

# 国家教师资格考试

## 数学学科 知识研究

余小芬 孙虹 编著

GUOJIA  
JIAOSHI ZIGE KAOSHI  
SHUXUE XUEKE  
ZHISHI YANJIU



四川大学出版社

## 作者简介:



余小芬，1986年生，四川内江人，毕业于云南大学基础数学专业，理学硕士，有五年高中数学任教经历，现任内江师范学院讲师，主要从事中小小学数学教育及中、考高研究。出

版学术专著1部，在《教学与管理》《教育研究与评论》《中小学数学》《教学月刊》等20余种刊物发表论文80余篇，指导高中生、本科生发表数学论文10余篇。

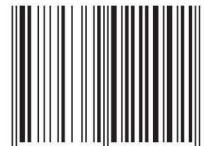


孙虹，1999年生，四川内江人，就读于内江师范学院数学与信息科学学院，现为2016级数学与应用数学专业卓越师范班本科生。在《理科考试研究》等省级公开刊物发表数学论文2篇。

# 国家教师资格考试

## 数学学科 知识研究

ISBN 978-7-5690-2200-1



9 787569 022001 >

定价: 53.00元

# 国家教师资格考试

## 数学学科 知识研究

余小芬 孙虹 编著

GUOJIA  
JIAOSHI ZIGE KAOSHI  
SHUXUE XUEKE ZHISHI YANJIU



四川大学出版社

责任编辑:毕 潜  
责任校对:龚娇梅  
封面设计:墨创文化  
责任印制:王 炜

### 图书在版编目(CIP)数据

国家教师资格考试数学学科知识研究 / 余小芬, 孙虹编著. —成都: 四川大学出版社, 2018. 8  
ISBN 978-7-5690-2200-1

I. ①国… II. ①余… ②孙… III. ①高等数学—教学研究—高等学校 IV. ①O13-42

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 182254 号

### 书名 国家教师资格考试数学学科知识研究

编 著 余小芬 孙 虹  
出 版 四川大学出版社  
地 址 成都市一环路南一段 24 号 (610065)  
发 行 四川大学出版社  
书 号 ISBN 978-7-5690-2200-1  
印 刷 四川盛图彩色印刷有限公司  
成品尺寸 185 mm×260 mm  
印 张 13.5  
字 数 342 千字  
版 次 2018 年 10 月第 1 版  
印 次 2018 年 10 月第 1 次印刷  
定 价 53.00 元



- ◆ 读者邮购本书,请与本社发行科联系。  
电话:(028)85408408/(028)85401670/  
(028)85408023 邮政编码:610065
- ◆ 本社图书如有印装质量问题,请  
寄回出版社调换。
- ◆ 网址:<http://press.scu.edu.cn>

版权所有◆侵权必究

# 前 言

1966年，联合国教科文组织和国际劳工组织在《关于教师地位的建议》中指出：“教学应当被认为是一种专业，它是一种公共服务的形式。教学需要教师具有专门的知识技能，并通过严格和持续的学习来获得和发展这些知识和技能。”由此，把教师工作视为专门职业，在国际组织的文件中得到确认。同时，对不断提高教师的专业水准也达成了国际共识。20世纪80年代以来，各国提高教师质量与专业性的诉求集中体现在国家制定不同层次、类别教师的专业标准，落实在获得教师资格证书的相应条件之中。我国作为教育大国，基础教育的师资问题始终是一个重要问题，提升我国教师队伍素质、规范教师资格证书认定程序是一项重要而艰巨的任务。为此，20世纪90年代以来，我国相继出台了《中华人民共和国教师法》《教师资格条例》《〈教师资格条例〉实施办法》等法律法规，以此作为提升我国教师队伍素质和获得教师资格证书的重要依据和法律依据。尤其是2010年由中共中央、国务院印发的《国家中长期教育改革和发展规划纲要（2010—2020年）》，对完善和严格实施教师准入制度、加强教师队伍建设、健全教师管理制度、促进教师专业化等提出了一系列政策措施。

