浙大优学
一题一课

刷百题不如解透一题

低年级同步课后提升 / 毕业班专题自主复习

一题一课
初中数学

YITI YIKE
CHUZHONG SHUXUE

第二册

主　　编　惠红民
本册主编　纳　艳

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

一题一课

初中数学（第二册）

主　　编　惠红民

本册主编　纳　艳

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

一题一课. 初中数学. 第二册 / 惠红民主编. —杭州：浙江大学出版社，2016.6
ISBN 978-7-308-15678-3

Ⅰ.①一… Ⅱ.①惠… Ⅲ.①中学数学课—初中—题解 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 054062 号

一题一课.初中数学(第二册)
主编 惠红民

策　　划　陈海权(电子信箱:chess332@163.com)
责任编辑　夏晓冬
责任校对　金佩雯　金　蕾
封面设计　林智广告
出版发行　浙江大学出版社
　　　　　(杭州市天目山路 148 号　邮政编码 310007)
　　　　　(网址：http://www.zjupress.com)
排　　版　杭州星云光电图文制作有限公司
印　　刷　临安市曙光印务有限公司
开　　本　889mm×1194mm　1/16
印　　张　6.25
字　　数　240 千
版 印 次　2016 年 6 月第 1 版　2016 年 6 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-308-15678-3
定　　价　14.80 元

浙江大学出版社发行中心联系方式:0571—88925591;http://zjdxcbs.tmall.com

目　录

刷百题不如解透一题

"学习解题的最好方法之一就是研究例题"

解题，无疑是学好数学的最佳途径. 于是，刷题风起，题海浪涌，一时间，必刷题、必做题、高频题、母题等，不一而足. 以为刷题是学习数学的魔方，题海则是成就学霸的金丹！固然，学习数学离不开解题，但沉溺题海并不意味着能考好数学，不如通过分析典型例题的解题过程来学会解题更加简短有效。

"题不在多，但求精彩"

"千淘万漉虽辛苦，吹尽狂沙始到金。"直白地表达出我们在"一题一课"系列的"一题"即例题选取上的态度与倾向。每一道例题不仅体现对概念的理解与思考价值，还体现知识与方法的代表性；每一道例题不仅解析精到、解法充满活力，更通过思维拓展，借题发挥，探索其中的内在规律和方法，达成"做一题，通一类，会一片"的目标 。

"多刷题，不如多反思"

"学而不思则罔，思而不学则殆。"做题需要产生效果、追求效益。**种种经验表明：题不是刷的越多越好，如果缺乏解题反思，不但浪费时间，甚至误导学习。**因此，本书在写作体例与排版上都突出了反思的意义与重要性，反思的过程既是对数学知识和解题方法的理解与强化的过程，也是学生内化解题能力的过程。

"解题是一种实践性的技能，就像游泳、滑雪或弹钢琴一样，只能通过模仿、练习和钻研才能占为己有"

例题帮助学生理解并学会运用同步教材所学知识及技能，然后通过变式练习（一课一练）内化落实，既满足低年级同步自主学习，又满足毕业班专题自主复习。

如果您是学生，请加入"一题一课学习交流"QQ群(205743216)，我们一起学习、提高；如果您是老师，请加入"一题一课教师研讨"QQ群(529481589)，我们一起研讨、探索。

"学习的本质，不在于记住哪些知识，而在于它触发了你的思考。"学习数学的道路上，祝愿您学会思考，体会成功！刷百题不如解透一题，"一题一课"系列图书还有哪些分册，请看本书封底。

第一章　相交线与平行线

第 1 课　对顶角与邻补角

1. 邻补角是两个互补的角(数量关系)，每个角的邻补角有两个；

2. 邻补角有一条公共边(位置关系)，邻补角不一定是两条直线相交形成的；

3. 对顶角相等；

4. 学会图形的位置关系与角的数量关系的转换.

第 1 题　(1)如图 1-1，已知直线 AB，CD，EF 相交于点 O，$\angle 1:\angle 2:\angle 3=6:1:2$，求$\angle DOE$ 的度数.

(2)如图 1-2，$\angle 2+\angle 3=153°$，且$\angle 3=2\angle 2$，求$\angle 1$ 和$\angle 4$ 的度数.

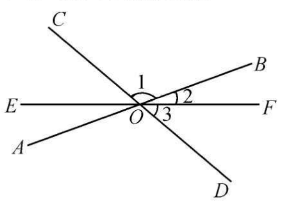

图 1-1

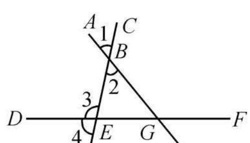

图 1-2

【分析】(1)在图 1-1 中，直线 AB，CD，EF 相交于点 O，意味着图形中以 O 为顶点的平角有 6 个，对顶角有 6 对：$\angle 1=\angle AOD$，$\angle COF=\angle EOD$，$\angle 2=\angle AOE$，$\angle BOD=\angle AOC$，$\angle 3=\angle COE$，$\angle AOF=\angle EOB$，已知条件给出的$\angle 1$，$\angle 2$，$\angle 3$ 正好构成其中一个平角，根据平角等于 180°有$\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$，又已知$\angle 1:\angle 2:\angle 3=6:1:2$，可以利用比值关系设$\angle 1=6x$，$\angle 2=x$，$\angle 3=2x$，解得 $x=20°$，从而得到$\angle 1=120°$，$\angle 2=20°$，$\angle 3=40°$，此时$\angle DOE$ 既可以看作是$\angle COF=\angle 1+\angle 2$ 的对顶角，也可看作是$\angle DOA+\angle AOE=\angle 1+\angle 2=140°$.

(2)通过观察分析图 1-2 可知，$\angle 1$ 与$\angle 2$ 是一对对顶角，$\angle 3$ 与$\angle 4$ 是一对邻补角，因此求$\angle 1$ 和$\angle 4$ 的度数就是求$\angle 2$ 与$\angle 3$ 的度数. 已知给出$\angle 2+\angle 3=153°$，且$\angle 3=2\angle 2$ 这一条件，利用等量代换可以先求出$\angle 2+2\angle 2=153°$，$\angle 2=51°$，$\angle 3=102°$，再利用对顶角相等$\angle 1=\angle 2=51°$，邻补角互补关系，$\angle 3+\angle 4=180°$，$\angle 4=78°$.

