若 $\alpha\perp\beta, m//\alpha, n//\beta$,则 $m//n$
D. 若 $\alpha//\beta, m//\alpha, n//m, n\not\subset\beta$,则 $n//\beta$

(2)已知双曲线 $\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{n}=1$ 的一条渐近线方程为 $y=\frac{4}{3}x$,则该双曲线的离心率 e 为_____。

类型三 由数学运算产生的分类讨论

【典例 3】(2016·全国卷 II)等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3+a_4=4, a_5+a_7=6$ 。

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;



(2) 求 $b_n = [a_n]$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 10 项和, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 如 $[0.9] = 0, [2.6] = 2$ 。

[试解]

【对点练 3】(2016·江苏卷) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n 。已知 $S_2 = 4, a_{n+1} = 2S_n + 1, n \in \mathbf{N}^*$ 。

(1) 求通项公式 a_n ;

(2) 求数列 $\{|a_n - n - 2|\}$ 的前 n 项和。



把握高考微点, 实现素能提升

温馨提示: 完成 P097, 专题微练·作业(三)

专题微练·单独成册 <<

第 4 讲 转化与化归思想

一、转化与化归思想

就是在解决数学问题时, 采用某种手段将问题通过变换使之转化, 进而使问题得到解决的一种数学思想方法。一般是将复杂的问题转化为简单的问题, 将陌生的问题转化为熟知的问题, 将难解的问题转化为容易解决的问题。转化与化归思想是实现具有相互关联的知识版块进行相互转化的依据。如函数与不等式、函数与方程、数与形、式与数、空间与平面、实际问题与数学问题的转化、换元法等都体现了转化与化归思想。

二、常见的转化方法

1. 直接转化法: 原问题转化为基本定理、基本公式或基本图形问题。

2. 换元法: 运用“换元”把式子转化为有理式或使整式降幂等。

3. 数形结合法: 把问题中的数量关系(解析式)与空间形式(图形)关系相互转化。

4. 特殊化方法: 把原问题的一般性形式向特殊形式转化, 并证明特殊化后的结论适合一般性的结论。

5. 等价转化法: 把原问题转化为一个易于解决的等价性命题, 达到化归的目的。

6. 构造法: “构造”一个合适的数学模型, 把问题转化为易于解决的问题。

类型一 等价转化与直接转化

【典例 1】(1) (2016·扬州中学模拟改编) 已知 $p: -4 < x - a < 4, q: (x - 2)(3 - x) > 0$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分条件, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-1, 6)$ B. $(-1, 6]$
C. $[-1, 6)$ D. $[-1, 6]$

(2) (2016·全国卷 III) 若 $\tan \theta = -\frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\theta =$

()

- A. $-\frac{4}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$
C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

[试解]

【对点练 1】(1) (2016·安徽皖江名校联考) 定义在 $[-2, 2]$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] > 0, x_1 \neq x_2$, 且 $f(a^2 - a) > f(2a - 2)$, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $[-1, 2)$ B. $[0, 2)$
C. $[0, 1)$ D. $[-1, 1)$

(2) (2016·全国卷 I) 已知 θ 是第四象限角, 且 $\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{5}$, 则 $\tan(\theta - \frac{\pi}{4}) =$ _____。

类型二 数形转化与换元转化

【典例 2】(1) (2016·浙江卷) 已知函数 $f(x)$ 满足: $f(x) \geq |x|$ 且 $f(x) \geq 2^x, x \in \mathbf{R}$ 。 ()

- A. 若 $f(a) \leq |b|$, 则 $a \leq b$ B. 若 $f(a) \leq 2^b$, 则 $a \leq b$
C. 若 $f(a) \geq |b|$, 则 $a \geq b$ D. 若 $f(a) \geq 2^b$, 则 $a \geq b$

(2) (原创题) 函数 $y = (4 - 3\sin x)(4 - 3\cos x)$ 的最小值为 _____。

[试解]

【对点练 2】(1)(2016·全国卷 II)若 x, y 满足约束

$$\begin{cases} x-y+1 \geq 0, \\ x+y-3 \geq 0, \\ x-3 \leq 0, \end{cases} \text{ 则 } z=x-2y \text{ 的最小值为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2)(2016·衡水调研改编)已知 $x < 0, y < 0$, 且 $x+y=-1$, 则 $xy+\frac{1}{xy}$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