国家教师资格考试是由国家制定考试标准，省级教育行政部门组织领导、省教育考试院统一管理实施的标准参照性考试，是评价申请教师资格人员是否具备从事教师职业所必需的教育教学基本素质和能力的考试，是实行“国标、省考、县聘、校用”的国家法定的职业资格准入标准性考试。2011年以来，我国陆续出台了《教育部关于大力推进教师教育课程改革的意见》《教师教育课程标准（试行）》《中小学和幼儿园教师资格考试标准（试行）》《幼儿园教师专业标准（试行）》《小学教师专业标准（试行）》《中学教师专业标准（试行）》等政策文件，统一国家教师资格考试标准，保障教师职业专业化并稳定快速地发展。从2011年秋季开始，教育部首先以浙江、湖北两省为试点，开始实施教师资格全国统考和定期注册制度，此后，河北、上海、海南、广西等省市相继实施，由此将完善教师准入机制、打破教师终身制、建设高素质教师队伍引领到一个新高度。

教师资格考试包括笔试和面试两部分。笔试一般在每年3月和11月各举行一次，主要考查申请人从事教师职业所应具备的教育理念、职业道德、法律法规知识、科学文化素养、阅读理解、语言表达、逻辑推理和信息处理等基本能力；教育教学、学生指导和班级管理的基本知识；拟任教学科领域的基本知识，教学设计实施评价的知识和方法，运用所学知识分析和解决教育教学实际问题的能力。笔试课程见下表：



类别		科目一	科目二	科目三
幼儿园		综合素质	保教知识与能力	
小学		综合素质	教育教学知识与能力	学科知识与教学能力
初级中学		综合素质	教育教学知识与能力	学科知识与教学能力
高级中学				学科知识与教学能力
中职	文化课教师	(试点省自行组织)		
	专业课教师	(试点省自行组织)		
中职实习指导教师		(试点省自行组织)		

注：科目三分为语文、数学、英语、思想品德（政治）、历史、地理、化学、生物、音乐、体育与健康、美术、信息技术等学科。

面试一般在每年5月和12月各举行一次，主要考查申请人的职业认知、心理素质、仪表仪态、言语表达、思维品质等教师基本素养和教学设计、教学实施、教学评价等教学基本技能。面试采取结构化面试、情境模拟等方式，通过抽题、备课、回答规定问题、试讲、答辩、评分等环节进行。笔试各科成绩合格者，方可参加面试。笔试和面试均合格后由教育部考试中心（教育部教师资格考试中心）颁发教师资格考试合格证明，作为认定教师资格的依据。

本书研究的是笔试课程中的科目三——数学学科知识与教学能力。根据《高级中学数学学科知识与教学能力考试大纲》和《初级中学数学学科知识与教学能力考试大纲》的要求，本课程包括数学学科知识、数学教学设计、数学教学实施和数学教学评价四大模块。通过该门课程的学习和考试，可促进教师对数学学科专业知识的进一步理解，使教师专业素养不断提升。考虑到该门课程中数学学科知识是考试的重点和难点，因此，本书主要介绍数学分析、高等代数、解析几何、概率论与数理统计等大学本科数学专业基础知识，并通过统计历年数学学科知识考点，对上述四门数学专业核心课程的知识进行了系统的梳理和考点总结。同时，针对历年数学学科知识真题，进行了解法、命题原理及命题规律的分析，从而为广大考生提供专业、全面、细致的服务，帮助考生更快、更有效地提升应试能力，帮助考生顺利通过考试，实现做一名优秀人民教师的远大梦想。

衷心感谢为本书的出版提供大力支持和资助的内江师范学院数学与信息科学学院和科研处、教育部本科教学工程内江师范学院“数学与应用数学专业综合改革试点”项目（ZG0464）、四川省教育厅“数学与应用数学专业教学综合改革项目”、四川省“西部卓越中学数学教师协同培养计划”项目（ZY16001）、内江师范学院“数学与应用数学专业转型发展改革试点”项目（ZX17003）、内江师范学院2016年度校级学科建设特色培养项目（T160009，T160010，T160011）、内江师范学院教材出版基金；感谢为本书的出版付出辛勤劳动的四川大学出版社的编辑们；感谢为本书的出版提供热情帮助的彭家寅、曾意、石勇国、刘成龙、王新民、赵思林、潘超、李红霞、吕晓亚、徐小琴等老师；感谢本书引用研究成果的作者。同时也真诚感谢关心、支持本书出版的所有亲人、朋友们，谢谢你们的支持和帮助！