【解析】(1)在图 1-1 中，$\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$(平角定义)，

因为$\angle 1:\angle 2:\angle 3=6:1:2$(已知)，

设$\angle 1=6x$，$\angle 2=x$，$\angle 3=2x$，

则 $6x+x+2x=180°$(等量代换)，

解得 $x=20°$，

所以$\angle 1=6x=120°$，$\angle 2=x=20°$，$\angle 3=2x=40°$.

又因为$\angle DOE=\angle COF$，$\angle COF=\angle 1+\angle 2$(已知)，

所以$\angle DOE=\angle 1+\angle 2=140°$(等量代换).

(2)在图 1-2 中，因为$\angle 2+\angle 3=153°$，且$\angle 3=2\angle 2$(已知)，

所以$\angle 2+2\angle 2=153°$，$\angle 2=51°$(等量代换).

$\angle 3=2\angle 2=102°$(等量代换).

又因为$\angle 1=\angle 2$(对顶角相等)，

所以$\angle 1=51°$(等量代换).

因为$\angle 3+\angle 4=180°$(邻补角定义)，

所以$\angle 4=180°-\angle 3=180°-102°=78°$(等量代换).

【经验分享】　在同一平面内，两条或三条直线(射线)相交于一点或者两两相交必然产生邻补角与对顶角，能够很快通过观察这些线线相交的位置关系，发现其中的对顶角与邻补角，对于研究角度关系起着非常重要的作用. 所以，要善于在图形中寻找直线交点，以这些交点作为角的顶点去识别角、分析角之间的关系是研究问题的关键所在. 为了使同学们更好地在图形中识别出这些角，并能熟练运用对顶角、邻补角等相关知识解决角度计算问题，特给出后面的变式练习.

学习心得

一课一练 1(答案及解析见 P74)

1. 如图 1-3，已知 O 是直线 AB 上一点，$\angle BOC=3\angle AOC$，OC 是 $\angle AOD$ 的平分线.
(1)求 $\angle COD$ 的度数；(2)判断 OD 与 AB 的位置关系，并说出理由.

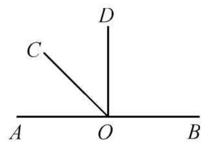

图 1-3

2. 如图 1-4，已知直线 AB，CD 相交于点 O，OE 平分 $\angle COB$，且 $\angle EOB=55°$，则 $\angle BOD$ 的度数是　　(　　)
A. 35°　　B. 55°
C. 70°　　D. 110°

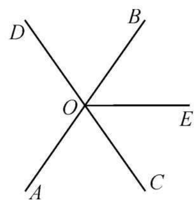

图 1-4

3. 如图 1-5，已知三条直线两两相交，$\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互余，$\angle 4=125°$，求 $\angle 5$ 的度数.

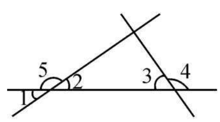

图 1-5

4. 解答题：按下面的方法折纸，然后回答问题：

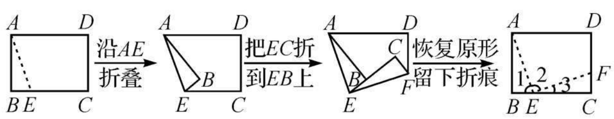

图 1-6

(1)$\angle 2$ 是多少度的角？为什么？
(2)$\angle 1$ 与 $\angle 3$ 有何关系？
(3)$\angle 1$ 与 $\angle AEC$，$\angle 3$ 与 $\angle BEF$ 分别有何关系？

5. 如图 1-7，已知直线 AB，CD，EF 两两相交，如果 $\angle 1=30°$，$\angle 2=60°$，那么 $\angle 3=$________，$\angle 4=$________，$\angle 5=$________，$\angle 6=$________.

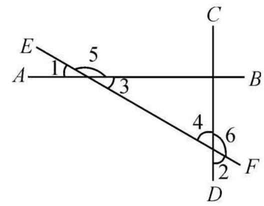

图 1-7

6. 如图 1-8，已知直线 AB，CD，EF 相交于点 O，且 $\angle AOD=88°$，$\angle COE=43°$，求 $\angle AOF$ 的度数.

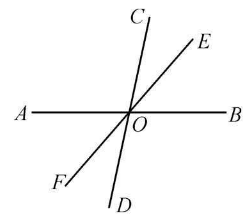

图 1-8

7. 如图 1-9，已知直线 AB 与 CD 相交于点 O，OE 平分 $\angle AOC$，OF 平分 $\angle BOD$，求证：E，O，F 三点共线.

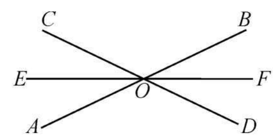

图 1-9

8. 如图 1-10，已知直线 AB，CD，EF 相交于点 O，OG 是 $\angle AOC$ 的平分线，若 $\angle EOB=2\angle COE$，$\angle GOE=70°$，求 $\angle DOF$ 的度数.

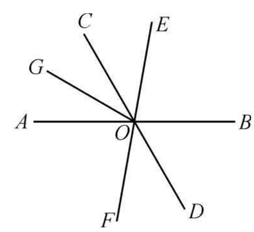

图 1-10

易错追踪

第 2 课　垂线及其性质应用

1. 在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直；

2. 两条直线垂直是位置关系，两条直线的夹角为 $90°$ 是数量关系，它们之间可以互相转化；

3. 垂线段最短.

第 2 题　已知直线 $AB\perp CD$，垂足为 O，OE 在 $\angle BOD$ 内部，$\angle COE=125°$，$OF\perp OE$ 于点 O，求 $\angle AOF$ 的度数.

【分析】此题没有给出图形，首先需要依题意自己画出图形分析，如图①所示，先从“已知直线 $AB\perp CD$”入手，可确定两条直线所形成的 4 个夹角均为 $90°$，即 $\angle AOC=\angle COB=\angle BOD=\angle DOA=90°$. 如图②所示，“$OE$ 在 $\angle BOD$ 内部，$\angle COE=125°$”这一条件可理解为以 OC 为起始边，按顺时针方向旋转（逆时针方向所得最终结果一样）使得终边 OE 落在 $\angle BOD$ 的内部，由此不难进一步通过所画图形得到 $\angle BOE=125°-90°=35°$，$\angle EOD=180°-125°=55°$. 接下来再读“$OF\perp OE$ 于点 O”这一条件时就要思考 OF 会落在哪个角的内部，此时不难发现 OF 有两种位置，第一种是落在 $\angle AOD$ 的内部，第二种是落在 $\angle COB$ 的内部，但无论哪种位置都有 $\angle EOF=90°$这样的事实，接下来我们只需分两种位置情况分析角之间的数量关系即可. 如图③所示，当 OF 落在 $\angle AOD$ 的内部时，形成了 $\angle AOD$ 与 $\angle EOF$ 含有公共角 $\angle FOD$ 的位置关系，进而得出 $\angle AOF=\angle EOD=55°$. 如图④所示，当 OF 落在 $\angle COB$ 的内部时，形成了 $\angle AOF$ 与 $\angle COE$ 含有公共角 $\angle COF$ 的位置关系，进而得出 $\angle AOF=\angle COE=125°$.

