



刷百题不如解透一题

低年级同步课后提升 / 毕业班专题自主复习

# 一题一课

## 初中数学

YITI YIKE  
CHUZHONG SHUXUE

中考  
热点追踪

主 编 惠红民  
本册主编 王 鑫  
刘 进

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

# 一题一课

初中数学(中考热点追踪)

主 编 惠红民

本册主编 王 鑫 刘 进



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

一题一课. 初中数学. 中考热点追踪 / 惠红民主编.  
—杭州: 浙江大学出版社, 2016. 6  
ISBN 978-7-308-15682-0

I. ①一… II. ①惠… III. ①中学数学课—初中—题解—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 054069 号

## 一题一课. 初中数学(中考热点追踪)

主编 惠红民

---

策 划 陈海权(电子信箱: chess332@163.com)  
责任编辑 夏晓冬  
责任校对 金佩雯 丁佳雯  
封面设计 林智广告  
出版发行 浙江大学出版社  
(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)  
(网址: <http://www.zjupress.com>)  
排 版 杭州星云光电图文制作有限公司  
印 刷 浙江新华印刷技术有限公司  
开 本 889mm×1194mm 1/16  
印 张 5.75  
字 数 221 千  
版 次 2016 年 6 月第 1 版 2016 年 6 月第 1 次印刷  
书 号 ISBN 978-7-308-15682-0  
定 价 13.80 元

---

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行中心联系方式: 0571-88925591; <http://zjdxcs.tmall.com>

# 目 录

刷百题不如解透一题·····	(1)
第 1 课 实数的概念及运算·····	(2)
第 2 课 整式运算与因式分解·····	(4)
第 3 课 分 式·····	(6)
第 4 课 代数式的化简求值·····	(8)
第 5 课 一次方程(组)·····	(10)
第 6 课 分式方程的应用·····	(12)
第 7 课 一元一次不等式(组)·····	(14)
第 8 课 一元二次方程解法及实际应用·····	(16)
第 9 课 一元二次方程根的判别式·····	(18)
第 10 课 一元二次方程根与系数关系·····	(20)
第 11 课 平面直角坐标系与点的坐标·····	(22)
第 12 课 动点问题与函数图象·····	(24)
第 13 课 一次函数·····	(26)
第 14 课 反比例函数·····	(28)
第 15 课 二次函数·····	(30)
第 16 课 抛物线与图形变换·····	(32)
第 17 课 二次函数的实际应用·····	(34)
第 18 课 统 计·····	(36)
第 19 课 概 率·····	(38)
第 20 课 几何初步及平行和相交·····	(40)
第 21 课 等腰三角形·····	(42)
第 22 课 多边形与平行四边形·····	(44)
第 23 课 特殊的平行四边形·····	(46)





第 24 课	三角形及全等三角形	(48)
第 25 课	相似三角形	(50)
第 26 课	直角三角形及锐角三角函数(一)	(52)
第 27 课	直角三角形及锐角三角函数(二)	(54)
第 28 课	圆的有关概念与性质	(56)
第 29 课	与圆的位置关系有关的证明与计算	(58)
第 30 课	与圆有关的计算	(60)
第 31 课	几何作图计算	(62)
第 32 课	图形规律探究	(64)
第 33 课	实践操作解答	(66)
第 34 课	新知阅读理解	(68)
答案及解析		(70)

# 刷百题不如解透一题

## “学习解题的最好方法之一就是研究例题”

解题，无疑是学好数学的最佳途径。于是，刷题风起，题海浪涌，一时间，必刷题、必做题、高频题、母题等，不一而足。以为刷题是学习数学的魔方，题海则是成就学霸的金丹！固然，学习数学离不开解题，但沉溺题海并不意味着能考好数学，不如通过分析典型例题的解题过程来学会解题更加简短有效。

## “题不在多，但求精彩”

“千淘万漉虽辛苦，吹尽狂沙始到金。”直白地表达出我们在“一题一课”系列的“一题”即例题选取上的态度与倾向。每一道例题不仅体现对概念的理解与思考价值，还体现知识与方法的代表性；每一道例题不仅解析精到、解法充满活力，更通过思维拓展，借题发挥，探索其中的内在规律和方法，达成“做一题，通一类，会一片”的目标。