由于时间及知识水平所限，本书在编写过程中难免有不足之处，恳请大家批评指正。

编者

2018年6月

# 目 录

第 1 章 数学学科知识考点研究	( 1 )
1.1 历年数学学科知识试题考点总览	( 1 )
1.2 数学学科知识试题特点分析	( 7 )
1.2.1 试题题型	( 7 )
1.2.2 考查要点	( 7 )
1.2.3 命题背景	( 8 )
1.2.4 备考建议	( 11 )
第 2 章 数学分析	( 12 )
2.1 实数集与函数	( 12 )
2.1.1 实数	( 12 )
2.1.2 函数概念及其性质	( 13 )
2.2 极 限	( 17 )
2.2.1 数列极限	( 17 )
2.2.2 函数极限	( 18 )
2.3 两个重要极限	( 22 )
2.4 无穷小与无穷大	( 24 )
2.4.1 无穷小	( 24 )
2.4.2 无穷小量阶的比较	( 24 )
2.4.3 无穷大	( 24 )
2.5 函数的连续性	( 25 )
2.5.1 函数的连续性	( 25 )
2.5.2 间断点及其分类	( 26 )
2.5.3 连续函数的性质	( 26 )
2.5.4 一致连续性	( 27 )
2.5.5 最值定理	( 27 )
2.5.6 介值定理	( 27 )
2.6 导数和微分	( 31 )
2.6.1 导数的概念	( 31 )
2.6.2 求导法则	( 33 )
2.6.3 高阶导数	( 34 )



2.6.4	微分	(34)
2.7	微分中值定理及其应用	(37)
2.7.1	拉格朗日中值定理	(37)
2.7.2	导数与单调性	(39)
2.7.3	洛必达法则	(40)
2.7.4	函数的极值与最值	(40)
2.7.5	函数的凹凸性和拐点	(42)
2.8	不定积分	(52)
2.8.1	原函数	(52)
2.8.2	不定积分	(52)
2.8.3	基本积分表	(53)
2.8.4	不定积分的性质	(53)
2.8.5	换元积分法和分部积分法	(53)
2.9	定积分	(56)
2.9.1	定积分的概念	(56)
2.9.2	定积分的几何意义	(56)
2.9.3	函数可积的条件	(57)
2.9.4	定积分的性质	(57)
2.9.5	积分第一中值定理	(57)
2.9.6	变限积分	(58)
2.9.7	积分第二中值定理	(58)
2.9.8	牛顿—莱布尼茨公式	(58)
2.9.9	定积分的换元积分法	(59)
2.9.10	定积分分部积分法	(59)
2.10	定积分的应用	(64)
2.10.1	平面图形的面积	(64)
2.10.2	由平行截面面积求体积	(65)
2.10.3	平面曲线的弧长与曲率	(65)
2.11	级数	(66)
2.11.1	数项级数	(66)
2.11.2	函数列与函数项级数	(68)
2.11.3	函数项级数的一致收敛性判别法	(69)
2.11.4	幂级数	(70)
2.11.5	泰勒公式	(71)
第3章	高等代数	(74)
3.1	基本概念	(74)
3.1.1	集合	(74)
3.1.2	映射	(75)
3.1.3	数环和数域	(75)

3.2 多项式 .....	( 76 )
3.2.1 整数的一些整除性质 .....	( 76 )
3.2.2 多项式的基本概念 .....	( 77 )
3.2.3 多项式的带余除法和整除性 .....	( 78 )
3.2.4 多项式的最大公因式 .....	( 79 )
3.2.5 多项式的分解 .....	( 81 )
3.2.6 重因式 .....	( 82 )
3.2.7 复数和实数域上多项式 .....	( 83 )
3.2.8 有理域上多项式 .....	( 84 )
3.2.9 多元多项式 .....	( 86 )
3.3 行列式 .....	( 87 )
3.3.1 行列式 .....	( 87 )
3.3.2 行列式的计算 .....	( 89 )
3.4 矩 阵 .....	( 91 )
3.4.1 矩阵的概念及运算 .....	( 91 )
3.4.2 转置矩阵 .....	( 93 )
3.4.3 可逆矩阵 .....	( 94 )
3.4.4 相似矩阵 .....	( 94 )
3.4.5 矩阵的初等变换 .....	( 95 )
3.5 线性方程组 .....	( 97 )
3.5.1 线性方程组的基本概念 .....	( 97 )
3.5.2 线性方程组的求解 .....	( 98 )
3.5.3 多角度认识线性方程组 .....	( 100 )
3.6 向量空间 .....	( 102 )
3.6.1 向量空间的定义 .....	( 102 )
3.6.2 向量的线性相关性 .....	( 103 )
3.6.3 向量空间的基和维数 .....	( 106 )
3.6.4 向量空间的同构 .....	( 107 )
3.6.5 齐次线性方程组的解空间 .....	( 107 )
3.7 线性变换 .....	( 110 )
3.7.1 线性变换的定义及运算 .....	( 110 )
3.7.2 线性变换和矩阵 .....	( 111 )
3.7.3 几种特殊的矩阵变换及矩阵表现形式 .....	( 113 )
3.7.4 本征值、本征向量和对角化 .....	( 118 )
3.8 欧式空间 .....	( 121 )
3.8.1 欧式空间的定义及基本性质 .....	( 121 )
3.8.2 正交基 .....	( 122 )
3.8.3 正交变换和正交矩阵 .....	( 124 )
3.8.4 对称变换和对称矩阵 .....	( 125 )