【解析】

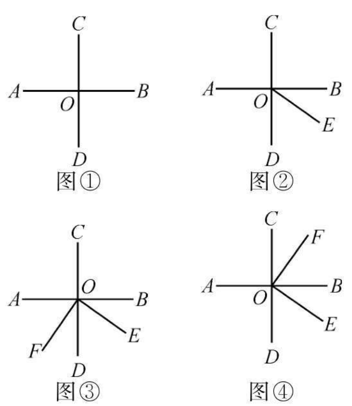

图 2-1

因为直线 $AB\perp CD$，所以 $\angle AOC=\angle COB=\angle BOD=\angle DOA=90°$（垂直定义）.

因为 $\angle COE=125°$，且 $\angle EOD+\angle COE=180°$（已知），

所以 $\angle EOD=180°-125°=55°$.

因为 $OF\perp OE$ 于点 O，所以 $\angle EOF=90°$（垂直定义），

在图③中，$\angle AOF+\angle FOD=\angle AOD=90°$，

$\angle EOD+\angle FOD=\angle EOF=90°$，

所以 $\angle AOF=\angle EOD=55°$（同角的余角相等）.

在图④中，$\angle AOC+\angle COF=\angle AOF$，

$\angle EOF+\angle COF=\angle COE$.

因为 $\angle AOC=\angle EOF=90°$，

所以 $\angle AOF=\angle COE=125°$（等式的性质）.

综合图③，图④，$\angle AOF$ 的度数为 $55°$或 $125°$.

【经验分享】　在研究没有给出已知图形的角度问题时，往往需要我们自己动手画图分析，而画图又离不开对已知条件中的语言叙述加以深刻理解，尤其是在一条射线位置确定，画另外一条射线与它垂直时要注意方向，它可能是顺时针方向垂直，也可能是逆时针方向垂直，就会像本题一样产生两种位置情况. 这也提醒我们今后再研究类似需要自己画出图形后研究数量关系的问题时，要注意画图过程中的位置关系是否需要加以分类. 另外，在识图的过程中也要善于观察图形的结构特征，比如此题呈现的是共顶点的等角结构，那么就可以利用等角加上或减去公共角部分可得到新的等角关系解题. 为达到熟练掌握与垂线有关的角度计算问题，设计了变式练习题 1、2、3、4、5，练习题 6 落实垂线的证明方法，练习题 7 落实画图分类的思想，练习题 8 主要是考察垂线的性质掌握.

学习心得

一课一练 2（答案及解析见 P74）

1. 如图 2-2，已知直线 AB，CD 交于点 O，$OE\perp AB$ 于点 O，且 $\angle 1$ 比 $\angle 2$ 大 20°，则 $\angle AOC=$________.

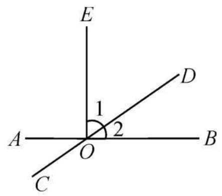

图 2-2

2. 如图 2-3，已知 AB，CD，EF 相交于点 O，$AB\perp CD$，OG 平分 $\angle AOE$，$\angle FOD=30^\circ$，求 $\angle BOE$ 及 $\angle AOG$ 的度数.

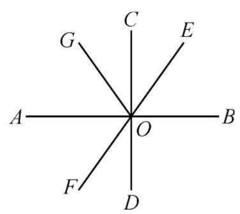

图 2-3

3. 如图 2-4，已知 AB，CD，EF 相交于点 O，OG 平分 $\angle BOF$，且 $CD\perp EF$，$\angle AOE=70^\circ$，求 $\angle DOG$ 的度数.

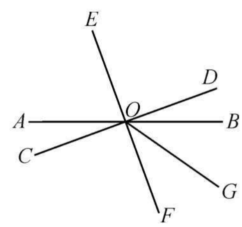

图 2-4

4. 如图 2-5，已知直线 AB，CD 相交于点 O，$OE\perp AB$ 于点 O，OB 平分 $\angle DOG$，若 $\angle DOE=55^\circ$，试求 $\angle AOC$ 和 $\angle AOG$ 的度数.

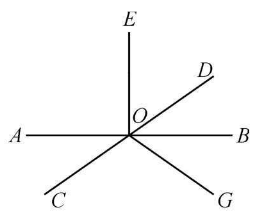

图 2-5

5. 如图 2-6，已知 AB，CD，EF 相交于点 O，$EF\perp AB$，OG 为 $\angle COF$ 的平分线，OH 为 $\angle DOG$ 的平分线，若 $\angle AOC：\angle COG=4：7$，求 $\angle DOF$，$\angle DOH$ 的度数.

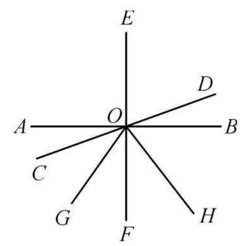

图 2-6

6. 已知 $OA\perp OC$，$\angle AOB：\angle AOC=2：3$，求 $\angle BOC$ 的度数.

7. 在直线 AB 上任取一点 O，过点 O 作射线 OC，OD，使 $OC\perp OD$，当 $\angle AOC=40^\circ$ 时，$\angle BOD=$________.

8. 如图 2-7，在河岸 l 的同侧有一村庄 A 和自来水厂 B，现要在河岸 l 上建一抽水站 D，把河中的水输送到自来水厂处理后，再送往 A 村. 为了节省资金，所铺设的水管应尽可能短. 问：抽水站应建在何处，应沿怎样的路线来铺设水管，在图中画出来.

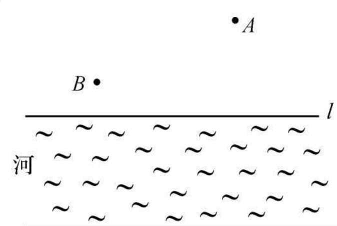

图 2-7

易错追踪

第3课　平行线及其判定

1. 平行于同一条直线的两条直线平行；
2. 同位角相等，两直线平行；
3. 内错角相等，两直线平行；
4. 同旁内角互补，两直线平行；
5. 垂直于同一条直线的两条直线平行.