## “多刷题，不如多反思”

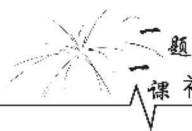
“学而不思则罔，思而不学则殆。”做题需要产生效果、追求效益。种种经验表明：题不是刷的越多越好，如果缺乏解题反思，不但浪费时间，甚至误导学习。因此，本书在写作体例与排版上都突出了反思的意义与重要性，反思的过程既是对数学知识和解题方法的理解与强化的过程，也是学生内化解题能力的过程。

## “解题是一种实践性的技能，就像游泳、滑雪或弹钢琴一样，只能通过模仿、练习和钻研才能占为己有”

例题帮助学生理解并学会运用同步教材所学知识及技能，然后通过变式练习（一课一练）内化落实，既满足低年级同步自主学习，又满足毕业班专题自主复习。

如果您是学生，请加入“一题一课学习交流”QQ群(205743216)，我们一起学习、提高；如果您是老师，请加入“一题一课教师研讨”QQ群(529481589)，我们一起研讨、探索。

“学习的本质，不在于记住哪些知识，而在于它触发了你的思考。”学习数学的道路上，祝愿您学会思考，体会成功！刷百题不如解透一题，“一题一课”系列图书还有哪些分册，请看本书封底。



## 第1课 实数的概念及运算

1.  $a-b$  的相反数是  $b-a$ ,  $a-b$  的绝对值是  $|a-b|$ ——指的是数轴上表示这两个数的点之间的距离.

2.  $\sqrt{a^2} = |a|$ ;  $\sqrt{a}$  的双重非负性—— $\sqrt{a} \geq 0$  且  $a \geq 0$ ;  
 $\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$ .

3. 三个非负数: ①  $|a|$ ; ②  $a^2$ ; ③  $\sqrt{a}$  ( $a \geq 0$ ).

4. 实数比较大小的几种常用方法:

(1) 数轴比较: 在数轴上表示的两个数, 右边的数总比左边的数大;

(2) 作差比较法:  $a-b > 0 \Leftrightarrow a > b$ ,  $a-b = 0 \Leftrightarrow a = b$ ,  
 $a-b < 0 \Leftrightarrow a < b$ ;

(3) 求商比较法: 设  $a, b$  是正实数,  $\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a > b$ ,  
 $\frac{a}{b} = 1 \Leftrightarrow a = b$ ,  $\frac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a < b$ ;

(4) 绝对值比较法: 设  $a, b$  是负实数, 则  $|a| > |b| \Leftrightarrow a < b$ ;

(5) 平方法: 设  $a, b$  是负实数, 则  $a^2 > b^2 \Leftrightarrow a < b$ .

5. 特殊角的三角函数值:

$\alpha$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

**第1题** (1) 若  $k < \sqrt{90} < k+1$  ( $k$  是整数), 则  $k$  等于 ( )

A. 6      B. 7      C. 8      D. 9

(2) 计算:  $(\frac{1}{2})^{-2} - (\pi - \sqrt{7})^0 + |\sqrt{3} - 2| + 4\sin 60^\circ$ .

**【分析】** (1) 习惯上, 我们把这样的考题称作判断一个带根号的无理数介于哪两个相邻整数之间, 首先根据经验判断被开方数 90 介于哪两个相邻的平方数(整数)之间, 显然  $81 < 90 < 100$  (81 是 9 的平方, 100 是 10 的平方, 所以 81 与 100 是两个相邻的平方数), 根据平方与开平方的互逆关系, 因此  $9 < \sqrt{90} < 10$ , 所以选 D.

(2) 此题主要涉及负整数指数幂、0 次幂、绝对值、特殊角的三角函数值、二次根式的运算及化简等, 这属于中考对实数最基本、最常见的考查, 需要同学们对每一个知识都很熟悉, 这样才能算得又快又准确.

一个非零实数的负整数指数幂, 数学上是这样规定的:  $a^{-p} = (\frac{1}{a})^p = \frac{1}{a^p}$  ( $a \neq 0$ ,  $p$  是正整数), 因此  $(\frac{1}{2})^{-2} = 2^2 = 4$ ; 注意一个非零实数的 -1 次幂是这个数的倒数.

一个非零实数的 0 次幂等于 1, 即  $a^0 = 1$  ( $a \neq 0$ ), 所以  $(\pi - \sqrt{7})^0 = 1$ .