类型三 一般与特殊的转化

【典例 3】(1)(2016·全国卷 II)已知函数 $f(x) (x \in \mathbf{R})$ 满足 $f(x)=f(2-x)$, 若函数 $y=|x^2-2x-3|$ 与 $y=f(x)$ 图像的交点为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$, 则 $\sum_{i=1}^m x_i =$ ()

- A. 0 B. m
C. $2m$ D. $4m$

(2)如果 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 为各项都大于零的等差数列, 且其公差不为零, 则 ()

- A. $\frac{a_1 a_2 \dots a_{16}}{a_2 a_2 \dots a_{15}} > 1$ B. $\frac{a_1 a_2 \dots a_{16}}{a_2 a_2 \dots a_{15}} < 1$
C. $\frac{a_1 + a_2 \dots a_{16}}{a_2 + a_2 \dots a_{15}} > 1$ D. $\frac{a_1 + a_2 \dots a_{16}}{a_2 + a_2 \dots a_{15}} < 1$

【试解】

【对点练 3】(1)若对任意的实数 x, y , 函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)$, 且 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$, 则 ()

- A. $f(x)$ 是偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减
B. $f(x)$ 是偶函数且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增
C. $f(x)$ 是奇函数且在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减
D. $f(x)$ 是奇函数且在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增

(2)函数 $f(x)=M\sin(\omega x+\varphi) (\omega > 0)$ 在区间 $[a, b]$ 上是增函数, 且 $f(a)=-M, f(b)=M$, 则函数 $g(x)=M\cos(\omega x+\varphi)$ 在 $[a, b]$ 上 ()

- A. 是增函数 B. 是减函数
C. 可以取得最大值 M D. 可以取得最小值 $-M$

类型四 构造转化

【典例 4】(2016·全国卷 II)已知函数 $f(x)=(x+1) \cdot \ln x - a(x-1)$.

(1)当 $a=4$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切

线方程;

(2)若当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f(x) > 0$, 求 a 的取值范围.

【试解】

【对点练 4】(2016·全国卷 III)设函数 $f(x)=\ln x - x+1$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)证明当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $1 < \frac{x-1}{\ln x} < x$;

(3)设 $c > 1$, 证明当 $x \in (0, 1)$ 时, $1+(c-1)x > c^x$.

第 5 讲 选择题、填空题常用解法

该题型的基本特点: 绝大部分选择题属于低中档题目, 且一般按由易到难的顺序排列, 注重多个知识点的小型综合, 渗透各种数学思想和方法, 能充分考查灵活应用基础知识解决数学问题的能力. 解数学选择题、填空题的常用方法, 主要分直接法和间接法两大类. 直接法是解答选择题最基本、最常用的方法, 但高考的题量较大, 如果所有选择题、填空题都用直接法解答, 不但时间不允许, 甚至有些题目根本无法解答, 因此, 我们还要研究解答选择题与填空题的一些技巧, 总的来说, 选择题与

填空题属小题, 解题的原则是: 小题巧解, 小题小做.

方法一 直接法

直接从题设的条件出发, 利用已知条件、相关公式、公理、定理、法则, 通过准确的运算、严谨的推理、合理的验证得出正确的结论, 然后对照题目所给出的选项“对号入座”作出相应的选择, 从而确定正确选项的方法. 涉及概念、性质的辨析或运算较简单的题目常用直接法.

把握高考微点, 实现素能提升

温馨提示: 完成 P098, 专题微练·作业(四)

专题微练·单独成册 <<



【典例 1】(1)(2016·全国卷 I) 直接 l 经过椭圆的一个顶点和一个焦点,若椭圆中心到 l 的距离为其短轴长的 $\frac{1}{4}$,则该椭圆的离心率为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

(2)(2015·湖南卷改编) 已知点 A, B, C 在圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上运动,且 $AB \perp BC$. 若点 P 的坐标为 $(2, 0)$,则 $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}|$ 的最大值为 _____。

【试解】

【名师点拨】直接法适用的范围很广,只要运算正确必能得出正确的答案。平时练习中应不断提高用直接法解选择题的能力,准确把握题目的特点。用简便的方法巧解选择题是建立在扎实掌握“三基”的基础上的,否则一味求快则会快中出错。