第3题：(1)如图3-1，下列条件中，能判断直线 a // b 的是　　（　　）

A. $\angle 2=\angle 3$　　B. $\angle 1=\angle 3$

C. $\angle 4+\angle 5=180°$　　D. $\angle 2=\angle 4$

(2)如图3-2，GC 交 AB 于点 M，GH 分别交 AB，EF 于点 N，H，HD 平分 $\angle GHF$，$\angle 1+\angle C=180°$，且 $\angle 2=\angle 3=60°$，求证：CD // EF.

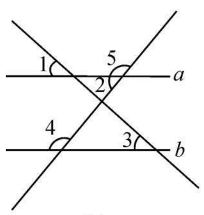

图3-1

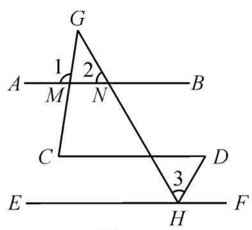

图3-2

【分析】(1)此题是典型的依据角条件而判断两直线位置关系的问题，因而首先要仔细观察分析题目中的角的关系，才能准确作出判断. A选项中的 $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是直线 a，b 被两条直线所截得的角，显然不是同位角、内错角、同旁内角；B选项中的 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 恰好是直线 a，b 被一条直线所截得的同位角，且 $\angle 1=\angle 3$，根据“同位角相等，两直线平行”判断 a // b；C选项中的 $\angle 4$ 与 $\angle 5$ 是直线 a，b 被一条直线所截得的同位角，已知它们互补但不一定相等，因此不能判断 a // b；D选项中的 $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是直线 a，b 被一条直线所截得的同旁内角，已知它们相等但不一定互补，所以也不能判断 a // b. 故只有B选项正确.

(2)要证 CD // EF，可以从以下两方面考虑：①找到直线 CD，EF 被直线 GH 所截得的同位角、内错角、同旁内角间的关系，直接利用平行线判定定理证明；②利用 AB // CD，AB // EF，(两条直线都与第三条直线平行，则这两条直线平行)间接证明 CD // EF. 接下来我们通过认真审题、观察图形，不难发现，已知无法提供直接证明 CD // EF 的条件，显然就要分别证明 AB // CD，AB // EF，$\angle 1$ 与 $\angle C$ 是直线 AB，CD 被直线 GC 所截产生的角，通过 $\angle 1+\angle C=180°$，不难和“同旁内角互补，两直线平行”建立联系，而 $\angle C$ 的同旁内角恰好是 $\angle 1$ 的对顶角，根据“同旁内角互补，两直线平行”证出 AB // CD. 对于 HD 平分 $\angle GHF$ 这一条件，可得 $\angle 3=\angle DHF$，$\angle 2=\angle 3=60°$，则有 $\angle 2=\angle 3=\angle DHF=60°$，$\angle 2$ 是直线 AB，EF 被直线 GH 所截产生的角，它与 $\angle GHE$ 为一对同位角，我们只需证明 $\angle GHE=60°$ 即可，回到已知图形再进行观察分析，利用平角 $180°$ 很容易得到 $\angle GHE=60°$，则 $\angle 2=\angle GHE$，根据同位角相等两直线平行证出 AB // EF.

【解析】(1)选B.

(2)因为 $\angle 1=\angle BMC$（对顶角相等），$\angle 1+\angle C=180°$（已知），

所以 $\angle BMC+\angle C=180°$（等量代换），

所以 AB // CD（同旁内角互补，两直线平行）.

因为 HD 平分 $\angle GHF$（已知），

所以 $\angle 3=\angle DHF$（角平分线定义）.

因为 $\angle 2=\angle 3=60°$（已知），

所以 $\angle 2=\angle 3=\angle DHF=60°$（等量代换）.

又因为 $\angle GHE+\angle 3+\angle DHF=180°$（平角定义），

所以 $\angle GHE=60°$（等式性质），

所以 $\angle 2=\angle GHE$（等量代换），

所以 AB // EF（同位角相等，两直线平行），

所以 CD // EF（同一平面内，平行于同一条直线的两条直线平行）.

【经验分享】 两条直线平行关系的判断在本质上是对两条直线被第三条直线所截的同位角、内错角、同旁内角的数量关系的判断，所以在分析角度数量关系时，首先通过位置关系识别角，然后利用已知条件给出的角的信息或者图形中已有的如对顶角、邻补角这样的隐含的角关系信息通过等量代换、计算等方式进行解决. 为了更好地体会如何识别角度关系来证明两条直线平行，安排后面的变式练习以期达到熟练巩固的目的，最后一个练习具有挑战性，要加油哦！

学习心得

一课一练 3(答案及解析见 P75)

1. 如图 3-3，直线 AB，CD，EF 被直线 l 所截，量得 $\angle 1=\angle 2=\angle 3$.
   (1)从 $\angle 1=\angle 2$ 可以得出哪两条直线平行？根据是什么？
   (2)从 $\angle 2=\angle 3$ 可以得出哪两条直线平行？根据是什么？
   (3)直线 AB，CD，EF 互相平行吗？根据是什么？

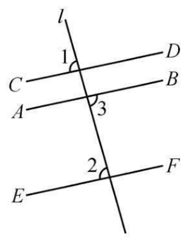

图 3-3

2. 如图 3-4，E 是 AB 上一点，F 是 DC 上一点，G 是 AB 延长线上一点.
   (1)如果 $\angle A=\angle CBG$，可以判断哪两条直线平行？为什么？
   (2)如果 $\angle C=\angle CBG$，可以判断哪两条直线平行？为什么？
   (3)如果 $\angle D+\angle DFE=180°$，可以判断哪两条直线平行？为什么？

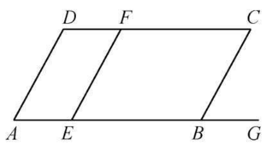

图 3-4

3. 如图 3-5，有一对相关的角相等，就可以判断 $AE\parallel BF$，请你根据图中所标注的角，写出四组这些相关的角，并说明理由.