一个数的绝对值表示的是在数轴上表示这个数的点到原点的距离, 绝对值表示距离, 因此一个非负数, 即一个正数的绝对值等于它本身, 0 的绝对值是 0, 一个负数的绝对值等于它的相反数.  $\sqrt{3} - 2$  显然是一个负数, 因此  $|\sqrt{3} - 2| = -(\sqrt{3} - 2) = 2 - \sqrt{3}$ .

对于  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  角的三角函数值是要求同学们必须牢牢记住的,  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**【解析】** (1) 选 D.

因为  $81 < 90 < 100$ ,

所以  $9 < \sqrt{90} < 10$ .

$$\begin{aligned} (2) & (\frac{1}{2})^{-2} - (\pi - \sqrt{7})^0 + |\sqrt{3} - 2| + 4\sin 60^\circ \\ & = 2^2 - 1 + (2 - \sqrt{3}) + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ & = 4 - 1 + 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\ & = 5 + \sqrt{3}. \end{aligned}$$

**【经验分享】** 非零实数的负整数指数幂的负号表示的是倒数关系, 因此遇到负整数指数幂时首先转化为正整数指数幂, 然后再按乘方运算进行; 对于绝对值符号的化简, 首先是判断这个实数的正负性, 然后再按绝对值的意义进行化简, 如果一个实数的正负性不确定, 那么我们就分类讨论后再化简绝对值; 在实数的运算中每一步都要注意“先确定符号, 再确定绝对值”; 对于二次根式的加减, 首先要先化简成最简二次根式, 然后再合并即可. 为了落实负整数指数幂、0 次幂、绝对值及特殊角的三角函数值, 我们在一课一练中设计了第 1、2、5、13、16、17、18 题, 供大家练习.



## 学习心得

---



---



---

## 一课一练 1 (答案及解析见 P70)

### 一、选择题

- 一个实数  $a$  的相反数是 5, 则  $a$  等于 ( )  
A.  $\frac{1}{5}$     B. 5    C.  $-\frac{1}{5}$     D. -5
- 计算  $(\sqrt{3}-1)^0 + (-0.125)^{2016} \times 8^{2016}$  的结果是 ( )  
A.  $\sqrt{3}$     B.  $\sqrt{3}-2$     C. 2    D. 0
- 在算式  $(-\frac{\sqrt{3}}{3}) \square (-\frac{\sqrt{3}}{3})$  的  $\square$  中填上运算符号, 使结果最大, 这个运算符号是 ( )  
A. +    B. -    C.  $\times$     D.  $\div$
- 下列各式计算正确的是 ( )  
A.  $2\sqrt{2}-3\sqrt{2}=\sqrt{2}$     B.  $|\sqrt{3}-1.7|=1.7-\sqrt{3}$   
C.  $\sqrt{\frac{4}{9}}=\pm\frac{2}{3}$     D.  $\sqrt[3]{-1}=-1$
- 若  $\sqrt[3]{a}=-3, \sqrt{b}=2$ , 则  $b-a$  的值是 ( )  
A. 31    B. -31    C. 29    D. -30
- 如图 1-1, 在数轴上的 A, B, C, D 四个点中, 与数  $-\sqrt{3}$  表示的点最接近的是 ( )

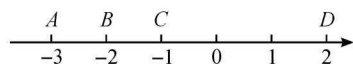


图 1-1

- 在  $|-2|, 2^0, 2^{-1}, \sqrt{2}$  这四个数中, 最大的数是 ( )  
A.  $|-2|$     B.  $2^0$     C.  $2^{-1}$     D.  $\sqrt{2}$
- $a^2$  的算术平方根一定是 ( )  
A.  $a$     B.  $|a|$     C.  $\sqrt{a}$     D.  $-a$
- 下列计算错误的是 ( )  
A.  $-15+20=5$     B.  $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$   
C.  $4\sqrt{3}-2\sqrt{3}=2$     D.  $-3-8=-11$
- 实数  $a, b, c$  在数轴上的对应点如图 1-2 所示, 化简  $a+|a+b|-\sqrt{c^2}$  的值是 ( )



图 1-2

- $-b-c$
- $c-b$
- $2(a-b+c)$
- $2a+b+c$

### 二、填空题

- 计算:  $|3-2\sqrt{3}| + (\pi-2014)^0 + (\frac{1}{2})^{-1} =$  \_\_\_\_\_.