【对点练 1】(1) 已知奇函数 $f(x)$ 满足: $f(x) = f(x+2)$, 且当 $x \in (0, 1)$ 时, $f(x) = 2^x - 1$, 则 $f(\log_{\frac{1}{2}} 24)$ 的值为 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{5}{2}$ C. $-\frac{5}{24}$ D. $-\frac{23}{24}$

(2) 已知过抛物线 $\Gamma: x = -\frac{y^2}{2}$ 的焦点 F 的直线交抛物线 Γ 于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点,若 $x_1 + x_2 = -7$, 则 $|AB|$ 的值为 _____。

方法二 特例法

从题干(或选项)出发,通过选取特殊情况代入,将问题特殊化或构造满足题设条件的特殊函数或图形位置进行判断。特殊化法是“小题小做”的重要策略,要注意在怎样的情况下才可使用,特殊情况可能是:特殊值、特殊点、特殊位置、特殊数列等,适用于题目中含有字母或具有一般性结论的选择题。

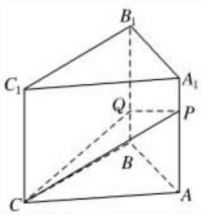
【典例 2】(1) 已知 $x > y > z$, 且 $x + y + z = 0$, 则下列不等式中恒成立的是 ()

- A. $xy > yz$ B. $xz > yz$
C. $xy > xz$ D. $x|y| > z|y|$

(2) 如图,在棱柱的侧棱 A_1A 和 B_1B 上各有一动点 P, Q 满足 $A_1P = BQ$, 过 P, Q, C 三点的截面把棱柱分成两部分,则其体积之比为 ()

- A. $3:1$ B. $2:1$
C. $4:1$ D. $\sqrt{3}:1$

【试解】



【名师点拨】特例法解选择题时,要注意以下两点:

第一,取特例尽可能简单,有利于计算和推理;

第二,若在不同的特殊情况下有两个或两个以上的结论相符,则应选另一特例情况再检验,或改用其他方法求解。

【对点练 2】(1) 设函数 $y = f(x)$ 定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上, 则函数 $y = f(x-1)$ 与 $y = f(1-x)$ 的图像关于 ()

- A. 直线 $y=0$ 对称 B. 直线 $x=0$ 对称
C. 直线 $y=2$ 对称 D. 直线 $x=1$ 对称

(2)(2016·济南模拟) 若 $f(x) = \frac{1}{2 \cdot 016^x - 1} + a$ 是奇函数,则 $a =$ _____。

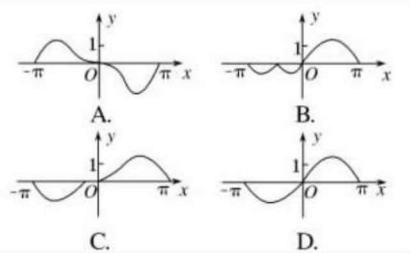
方法三 排除法

数学选择题的解题本质就是去伪存真,舍弃不符合题目要求的选项,找到符合题意的正确结论。筛选法(又叫排除法)就是通过观察分析或推理运算各项提供的信息或通过特例,对于错误的选项,逐一剔除,从而获得正确的结论。

【典例 3】(1)(2016·衡水中学调研) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 4(x-1), & x \geq 2 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1, & x < 2 \end{cases}$, 若 $f(x_0) > 3$, 则 x_0 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ B. $(0, 2)$
C. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ D. $(-1, 3)$

(2)(2016·北大附中模拟) 函数 $f(x) = (1 - \cos x) \cdot \sin x$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图像大致为 ()



【试解】

【名师点拨】(1) 对于干扰项易于淘汰的选择题,可采用筛选法,能剔除几个就先剔除几个。

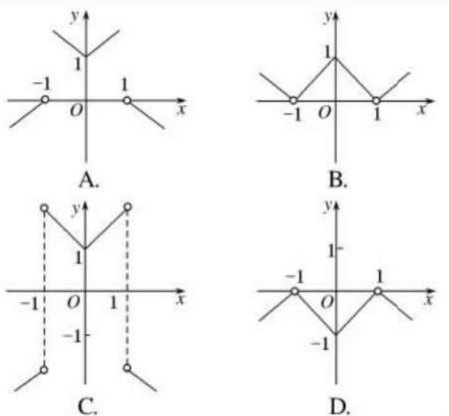
(2) 允许使用题干中的部分条件淘汰选项。

(3) 如果选项中存在等效命题,那么根据规定——唯一,等效命题应该同时排除。

(4) 如果选项中存在两个相反的或互不相容的判断,那么其中至少有一个是假的。

(5) 如果选项之间存在包含关系,要根据题意才能判断。

【对点练3】函数 $f(x) = \frac{|1-x^2|}{1-|x|}$ 的图像是 ()