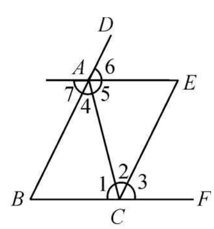

图 3-5

4. 如图 3-6，下列推理中正确的数目有　　(　　)
   ①因为 $\angle 1=\angle 4$，所以 $BC\parallel AD$.
   ②因为 $\angle 2=\angle 3$，所以 $AB\parallel CD$.
   ③因为 $\angle BCD+\angle ADC=180°$，所以 $AD\parallel BC$. ④因为 $\angle 1+\angle 2+\angle C=180°$，所以 $BC\parallel AD$.
   A. 1 个　　B. 2 个
   C. 3 个　　D. 4 个

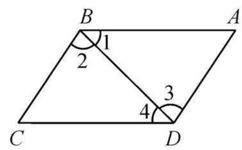

图 3-6

5. 如图 3-7，已知 $CD\perp DA$，$DA\perp AB$，$\angle 1=\angle 2$. 试确定直线 DF 与 AE 的位置关系，并说明理由.

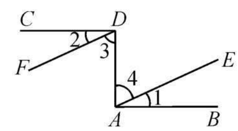

图 3-7

6. 如图 3-8，已知 $\angle ABC=\angle ACB$，BD 平分 $\angle ABC$，CE 平分 $\angle ACB$. 又 $\angle DBC=\angle F$，则 $EC\parallel DF$ 吗？试写出推理过程.

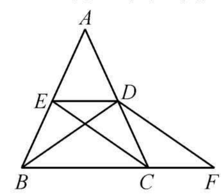

图 3-8

7. 如图 3-9，已知 $\angle 1$ 是它的补角的 3 倍，$\angle 2$ 等于它的余角，那么 $AB\parallel CD$ 吗？为什么？

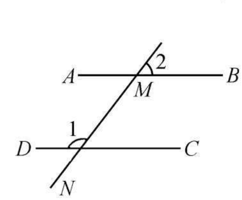

图 3-9

8. 如图 3-10，已知 $\angle BAF=46°$，$\angle ACE=136°$，$CE\perp CD$，问 $CD\parallel AB$ 吗？为什么？

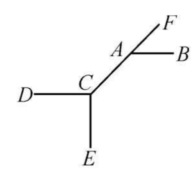

图 3-10

易错追踪

第 4 课　平行线的性质

1. 平行线的性质 1：两直线平行，同位角相等；
2. 平行线的性质 2：两直线平行，内错角相等；
3. 平行线的性质 3：两直线平行，同旁内角互补.

第 4 题　(1)如图 4-1，点 A,C,F,B 在同一直线上，CD 平分 $\angle ECB$，$FG \parallel CD$，若 $\angle ECA$ 为 α 度，则 $\angle GFB$ 为________度.(用关于 α 的代数式表示)

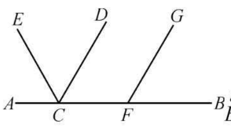

图 4-1

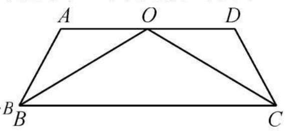

图 4-2

(2)如图 4-2，$AD \parallel BC$，点 O 在 AD 上，BO，CO 分别平分 $\angle ABC$，$\angle DCB$，若 $\angle A+\angle D=m^\circ$，则 $\angle BOC=$________.

【分析】(1)点 A,C,F,B 在同一直线上，可为我们提供平角，即 $\angle ECA+\angle ECB=180^\circ$，$\angle ECA$ 为 α 度，则 $\angle ECB$ 为 $(180-\alpha)$ 度，由 $FG \parallel CD$，识别出同位角 $\angle GFB=\angle DCB$，要用关于 α 的代数式表示 $\angle GFB$，也就是 α 表示 $\angle DCB$. 又知 CD 平分 $\angle ECB$，故有 $\angle DCB=\frac{1}{2}\angle ECB=\frac{180-\alpha}{2}=\left(90-\frac{\alpha}{2}\right)$度，等量代换则有 $\angle GFB=\angle DCB=\left(90-\frac{\alpha}{2}\right)$度.

(2)观察图形，根据已知 $AD \parallel BC$，首先要识别出 AD，BC 分别被直线 AB，CD 所截的两对同旁内角互补，有 $\angle A+\angle ABC=180^\circ$，$\angle D+\angle DCB=180^\circ$，由 $\angle A+\angle D=m^\circ$，要想到可利用上述两个等量关系式进行运算，得到 $\angle A+\angle D+\angle ABC+\angle DCB=360^\circ$，进一步得到 $\angle ABC+\angle DCB=360^\circ-m^\circ$. 另外，$AD$，$BC$ 分别被直线 BO，CO 所截，还有两对内错角相等，$\angle AOB=\angle CBO$，$\angle DOC=\angle BCO$，点 O 在 AD 上，所以 $\angle AOB+\angle BOC+\angle DOC=180^\circ$，要求 $\angle BOC$ 的度数，显然有 $\angle BOC=180^\circ-(\angle AOB+\angle DOC)$，这样我们只需要求出 $\angle AOB+\angle DOC$ 即可. 回到已知条件，又知 BO，CO 分别平分 $\angle ABC$，$\angle DCB$，则 $\angle AOB=\angle CBO=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle DOC=\angle BCO=\frac{1}{2}\angle DCB$，此时，$\angle AOB+\angle DOC=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle DCB)=\frac{1}{2}(360^\circ-m^\circ)=180^\circ-\frac{1}{2}m^\circ$，这样就可以代入 $\angle BOC=180^\circ-(\angle AOB+\angle DOC)$，得到 $\angle BOC=180^\circ-\left(180^\circ-\frac{1}{2}m^\circ\right)=\frac{1}{2}m^\circ$.

【解析】(1)因为点 C 在直线 AB 上(已知)，

所以 $\angle ECA+\angle ECB=180^\circ$(平角定义).

因为 $\angle ECA=\alpha$(已知)，

所以 $\angle ECB=(180-\alpha)$度(等式性质).

因为 CD 平分 $\angle ECB$(已知)，

所以 $\angle DCB=\frac{1}{2}\angle ECB=\frac{180-\alpha}{2}=\left(90-\frac{\alpha}{2}\right)$度(等量代换).

因为 $FG \parallel CD$(已知)，

所以 $\angle GFB=\angle DCB=\left(90-\frac{\alpha}{2}\right)$度(两直线平行，同位角相等).

(2)因为 $AD \parallel BC$(已知)，

所以 $\angle A+\angle ABC=180^\circ$，$\angle D+\angle DCB=180^\circ$(两直线平行，同旁内角互补)，

$\angle AOB=\angle CBO$，$\angle DOC=\angle BCO$(两直线平行，内错角相等)，

所以 $\angle A+\angle D+\angle ABC+\angle DCB=360^\circ$(等式性质).