3.9 二次型 .....	(125)
3.9.1 二次型和对称矩阵 .....	(125)
3.9.2 正定二次型 .....	(126)
<b>第4章 解析几何</b> .....	(130)
4.1 向量与坐标 .....	(130)
4.1.1 向量的定义、加法及乘法 .....	(130)
4.1.2 向量组的线性相关性 .....	(131)
4.1.3 标架与坐标 .....	(132)
4.1.4 数量积和向量积 .....	(133)
4.1.5 混合积和双重向量积 .....	(136)
4.2 平面与直线 .....	(137)
4.2.1 平面方程的基本形式 .....	(137)
4.2.2 直线方程 .....	(138)
4.2.3 线、面间的位置关系 .....	(139)
4.2.4 点、线、面间的距离 .....	(141)
4.2.5 线、面间的夹角 .....	(142)
4.2.6 平面束 .....	(143)
4.3 常见曲面 .....	(144)
4.3.1 球面 .....	(144)
4.3.2 柱面 .....	(144)
4.3.3 锥面和旋转曲面 .....	(147)
4.3.4 二次曲线的切平面 .....	(150)
<b>第5章 概率与统计</b> .....	(156)
5.1 随机事件的概率 .....	(156)
5.1.1 事件 .....	(156)
5.1.2 概率 .....	(157)
5.1.3 事件的关系与运算 .....	(158)
5.1.4 互斥事件 .....	(158)
5.1.5 对立事件 .....	(158)
5.1.6 条件概率 .....	(158)
5.1.7 相互独立事件 .....	(159)
5.2 统计 .....	(164)
5.2.1 随机抽样 .....	(164)
5.2.2 统计图 .....	(167)
5.2.3 用样本估计总体 .....	(168)
5.3 离散型随机变量及其分布列 .....	(171)
5.3.1 随机变量 .....	(171)
5.3.2 离散型随机变量的分布列、数学期望、方差 .....	(171)
5.4 概率模型 .....	(175)

5.4.1 古典概型 .....	(175)
5.4.2 几何概型 .....	(175)
5.4.3 二项分布 .....	(176)
5.4.4 超几何分布 .....	(176)
5.5 统计模型 .....	(182)
5.5.1 正态分布 .....	(182)
5.5.2 回归分析 .....	(187)
5.5.3 独立性检验 .....	(191)
附录 1:《数学学科知识与教学能力》(初级中学)考试大纲 .....	(196)
附录 2:《数学学科知识与教学能力》(高级中学)考试大纲 .....	(200)
参考文献 .....	(204)

# 第1章 数学学科知识考点研究

## 1.1 历年数学学科知识试题考点总览

数学学科知识与教学能力是初中、高中、中职（文化课）数学教师资格统考笔试科目三的考试科目。该门课程主要考查申请教师资格人员对数学学科知识的掌握和运用，包括大学本科数学专业基础课程的知识 and 高中（或初中）的数学知识，以及在高中数学教学实践中综合而有效地运用这些知识的能力；考查对高中（或初中）数学课程知识的掌握和运用，能理解高中（或初中）数学课程的性质、基本理念和目标；考查对数学教学知识的掌握和应用，能理解有关的数学教学知识，具有教学设计、教学实施和教学评价的能力。