方法四 数形结合法

根据题设条件作出所研究问题的曲线或有关图形,借助几何图形的直观性作出正确的判断,这种方法叫数形结合法。有的选择题可通过命题条件的函数关系或几何意义,作出函数的图像或几何图形,借助于图像或图形的作法、形状、位置、性质,得出结论,图形化策略是以数形结合的数学思想为指导的一种解题策略。

【典例4】(1)已知实数 x, y 满足约束条件

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y+x \leq 2 \\ y+2x \leq 3 \end{cases}, \text{则 } z = \frac{y+4}{x+2} \text{ 的最大值为} \quad ()$$

- A. $\frac{8}{7}$ B. $\frac{5}{3}$ C. 3 D. $\frac{10}{3}$

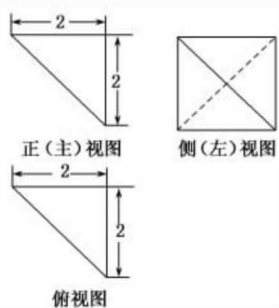
(2)已知 A, B 是圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 上的两个点, P 是线段 AB 上的动点,当 $\triangle AOB$ 的面积最大时, $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AP}^2$ 的最大值是 ()

- A. -1 B. 0 C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{2}$

【试解】

【名师点拨】用数形结合法解题时,函数的图像应尽最大可能作精准,尤其是图像的关键点、关键线、形状及范围等,谨防图像不准造成解题失误。

【对点练4】(1)一四面体的三视图如图所示,则该四面体四个面中最大的面积是 ()



- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

(2)(2015·湖北卷)函数 $f(x) = 4\cos^2 \frac{x}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 2\sin x - |\ln(x+1)|$ 的零点个数为 _____。

方法五 构造法

构造法就是利用已知条件和结论的特殊性构造出新的数学模型,从而简化推理与计算过程,使较复杂的问题得到简捷的解法。运用构造法构造数学模型常见的有函数模型、几何图形、数列等。

【典例5】(1)(2016·江西宜春中学、新余一中联考)已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $g(x)$ 的导函数为 $g'(x)$,满足 $g'(x) - g(x) < 0$,若函数 $g(x)$ 的图像关于直线 $x=2$ 对称,且 $g(4)=1$,则不等式 $\frac{g(x)}{e^x} > 1$ 的解集为 ()

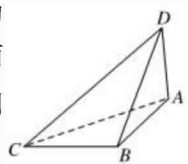
- A. $(-2, +\infty)$ B. $(0, +\infty)$
C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, 2)$

(2)若一个四面体的四个面中,有两个面都是直角边为1的等腰直角三角形,另两个面都是直角边分别为1和 $\sqrt{2}$ 的直角三角形,则该四面体的外接球的表面积为 _____。

【试解】

【名师点拨】运用构造法解题时,要深刻分析题目的已知条件和待求结论之间的联系,并联想相关的数学知识合理构造数学模型,需注意的是构造的数学模型要符合题目的已知条件。

【对点练5】(1)如图,已知球 O 的球面上有四点 A, B, C, D , $DA \perp$ 平面 ABC , $AB \perp BC$, $DA = AB = BC = \sqrt{2}$,则球 O 的体积等于 _____。



(2)设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2, a_{n+1} - 4a_n = 3 \times 2^{n+1}$,则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ _____。

把握高考微点,实现素能提升

温馨提示:完成 P099,专题微练·作业(五)

专题微练·单独成册

第二部分

讲重点·小题专练

选择题、填空题(小题)占据了高考数学试卷的“半壁江山”,是高考数学三大题型中的“大姐大”。她,美丽而善变,若即若离,总让不少人和她“擦肩而过”,无缘相识;她,含蓄而冷酷,一字千金,真真假假,想说爱你并不容易。能准确迅速地做好小题是高考数学夺取高分的基石。