- 小奇设计了一个魔术盒, 当任意实数对  $(a, b)$  进入其中时, 会得到一个新的实数  $a^2-3b-5$ . 例如把  $(1, -2)$  放入其中, 就会得到  $1^2-3 \times (-2)-5=2$ . 现将实数对  $(m, 3m)$  放入其中, 得到实数 5, 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

- 若实数  $a, b$  满足  $|a+2| + \sqrt{b-4} = 0$ , 则  $\frac{a^2}{b} =$  \_\_\_\_\_.

- 在实数范围内定义运算“ $\star$ ”, 其法则为  $a \star b = a^2 - b^2$ , 则  $8 \star (4 \star 3) =$  \_\_\_\_\_.

- $5-\sqrt{2}$  的小数部分是 \_\_\_\_\_.

### 三、解答题

- 计算:  $|\sqrt{3}-1| + 2016^0 - (-\frac{1}{2})^{-1} - 3\tan 30^\circ$ .

- 计算:  $(\sqrt{3}-2)^0 + (\frac{1}{3})^{-1} + 4\cos 30^\circ - |\sqrt{3} - \sqrt{27}|$ .

- 计算:  $(-\frac{1}{2})^{-2} + (2016-\sqrt{5})^0 - 4\sin 60^\circ + |-\sqrt{12}|$ .



### 易错追踪

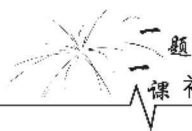
---



---

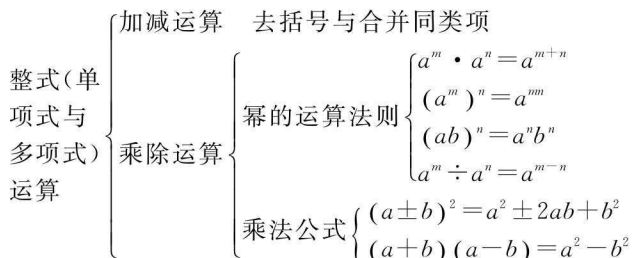


---



## 第2课 整式运算与因式分解

1.



2. 因式分解: 把一个多项式化成几个整式的积的形式, 因式分解是整式乘法的逆变形, 常用方法有提取公因式法、运用公式法、十字相乘法 [ $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ ] 等.

**第2题** (1) 下列运算中, 计算结果正确的个数为 ( )

①  $a^4 \cdot a^3 = a^{12}$ ; ②  $a^6 \div a^3 = a^2$ ; ③  $2x^{-2} = \frac{1}{2x^2}$ ;

④  $(a^3)^2 = a^3$ ; ⑤  $a^2 \cdot (-a)^2 = a^4$ ;

⑥  $(-ab^2)^2 = ab^4$ ; ⑦  $a^5 + a^5 = a^{10}$ ;

⑧  $3x + 2y = 5xy$ ; ⑨  $x^3 - x^2 = x$ ;

⑩  $(-x-y)(-x+y) = x^2 - y^2$ .

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

(2) 对下列多项式进行因式分解:

①  $m^3n - 4mn$ ;

②  $2x^2 - 8x + 8$ ;

③  $(a+b)^2 + 2(a+b) + 1$ ;

④  $x^2 - 4x - 12$ ;

⑤  $x^2 - 6xy + 8y^2$ .

**【分析】** (1) 关于整式最基本的加、减、乘、除、乘方运算, 往往是以这种形式出现在中考题里, 围绕着整数指数幂的运算性质 (①~⑥小题)、合并同类项 (⑦⑧⑨小题)、乘法公式 (⑩小题), 每个小题都属于容易混淆或平时学习中的易错点, 而且这样考查的知识面广, 要求同学们在平常的学习、复习中必须培养良好的做题习惯, 严格套用相关性质去做题, 养成严谨的求学态度.