因为 $\angle A+\angle D=m^\circ$(已知)，

所以 $\angle ABC+\angle DCB=360^\circ-m^\circ$(等量代换).

又因为 BO 平分 $\angle ABC$(已知)，

所以 $\angle AOB=\angle CBO=\frac{1}{2}\angle ABC$(角平分线的定义).

因为 CO 平分 $\angle DCB$(已知)，

所以 $\angle DOC=\angle BCO=\frac{1}{2}\angle DCB$(角平分线的定义).

因为 $\angle AOB+\angle BOC+\angle DOC=180^\circ$(平角定义)，

$\angle AOB+\angle DOC=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle DCB)=\frac{1}{2}(360^\circ-m^\circ)=180^\circ-\frac{1}{2}m^\circ$(等量代换)，

所以 $\angle BOC=180^\circ-(\angle AOB+\angle DOC)=180^\circ-\left(180^\circ-\frac{1}{2}m^\circ\right)=\frac{1}{2}m^\circ$(等量代换).

【经验分享】　学会识图是学好平面几何的基本功之一，已知两直线平行时，需要我们从不同的截线去识别平行线被第三条直线所截的角. 通过角的位置关系的确定，就能够获取角的数量关系，需要注意的是，不能忽略图形中已有的邻补角、平角这样具有特殊数量关系的角. 只要将角之间的数量关系研究透，那么剩下的就是数量关系的整理、计算，问题也就自然得到解决. 希望后面给出的变式练习，能让大家通过仔细观察，掌握识别基本图形的方法.

学习心得

一课一练 4(答案及解析见 P75)

1. 如图 4-3，已知 $AB /\!/ CD$，$AE /\!/ DF$，求证：$\angle BAE=\angle CDF$.

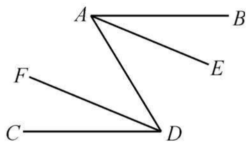

图 4-3

2. 如图 4-4，已知 $AB /\!/ CD /\!/ EF$，$\angle ABE=38°$，$\angle ECD=100°$，则 $\angle BEC=$________.

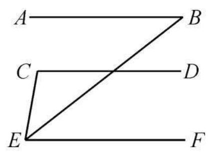

图 4-4

3. 如图 4-5，已知 $AD /\!/ EF /\!/ BC$，且 $EG /\!/ AC$，那么图中与 $\angle 1$ 相等的角(不包括 $\angle 1$)有　　(　　)

A. 2 个　　B. 4 个

C. 5 个　　D. 6 个

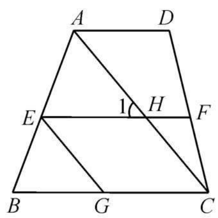

图 4-5

4. 如图 4-6，已知 $AB /\!/ CD /\!/ PN$，$\angle ABC=50°$，$\angle CPN=150°$. 求 $\angle BCP$ 的度数.

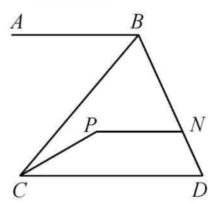

图 4-6

5. 如图 4-7，已知 $AB /\!/ CD$，EF 交 AB 于点 G，交 CD 于点 F，FH 平分 $\angle EFD$，交 AB 于点 H，$\angle AGE=50°$，求 $\angle BHF$ 的度数.

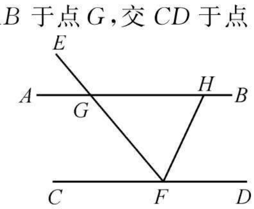

图 4-7

6. 如图 4-8，已知 $DB /\!/ FG /\!/ EC$，$\angle ABD=60°$，$\angle ACE=36°$，AP 平分 $\angle BAC$，求 $\angle PAG$ 的度数.

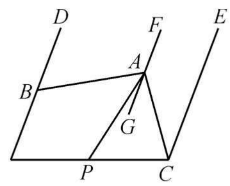

图 4-8

7. 如图 4-9，已知 $AC /\!/ DE$，$DC /\!/ EF$，CD 平分 $\angle BCA$. 求证：EF 平分 $\angle BED$.

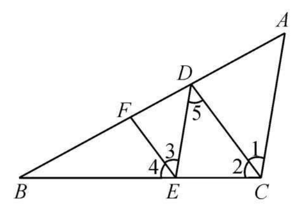

图 4-9

8. 如图 4-10，已知 $AE /\!/ BD$，$\angle 1=4\angle 2$，$\angle 2=25°$，求 $\angle C$ 的度数.

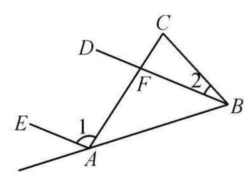

图 4-10

易错追踪

第5课 平行线的性质与判定综合运用

1.已知角的关系判定两条直线平行,再利用两直线平行确定其他角的关系;

2.利用两条直线平行的性质确定角的关系,再利用相关角的关系确定其他直线平行;

3.利用平行线的有关知识解决实际问题.

第5题 (1)如图5-1,已知$\angle 1+\angle 2=180^\circ$,$\angle 3=\angle B$,试判断$\angle AED$和$\angle ACB$的大小关系,并写出推理过程.

(2)如图5-2,已知$AB\parallel DE$,$\angle 1=\angle ACB$,AC平分$\angle BAD$,求证:$AD\parallel BC$.

(3)某学员在驾校训练场上练习驾驶汽车,两次转弯后,行驶的方向与原来的方向相同,这两次转弯的角度可能是 ( )

A.第一次向左转30°,第二次向右转30°
B.第一次向右转50°,第二次向左转130°
C.第一次向右转50°,第二次向右转130°
D.第一次向左转50°,第二次向左转130°

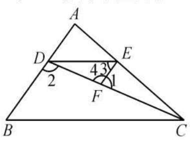

图5-1

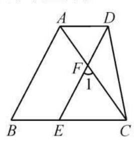

图5-2

【分析】(1)在图5-1中,首先可观察发现,$\angle 1$与$\angle 4$互为邻补角,有$\angle 1+\angle 4=180^\circ$.而已知$\angle 1+\angle 2=180^\circ$,根据同角的补角相等不难得到$\angle 2=\angle 4$.因为这两个角正好是内错角,而且相等,根据"内错角相等,两直线平行"就可得出$DB\parallel EF$.接下来要判断$\angle AED$和$\angle ACB$的大小关系,首先分析出这两个角是DE,BC分别被AC所截的同位角,如果能证明$DE\parallel BC$,则问题得解,所以解决这个问题的关键在于证明$DE\parallel BC$,即需要借助DE,BC被AB所截的角关系转化.这里只有与$\angle B$相关的已知条件$\angle 3=\angle B$,因而我们要充分利用好它,根据上一步的推知$DB\parallel EF$,可进一步得到$\angle 3+\angle BDE=180^\circ$,故$\angle B+\angle BDE=180^\circ$,则有$DE\parallel BC$,$\angle AED=\angle ACB$,问题得以解决.