第1讲 集合、复数、常用逻辑用语

考点一 集合

【典例1】(集合间的关系)

(1)(2016·长春质量监测)已知集合 $A=\{0,1,2\}$, $B=\{z|z=x+y, x\in A, y\in A\}$, 则 $B=$ ()

- A. $\{0,1,2,3,4\}$ B. $\{0,1,2\}$
C. $\{0,2,4\}$ D. $\{1,2\}$

(2)(2016·北京东城区一模)集合 $A=\{x|x\leq a\}$, $B=\{x|x^2-5x<0\}$, 若 $A\cap B=B$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a\geq 5$ B. $a\geq 4$
C. $a<5$ D. $a<4$

(3)(2016·石家庄质检二)设集合 $M=\{-1,1\}$, $N=\{x|x^2-x<6\}$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $N\subseteq M$ B. $M\cap N=\emptyset$
C. $M\subseteq N$ D. $M\cup N=\mathbf{R}$

【试解】

【对点练1】(2016·邢台模拟)已知集合 $A=\{x\in\mathbf{N}|x^2+2x-3\leq 0\}$, $B=\{C|C\subseteq A\}$, 则集合 B 中元素的个数为 ()

- A. 2 B. 3
C. 4 D. 5

【典例2】(集合的运算)

(1)(2016·北京西城区一模)设集合 $A=\{x|x^2\leq 4x\}$, 集合 $B=\{-1,2,-3,4\}$, 则 $A\cap B=$ ()

- A. $\{-1,2\}$ B. $\{2,4\}$
C. $\{-3,-1\}$ D. $\{-1,2,-3,4\}$

(2)(2016·北京东城区一模)若集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|x^2<3x\}$, $B=\{x|-1<x<2\}$, 则 $A\cup B=$ ()

- A. $\{x|-1<x<0\}$ B. $\{x|-1<x<3\}$
C. $\{x|0<x<2\}$ D. $\{x|0<x<3\}$

(3)(2016·黄冈质检)已知集合 $P=\{x|x^2-x-$

$2\leq 0\}$, $Q=\{x|\log_2(x-1)\leq 1\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}}P)\cap Q$ 等于

- A. $[2,3]$ B. $(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$
C. $(2,3]$ D. $(-\infty,-1]\cup(3,+\infty)$

【试解】

【对点练2】(1)(2016·江淮十校一联)若集合 $M=\{y|y=\frac{1}{x^2}\}$, $N=\{x|y=\sqrt{x-2}\}$, 那么 $M\cap N=$ ()

- A. $(0,+\infty)$ B. $[0,+\infty)$
C. $(2,+\infty)$ D. $[2,+\infty)$

(2)(2016·湖南四校联考)设全集 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x|2^x>1\}$, $B=\{x|\log_2 x>0\}$, 则 $A\cap(\complement_U B)=$ ()

- A. $\{x|x<0\}$ B. $\{x|x>1\}$
C. $\{x|0<x\leq 1\}$ D. $\{x|0\leq x<1\}$

(3)(2016·唐山统考)已知全集 $I=\{1,2,3,4,5,6\}$, 集合 $A=\{3,4,5\}$, $B=\{1,5,6\}$, 则图中阴影部分表示的集合是 ()

- A. $\{2,3,4\}$ B. $\{2,3,4,5\}$
C. $\{3,4\}$ D. $\{3,4,5\}$

【名师点拨】集合问题的解题策略

- (一)正确认识集合的元素及其属性并化简集合;
(二)重视数形结合思想方法的应用。

①若给定的集合涉及不等式的解集,则要借助数轴求解;②若涉及抽象集合,则借助 Venn 图求解;③若给定集合是点集,则借助函数图像求解。

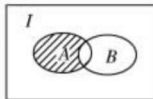
考点二 复数

【典例3】(复数的概念与运算)

(1)(2016·全国卷Ⅱ)设复数 z 满足 $z+i=3-i$, 则 $\bar{z}=$ ()

- A. $-1+2i$ B. $1-2i$
C. $3+2i$ D. $3-2i$

(2)(2016·全国卷Ⅰ)设 $(1+2i)(a+i)$ 的实部与虚



009

考前顶层设计·数学(理)