(2) 二项式的因式分解, 首先观察这两项是否有公因式, 其次必须考虑平方差公式的运用. 对于二项式①, 显然能提取公因式  $mn$ , 提取  $mn$  后还原成两个数的平方差, 因

此可以用平方差公式分解. 对于三项式的因式分解, 仍然要优先考虑提取公因式, 然后就是完全平方公式或者十字相乘法的运用 (特殊与一般的关系); 对于②式, 要及时发现能提取公因式 2, 提取后得到一个典型的完全平方式  $x^2 - 4x + 4$ ; 对于③式, 当我们将  $(a+b)$  作为一个整体, 则原式可看成一个二次三项式, 用完全平方公式来分解; 对于④⑤这样的二次三项式, 由于不具备完全平方式的特征, 所以只有考虑用十字相乘法来分解.

**【解析】** (1) 选择 B. 只有算式⑤⑩计算正确.

算式①  $a^4 \cdot a^3 = a^{12}$ 、②  $a^6 \div a^3 = a^2$ 、④  $(a^3)^2 = a^9$ 、⑥  $(-ab^2)^2 = ab^4$ , 都属于不按照幂的运算性质去做题, 而是凭感觉、想当然地得出所谓的答案, 因此都是错误的; 算式③  $2x^{-2} = \frac{1}{2x^2}$  虽然正确地运用了负整数指数幂的性质, 但是没有处理好系数的运算关系, 也是错误的; 算式⑦  $a^5 + a^5 = a^{10}$ 、⑧  $3x + 2y = 5xy$ 、⑨  $x^3 - x^2 = x$ , 都是错误地理解了同类项的概念以及合并同类项法则; 算式⑩  $(-x-y)(-x+y) = x^2 - y^2$  则真正理解了平方差公式的结构特征.

(2) ①  $m^3n - 4mn = mn(m^2 - 4) = mn(m+2)(m-2)$ ;

②  $2x^2 - 8x + 8 = 2(x^2 - 4x + 4) = 2(x-2)^2$ ;

③  $(a+b)^2 + 2(a+b) + 1 = [(a+b) + 1]^2 = (a+b+1)^2$ ;

④  $x^2 - 4x - 12 = x^2 - 6x + 2x - 6 \times 2 = (x+2)(x-6)$ ;

或  $x^2 - 4x - 12 = x^2 - 4x + 4 - 16 = (x-2)^2 - 4^2$

$= (x-2+4)(x-2-4) = (x+2)(x-6)$ ;

⑤  $x^2 - 6xy + 8y^2 = x^2 - 4xy - 2xy + 8y^2 = (x-2y)(x-4y)$ ;

或  $x^2 - 6xy + 8y^2 = x^2 - 6xy + 9y^2 - y^2 = (x-3y)^2 - y^2$

$= (x-3y+y)(x-3y-y) = (x-2y)(x-4y)$ .

**【经验分享】** 题(1)说明了同学们在中考复习中一定要脚踏实地, 不能好高骛远而忽视了基础知识与基本技能的落实, 一课一练中的第 1、5、9 题提醒同学们注意这一点.

在解答题(2)中的④⑤式时, 注意第二种方法给同学们揭示了: 通过变形连续运用完全平方公式、平方差公式分解后, 效果相当于直接十字相乘法的分解, 一课一练中的第 2、3、6、7 题也会有所体现.