(2)在图5-2中,$AB\parallel DE$,既有AB,DE分别被AD所截得的角,又有被AC,BC所截得的角,怎样才能快速找到解决问题所需要的角?此时就要看已知条件还给出哪些角的数量关系.根据$\angle 1=\angle ACB$这一条件,首先我们找到AB,DE分别被AC所截得的同位角,有$\angle 1=\angle BAC$,等量代换后有$\angle ACB=\angle BAC$.又知AC平分$\angle BAD$,则有$\angle BAC=\angle DAC$.再利用等量代换得到$\angle ACB=\angle DAC$,根据"内错角相等,两直线平行"可证得$AD\parallel BC$.

(3)解决本题的关键是按照语言叙述顺序,准确地画出示意图,需要注意第二次的方向是沿着第一次转弯后的方向向左或向右,如图5-3所示:

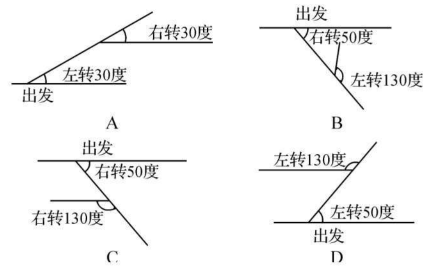

图5-3

【解析】(1)因为$\angle 1+\angle 4=180^\circ$(邻补角定义),$\angle 1+\angle 2=180^\circ$(已知),

所以$\angle 2=\angle 4$(同角的补角相等),

所以$DB\parallel EF$(内错角相等,两直线平行),

所以$\angle 3+\angle BDE=180^\circ$(两直线平行,同旁内角互补).

又因为$\angle 3=\angle B$(已知),

所以$\angle B+\angle BDE=180^\circ$(等量代换),

所以$DE\parallel BC$(同旁内角互补,两直线平行),

所以$\angle AED=\angle ACB$(两直线平行,同位角相等).

(2)因为$AB\parallel DE$(已知),

所以$\angle 1=\angle BAC$(两直线平行,同位角相等).

因为根据$\angle 1=\angle ACB$(已知),

所以$\angle ACB=\angle BAC$(等量代换).

又因为AC平分$\angle BAD$(已知),

所以$\angle BAC=\angle DAC$(角平分线的定义),

所以$\angle ACB=\angle DAC$(等量代换),

所以$AD\parallel BC$(根据内错角相等,两直线平行).

(3)选择A.

【经验分享】 我们在研究图形时要关注基本图形的识别,所谓基本图形是指与概念、公式、定理、推论关联的图形.在识别基本图形的过程中要注意利用标准图形去识别变式图形,要仔细观察,会从不同的角度、用不同的方法去看图,而且要能把复杂的图形分解为基本图形.这样在解题过程中就能快速准确地找到角的数量关系与线的位置关系,从而能互相转换相应的基本图形,使问题得以解决.变式练习的目的,就是起到提高识别图形能力,快速梳理图形中位置关系与数量关系的作用.

学习心得

一课一练 5（答案及解析见 P76）

1. 根据下列证明过程填空：

（1）如图 5-4，若 $\angle A=\angle 3$，则________ // ________，若________ // ________，则 $\angle 2=\angle E$，若 $\angle A+\angle$________$=180°$，则________ // ________.

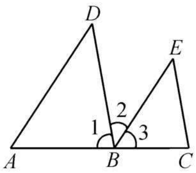

图 5-4

（2）如图 5-5，点 E 为 DF 上的一点，点 B 为 AC 上的一点，$\angle 1=\angle 2$，$\angle C=\angle D$，求证：$DF /\!/ AC$.

解：因为 $\angle 1=\angle 2$（　　　），

又因为 $\angle 1=\angle 3$，$\angle 2=\angle 4$（　　　），

所以 $\angle 3=\angle 4$，

所以________ // ________（　　　），

所以 $\angle C=\angle ABD$（　　　）.

因为 $\angle C=\angle D$（　　　　　），

所以 $\angle D=\angle ABD$，

所以 $DF /\!/ AC$（　　　　　）.

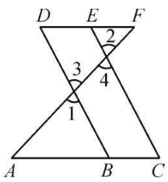

图 5-5

2. 如图 5-6，已知 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，$\angle 5=\angle D$，求证：$EC /\!/ FB$.

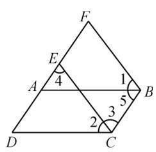

图 5-6

3. 如图 5-7，已知 $\angle 1+\angle 2=180°$，$\angle A=\angle C$，AD 平分 $\angle BDF$，求证：BC 平分 $\angle DBE$.

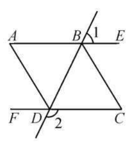

图 5-7

4. 如图 5-8，在 $\triangle ABC$ 中，$CD\perp AB$，垂足为 D，点 E 在 BC 上，$EF\perp AB$，垂足为 F.

（1）CD 与 EF 平行吗？为什么？

（2）如果 $\angle 1=\angle 2$，且 $\angle 3=65°$，求 $\angle ACB$ 的度数.

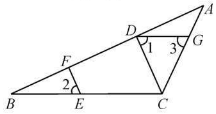

图 5-8

5. 如图 5-9，在四边形 $BFCD$ 中，E，A 两点在 FC 上，已知 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，$\angle 5=\angle 6$，试判断 ED 与 FB 的位置关系，并证明.

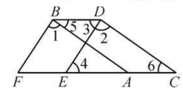

图 5-9

6. 如图 5-10，已知 $AD\perp BC$ 于点 D，$EG\perp BC$ 于点 G，$\angle E=\angle 3$. 求证：AD 平分 $\angle BAC$.