在该门课程的考试中，数学学科知识占据重要地位，同时也是考试的难点。因此，深入研究历年数学学科知识试题，把握试卷考点分布、试题特点、难易程度等对复习备考显得尤为重要。本节以2012—2018年“数学学科知识与教学能力”中与数学分析、高等代数、解析几何、概率论与数理统计等大学本科数学专业基础课程知识直接相关的试题为研究对象，从年份、卷型、题型、题号、知识考点等几个方面对考题进行梳理统计。

（注：本书研究的真题卷包括12套初级中学试卷和12套高级中学试卷，共24套，170题）

（1）单项选择题见表1-1。

表1-1 单项选择题

年份	卷型	题号	考点
2018（上）	初中	1	有理数集的性质
2018（上）	高中	1	有理数集的性质
2018（上）	初中	2	平面向量的数量积及向量积
2018（上）	高中	2	平面向量的数量积及向量积
2018（上）	初中	3	闭区间上连续函数的性质
2018（上）	高中	3	函数连续、可导的性质
2018（上）	初中/高中	4	线性方程组可解的判别
2018（上）	初中/高中	5	古典概型概率求解
2018（上）	初中	6	求柱面与平面的交线

年份	卷型	题号	考 点
2018 (上)	高中	6	求柱面与平面的交线
2017 (下)	初中/高中	1	求矩阵的秩
2017 (下)	初中/高中	2	等价无穷小的判断
2017 (下)	初中	3	级数敛散性的判断
2017 (下)	高中	3	级数敛散性的判断, 条件收敛
2017 (下)	初中/高中	4	椭圆的定义及性质
2017 (下)	初中	5	二次型的判断
2017 (下)	高中	5	正二次型的判断
2017 (下)	初中	6	正态分布, 方差、期望性质
2017 (下)	高中	6	正态分布, 方差、期望性质
2017 (上)	初中	1	数列极限的保号性
2017 (上)	高中	1	函数极限的保号性
2017 (上)	初中	2	对称变换
2017 (上)	高中	2	旋转变换
2017 (上)	初中	3	空间中直线位置关系的判断
2017 (上)	高中	3	求柱面方程
2017 (上)	初中	4	定积分的几何意义及性质, 罗尔定理的应用
2017 (上)	高中	4	原函数的定义
2017 (上)	初中/高中	5	条件概率性质
2017 (上)	初中	6	求矩阵的特征向量
2017 (上)	高中	6	求矩阵的特征向量
2016 (下)	初中	1	重要极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ 的应用
2016 (下)	高中	1	重要极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ 的应用
2016 (下)	高中	2	行列式的性质
2016 (下)	高中	3	空间中直线位置关系的判断
2016 (下)	初中/高中	4	函数在某点处连续的几种等价定义
2016 (下)	初中/高中	5	求特征值
2016 (下)	初中/高中	6	离散型随机变量的期望、方差公式
2016 (上)	初中	1	重要极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ 的应用

年份	卷型	题号	考 点
2016 (上)	高中	1	重要极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ 的应用
2016 (上)	初中/高中	2	级数敛散性的判断
2016 (上)	初中	3	二次曲面的方程
2016 (上)	高中	3	二次曲面的方程
2016 (上)	初中/高中	4	函数可积的条件
2016 (上)	初中/高中	5	求特征值的个数
2016 (上)	初中	6	正定二次型的判断
2016 (上)	高中	6	正定二次型的判断
2015 (下)	初中	1	利用矩阵变换求曲线方程
2015 (下)	高中	1	多项式的辗转相除法
2015 (下)	初中/高中	2/4	数列极限的保不等式性
2015 (下)	高中	2	矩阵变换
2015 (下)	初中/高中	3	对抽样调查、样本估计总体的理解
2015 (下)	初中/高中	4/5	向量的运算性质
2015 (下)	初中	5	多项式的带余除法
2015 (下)	初中	6	函数级数收敛域的求解
2015 (下)	高中	6	函数级数收敛域的求解
2015 (上)	初中/高中	1/4	函数在某点处连续的几种等价定义
2015 (上)	初中/高中	4/5	余式定理, 重因式
2015 (上)	初中	6	空间中直线与平面位置关系的判断
2015 (上)	高中	6	二次曲线的方程, 矩阵变化
2015 (上)	初中/高中	5/3	利用导函数判断原函数图像
2014 (下)	初中	1	导数与单调性
2014 (下)	高中	1	积分上限函数的性质, 函数零点的求解
2014 (下)	初中/高中	2	向量的数量积, 共线向量, 充要条件
2014 (下)	初中	3	定积分的计算
2014 (下)	高中	3	矩阵的特征向量
2014 (下)	初中	4	二元对称多项式
2014 (下)	初中/高中	5	函数一致收敛的定义
2014 (下)	初中	6	求矩阵的特征向量
2014 (下)	高中	6	矩阵的初等变换