## 学习心得

---



---



---

## 一课一练 2 (答案及解析见 P70)

1. 若  $2a^m b^{2m+3n}$  与  $a^{2n-3} b^8$  的和仍是一个单项式, 则  $m, n$  的值分别为 ( )  
 A. 1, 2    B. 2, 1    C. 1, 1    D. 1, 3
2. 如果  $x, y$  满足等式  $2x+x^2+x^2y^2+2=-2xy$ , 那么  $x+y$  的值是 ( )  
 A. -1    B. 0    C. 1    D. 2
3. 分解因式:  
 (1)  $m^2-5m=$  \_\_\_\_\_;  
 (2)  $ab^2-4ab+4a=$  \_\_\_\_\_;  
 (3)  $(a+2)(a-2)+3a=$  \_\_\_\_\_;  
 (4)  $y^4+5y^2-6=$  \_\_\_\_\_.
4. 已知  $a+b=2, ab=1$ , 则  $a^2b+ab^2=$  \_\_\_\_\_.
5. 化简下列各式:  
 (1)  $(1+a)(1-a)+a(a-3)$ ;  
 (2)  $(x+y)(x-y)-(4x^3y-8xy^3) \div 2xy$ ;  
 (3)  $(a+2)^2+(1-a)(1+a)$ ;  
 (4)  $(a-3b)^2+(3a+b)^2-(a+5b)(a-5b)$ .
6. 试说明  $x, y$  不论取何值, 多项式  $x^2+y^2-2x+2y+3$  的值总是正数.
7. 已知  $A=2a^2-a+2, B=2, C=a^2-2a+4$ , 其中  $a>1$ , 试比较  $A, B, C$  的大小.
8. 如下表, 从左到右在每个小格中都填入一个整数, 使得任意三个相邻格子所填整数之和都相等, 则第 2016 个格子中的整数是 \_\_\_\_\_.
- |    |     |     |     |   |     |  |  |    |  |  |     |
|----|-----|-----|-----|---|-----|--|--|----|--|--|-----|
| -4 | $a$ | $b$ | $c$ | 6 | $b$ |  |  | -2 |  |  | ... |
|----|-----|-----|-----|---|-----|--|--|----|--|--|-----|
9. 如图①所示, 从边长为  $a$  的正方形纸片中减去一个边长为  $b$  的小正方形, 再沿着线段  $AB$  剪开, 把剪成的两张纸拼成图②的等腰梯形.  
 (1) 设图①中阴影部分的面积为  $S_1$ , 图②中阴影部分的面积为  $S_2$ , 请直接用含  $a, b$  的代数式表示  $S_1$  和  $S_2$ ;  
 (2) 请写出上述过程所揭示的乘法公式.

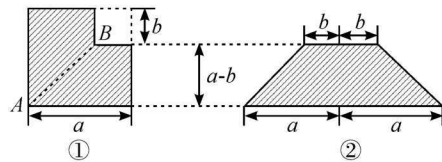


图 2-1



## 易错追踪

---

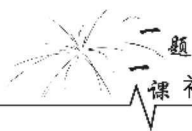


---



---





## 第3课 分式

- 概念 分母中含有字母;分母不为0
- 分式的基本性质
1. 分式运算  $\begin{cases} \text{加、减} & \text{通分} \\ \text{乘、除} & \text{约分} \end{cases}$  分子、分母中的多项式需要因式分解
- 分式方程

2. (1)分式有意义 $\Leftrightarrow$ 分母不为0;(2)分式无意义 $\Leftrightarrow$ 分母等于0;(3)分式值为0 $\Leftrightarrow$ 分母 $\neq$ 0,分子=0;(4)若分式值为整数,则分母是分子的约数(多见于一元二次方程的整数根问题).

3. 分式计算、化简时,常用的符号规律:

$$\frac{1}{a-b} = -\frac{1}{b-a}, \text{或} \frac{y-x}{x-y} = -1.$$

4. 解分式方程的基本思路是通过去分母把分式方程转化为整式方程求解,然后再检验整式方程的解是否为原分式方程的解.

**第3题** 已知  $A = \frac{x^2+2x+1}{x^2-1} - \frac{x}{x-1}$ .

(1)化简A;

(2)当x满足不等式组  $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$ ,且x为整数

时,求A的值;

(3)若  $B = 1 - \frac{x-2}{x+1}$ ,当  $A=B$  时,求x的值.

**【分析】** (1)化简A其实就是已知两个分式的加减运算,注意到第一个分式的分子、分母都是能因式分解的多项式,所以需要在分解后通分.实际上对于分式的考题,分解过程本身就意味着分子、分母的约分化简.

(2)因为(1)的化简结果依然是分式,在(2)中通过与不等式组的结合对分式中的字母x限定了取值,遇到此类问题首先想到的是这个x的取值必须使分母的值不为0,暂且不论是否求出了整数x的值.

(3)因为A与B都是含有分式的代数式,那么  $A=B$  显然是变相地考查解分式方程,取各分母  $x-1, x+1$  的最简公分母  $(x-1)(x+1)$ ,注意不要漏乘没有分母的项,切记解分式方程验根是必不可少的重要步骤.

**【解析】** (1)  $A = \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x}{x-1}$

$$= \frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x-1}$$

$$= \frac{x+1-x}{x-1}$$

$$= \frac{1}{x-1}.$$

(2)解不等式组,得  $\begin{cases} x \geq 1 \\ x < 3 \end{cases}$ , 所以  $1 \leq x < 3$ .

所以整数x的值为1,2.

又因为  $x=1$  时,原式无意义,

所以  $x \neq 1$ .