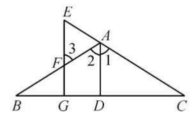

图 5-10

7. （1）如图 5-11，在 A，B 两座工厂之间要修一条笔直的公路，从 A 地测得 B 地的方向是南偏东 $52°$. 现 A，B 两地要同时开工，若要将公路接通，则 B 地所修公路的走向是（　　）

A. 北偏西 $52°$　　B. 南偏东 $52°$

C. 西偏北 $52°$　　D. 北偏西 $38°$

（2）如图 5-12，一条公路修到湖边时，需拐弯绕湖而过，如果第一次拐的角 $\angle A$ 是 $120°$，第二次拐的角 $\angle B$ 是 $150°$，第三次拐的角是 $\angle C$，这时的道路恰好和第一次拐弯之前的道路平行，则 $\angle C$ 是（　　）

A. $120°$　　B. $130°$　　C. $140°$　　D. $150°$

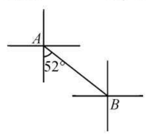

图 5-11

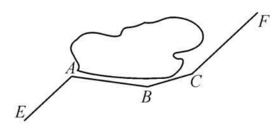

图 5-12

8. 实验证明，平面镜反射光线的规律是：射到平面镜上的光线和被反射出的光线与平面镜所夹的锐角相等.

（1）如图 5-13，一束光线 m 射到平面镜 a 上，被 a 反射到平面镜 b 上，又被 b 反射. 若被 b 反射出的光线 n 与光线 m 平行，且 $\angle 1=50°$，则 $\angle 2=$________°，$\angle 3=$________°.

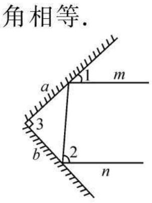

图 5-13

（2）在（1）中，若 $\angle 1=55°$，则 $\angle 3=$________°，若 $\angle 1=40°$，则 $\angle 3=$________°.

（3）由（1）（2），请你猜想：当两平面镜 a，b 的夹角 $\angle 3=$________°时，可以使任何射到平面镜 a 上的光线 m，经过平面镜 a，b 的两次反射后，入射光线 m 与反射光线 n 平行，你能说明理由吗？

易错追踪

第6课 平 移

1. 在平面内，平移是运动的一种形式，是图形变换的一种；

2. 图形的平移有两个要素：一是图形平移的方向，二是图形平移的距离，这两个要素是图形平移的依据；

3. 平移不改变图形的形状和大小；

4. 经过平移，对应点所连的线段平行且相等，对应线段平行且相等，对应角相等；

5. 平移作图，一般选择一些关键点. 比如多边形，就可以选择这个多边形的所有顶点，把顶点全部进行平移，得到了它们相应的对应点，然后再把对应点连接起来，便是平移后得到的图形.

第6题 (1)如图6-1，在长方形 $ABCD$ 中，$AB=10$ cm，$BC=6$ cm，若此长方形以 2 cm/s 的速度沿着 $A\to B$ 方向移动，则经过多长时间，平移后的长方形与原来长方形重叠部分的面积为 24 cm^2？

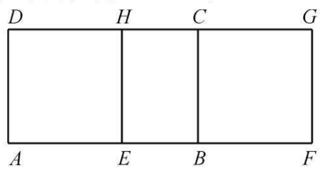

图 6-1

(2)在 5×5 方格纸中将图①中的图形 N 平移后的位置如图②所示，那么正确的平移方法是 ( )

A. 先向下移动1格，再向左移动1格

B. 先向下移动1格，再向左移动2格

C. 先向下移动2格，再向左移动1格

D. 先向下移动2格，再向左移动2格

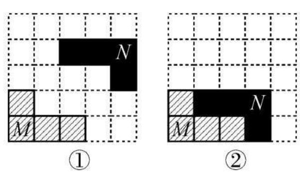

图 6-2

【分析】(1)根据已知，我们首先要明确的是长方形 $ABCD$ 平移后的图形，其次是要明确平移前后的两个长方形的对应点，点 A 对应点 E，点 B 对应点 F，点 C 对应点 G，点 D 对应点 H. 根据平移的性质就知道长方形平移的距离是线段 AE 的长，此题给出了平移速度，要求的是平移的时间，则可以通过平移的距离及平移的速度求出. 因此，解决此题的关键点落在求线段 AE 的长，而已知给出 $AB=10$ cm 这一条件就意味着需要借助线段 BE 的长来解决了，回到已知条件，又知平移后的长方形与原来长方形重叠部分的面积为 24 cm^2，这一条件在图形中通过识别可以得出是长方形 $EBCH$ 的面积为 24 cm^2，由长方形面积公式与 $BC=6$ cm，可求得 $BE=4$ cm，则 $AE=6$ cm，长方形以 2 cm/s 的速度沿着 $A\to B$ 方向移动，则平移的时间为 3 s.

(2)此题主要考查平移的概念和方法，对图形 N，无论将其先向下移或是先向左移都可以实现图②中的位置，通常选择图①中图形 N 的一个点进行标记，通过认真观察分析这个点是怎样沿着网格线的方向移动到图②中相应的位置，这样就可以获取它的平移方式. 在网格里研究平移时需要注意，每平移一次，必须有平移的方向(向左或向右，向上或向下)、平移的距离，两者缺一不可.

【解析】(1)因为长方形沿着 $A\to B$ 方向移动得到长方形 $EFGH$(已知)，

所以长方形平移的距离是线段 AE 的长(平移的性质).

又因为长方形 $EBCH$ 的面积为 24 cm^2(已知)，

所以 $BE\times BC=24$ cm^2(长方形面积公式).

因为 $BC=6$ cm(已知)，

所以 $BE=4$ cm(等量代换).

因为 $AB=AE+BE$，$AB=10$ cm(已知)，

所以 $AE=6$ cm(等量代换).

因为长方形以 2 cm/s 的速度沿着 $A\to B$ 方向移动(已知)，

所以平移的时间为 3 s(路程=速度×时间).

(2)先向下移动2格，再向左移动1格或先向左移动1格，再向下移动2格，故选择C.

【经验分享】 在解决与平移有关的问题时，关键是理解平移的基本性质，需要注意如下几点：(1)平移的基本性质刻画了图形在平移运动中的不变性，表达了“不改变图形的形状和大小”的全部含义；(2)要注意正确找出“对应线段、对应角”，从而正确表达基本性质的特征；(3)“对应点所连的线段平行且相等”，这个基本性质既可作平移图形之间的性质，又可作平移作图的依据. 所以，无论是作图还是根据平移解决问题，都需要我们牢牢掌握平移的基本性质. 后面的变式练习可以帮助我们更加深刻地领会平移的基本性质.

学习心得