年份	卷型	题号	考 点
2014 (上)	初中	2	保距变换
2014 (上)	高中	2	罗尔定理
2014 (上)	高中	3	定积分的几何意义及性质, 罗尔定理
2014 (上)	初中	4	随机变量期望的性质
2014 (上)	高中	4	保距变换
2014 (上)	初中	5	向量的向量积与三角形的面积
2014 (上)	高中	5	向量的向量积与三角形的面积
2014 (上)	初中/高中	6	狄利克雷函数的性质判断
2013 (下)	初中	1	求极限值
2013 (下)	初中	3	定积分的计算
2013 (下)	初中	4	条件充要性的判断, 导数与单调性、最值
2013 (下)	高中	4	正态分布概率计算
2013 (下)	初中	5	求直线方程
2013 (下)	高中	5	导数的几何意义, 拉格朗日中值定理
2013 (上)	初中	1	数列极限的求解
2013 (上)	初中	2	积分上限函数的性质, 函数零点的求解
2013 (上)	初中	3	独立重复事件的概率
2013 (上)	高中	3	求旋转曲面方程
2013 (上)	初中	4	求旋转曲面方程
2013 (上)	高中	4	函数连续性的证明
2013 (上)	初中/高中	5/2	矩阵的特征向量
2013 (上)	初中	6	双曲线的定义及其方程
2013 (上)	高中	6	条件概率的性质, 事件的运算性质
2012 (下)	初中/高中	1	导数与单调性, 根的存在性定理
2012 (下)	初中	2	函数的奇偶性
2012 (下)	高中	2	函数连续、可导的判断
2012 (下)	初中	3	古典概型、互斥事件概率
2012 (下)	高中	3	一元三次方程根与系数的关系
2012 (下)	初中/高中	4	求二次曲面的切线方程
2012 (下)	高中	6	数列极限的定义, 命题的否定

(2) 简答题见表 1-2.

表 1-2 简答题

年份	卷型	题号	考 点
2018 (上)	初中/高中	9	求二阶矩阵的逆矩阵
2018 (上)	初中	10	求二次曲面的切平面方程的法向量
2018 (上)	高中	10	求二次曲面的切平面方程的法向量
2018 (上)	初中/高中	11	双射的证明, 三角函数的性质, 辅助角公式
2017 (下)	初中	9	求柱面方程及旋转体体积
2017 (下)	高中	9	求子空间维数, 施密特正交化求标准正交基
2017 (下)	初中/高中	10	古典概型
2017 (下)	高中	11	根的存在性定理的应用
2017 (上)	初中	9	求二次曲面的切平面方程, 两平面垂直求参数值
2017 (上)	高中	9	求二次曲面的切平面方程, 两平面垂直求参数值
2017 (上)	初中/高中	10	向量的线性相关性, 求向量组的极大线性无关组
2017 (上)	初中/高中	11	独立重复事件, 二项分布
2016 (下)	初中/高中	9	利用矩阵变换求曲线方程
2016 (下)	高中	10	线性方程组有解条件判断, 求线性方程组的通解
2016 (下)	初中/高中	11	利用变异导数刻画数据离散程度, 正态分布
2016 (上)	初中	10	求二次曲面的切平面方程
2016 (上)	高中	10	求二次曲面的切平面方程
2016 (上)	初中	11	独立事件的判断
2016 (上)	高中	11	独立事件的判断
2015 (下)	初中	9	求旋转曲面方程
2015 (下)	高中	9	求旋转曲面方程
2015 (下)	高中	10	线性方程有解条件判断
2015 (下)	高中	11	整系数多项式的有理根存在定理
2015 (上)	高中	11	导函数的求解, 导函数与最值
2015 (上)	初中/高中	10	求互斥事件、独立事件概率
2015 (下)	初中/高中	11	求互斥事件、独立事件概率
2014 (下)	初中/高中	9	空间中直线与平面的位置关系的判断, 求线面角
2014 (下)	初中	10	独立事件, 互斥事件概率
2014 (下)	高中	10	独立事件, 条件概率
2014 (下)	初中/高中	11	利用泰勒公式求 e 的近似值