所以  $x=2$ , 此时  $A = \frac{1}{x-1} = \frac{1}{2-1} = 1$ .

(3)由题意,得  $\frac{1}{x-1} = 1 - \frac{x-2}{x+1}$ ,

方程两边都乘以  $(x-1)(x+1)$ ,

去分母得  $x+1 = x^2-1 - (x-2)(x-1)$ ,

整理并化简得  $x=2$ ,

检验:当  $x=2$  时,  $(x-1)(x+1) \neq 0$ ,

所以符合  $A=B$  要求的x的值是  $x=2$ .

**【经验分享】** 在分式概念类问题里牢记分母不为0,做类似一课一练中的第1题时就再也不会出错了;在分式运算类问题里首先考虑分子、分母能否因式分解,这是正确求解一课一练中的第6、7题的基本要求;在解分式方程时谨记检验是其中一个环节,唯有如此才能正确理解一课一练中的第5题,做对第8题.



## 学习心得

---



---



---

### 一课一练 3 (答案及解析见 P71)

#### 一、选择题

- 若分式  $\frac{x^2-1}{x+1}$  的值为零, 则  $x$  的值为 ( )  
A. -1    B. 0    C.  $\pm 1$     D. 1
- 方程  $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+1}$  的根是 ( )  
A. 无解    B. 1    C. 2    D. 3
- 计算  $\frac{2}{x-1} + \frac{3}{1-x}$  的结果是 ( )  
A.  $\frac{1}{x-1}$     B.  $\frac{1}{1-x}$     C.  $\frac{5}{x-1}$     D.  $\frac{5}{1-x}$
- 下列运算错误的是 ( )  
A.  $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2} = 1$   
B.  $\frac{-a-b}{a+b} = -1$   
C.  $\frac{0.5a+b}{0.2a-0.3b} = \frac{5a+10b}{2a-3b}$   
D.  $\frac{a-b}{a+b} = \frac{b-a}{b+a}$
- 已知分式方程  $\frac{1-x}{x-2} + a = \frac{1}{2-x}$  有解, 则 ( )  
A.  $a=2$     B.  $a \neq 2$     C.  $a=1$     D.  $a$  不存在

#### 二、解答题

6. 计算:  $\left(y-1-\frac{8}{y+1}\right) \div \frac{y^2-6y+9}{y^2+y}$ .

7. (1) 先化简, 再求值:  $\frac{a-2}{a-4} \div \left(a + \frac{4}{a-4}\right)$ , 其中  $a = \sqrt{3} + 2$ ;

(2) 先化简, 再求值:  $\left(\frac{x^2}{x-1} - x + 1\right) \div \frac{4x^2-4x+1}{1-x}$ , 其中  $x$  满足  $x^2+x-2=0$ ;

(3) 先化简, 再求值:  $\left(\frac{x+2}{x} - \frac{x-1}{x-2}\right) \div \frac{x-4}{x^2-4x+4}$ , 其中  $x$  是不等式  $3x+7 > 1$  的负整数解.

8. 解下列分式方程:

(1)  $\frac{1-x}{x-3} = \frac{1}{3-x} - 2$ ;

(2)  $\frac{1}{2x-1} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4x-2}$ .



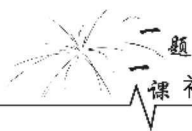
#### 易错追踪

.....

.....

.....





## 第4课 代数式的化简求值

1. 代数式化简求值与解方程、解不等式(组)都属于中考代数运算的基本要求.

2. 必考公式:

$$(1) m(a+b+c) = ma + mb + mc;$$

$$(2) (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab;$$

$$(3) (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

$$(4) (a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

3. 常用公式变形:

$$(1) a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (a-b)^2 + 2ab;$$

$$(2) (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab.$$

**第4题** (1) 已知  $a$  是方程  $x^2 - 4x - 5 = 0$  的解, 求代数式  $(2a-3)^2 - (a+4)(a-4) - 15$  的值;

(2) 若  $m > n > 0, m^2 + n^2 = 4mn$ , 求  $\frac{m^2 - n^2}{mn}$  的值.

**【分析】** (1) 代数式的化简求值属于常规的中考要求, 已知条件要么给出字母的取值, 要么给出含有字母的一元二次方程, 要么给出两个字母之间的数量关系. 做题的原则是先化简, 或者化简已知条件, 或者化简所求代数式, 然后根据化简后的式子与已知条件的关系再来求值. 第(1)问代数式的化简出现了两个乘法公式, 即完全平方公式和平方差公式, 同时还要注意去括号的符号问题. 通过方法一来体现关于已知条件的整体代入求值的方法, 通过方法二来体现代入降次的方法(属于通法), 把化简后代数式里字母的二次幂降为一次幂, 最后达到求值的目的.

(2) 属于中考关于代数式化简求值能力要求类型, 主要体现在考查代数式的变形能力, 尤其是对完全平方公式的灵活运用、配方法的意识等方面. 关键是当我们看到诸如两数的和  $(m+n)$ 、差  $(m-n)$ 、积  $(mn)$  以及平方和  $(m^2 + n^2)$  的形式后, 一定要有应用 完全平方公式 的意识. 在例题中把已知条件  $m^2 + n^2 = 4mn$  变形为  $(m+n)^2 = 6mn$  及  $(m-n)^2 = 2mn$ , 就属于对公式的灵活变形运用, 就是化简求值的突破口, 就是代数综合能力的体现.

**【解析】** (1) 方法一:

$$\begin{aligned} & (2a-3)^2 - (a+4)(a-4) - 15 \\ &= 4a^2 - 12a + 9 - a^2 + 16 - 15 \\ &= 3a^2 - 12a + 10. \end{aligned}$$

已知  $a$  是方程  $x^2 - 4x - 5 = 0$  的解,

所以  $a^2 - 4a - 5 = 0$ , 即  $a^2 - 4a = 5$ ,

所以  $3a^2 - 12a = 15$ ,

所以原式  $= 15 + 10 = 25$ .

方法二:

同方法一, 原式  $= 3a^2 - 12a + 10$ ,

因为  $a^2 - 4a - 5 = 0$ , 所以  $a^2 = 4a + 5$ ,

所以原式  $= 3(4a + 5) - 12a + 10$

$= 12a + 15 - 12a + 10 = 25$ .

(2) 因为  $m^2 + n^2 = 4mn$ ,

所以  $m^2 + n^2 + 2mn = 4mn + 2mn, m^2 + n^2 - 2mn = 4mn - 2mn$ ,

即  $(m+n)^2 = 6mn, (m-n)^2 = 2mn$ .

因为  $m > n > 0$ ,

所以  $m+n > 0, m-n > 0, mn > 0$ ,

所以  $m+n = \sqrt{6mn}, m-n = \sqrt{2mn}$ .

所以  $\frac{m^2 - n^2}{mn} = \frac{(m+n)(m-n)}{mn} = \frac{\sqrt{6mn} \cdot \sqrt{2mn}}{mn} = 2\sqrt{3}$ .

**【经验分享】** 例题揭示了代数式的化简求值, 即如何对已知条件与所求代数式进行化简, 但更深层次的是需要体会该如何建立化简后两者的沟通(或者在化简前就能预见两者的联系), 这种沟通(或联系)决定了我们应该怎样更好地、更合理地去变形化简, 而不是盲目地做题. 相信一课一练中的第4、5、7、10、12题都能非常好地贯彻落实例题所要传达的解题方法.



## 学习心得

---



---



---

### 一课一练 4 (答案及解析见 P71)

#### 一、选择题

- 当  $x=1$  时,代数式  $ax^3+bx+1$  的值为 5,当  $x=-1$  时,代数式  $ax^3+bx+1$  的值等于 ( )  
A. 0      B. -3      C. -4      D. -5
- 若  $x+y=-1$ ,则  $(x+y)^2-2x-2y$  的值是 ( )  
A. 3      B. 0      C. 1      D. 2
- 如果单项式  $-x^{a+1}y^3$  与  $\frac{1}{2}y^b x^2$  是同类项,那么  $a-b$  的值为 ( )  
A. -1      B. 1      C. -2      D. 0
- 已知  $x^2-x-1=0$ ,则  $-x^3+2x^2+2016$  的值为 ( )  
A. 2014      B. 2015      C. 2016      D. 2017
- 已知  $x>y>0$ , $x^2-5xy+y^2=0$ ,则  $\frac{x}{y}-\frac{y}{x}$  的值为 ( )  
A. 4      B.  $\pm\sqrt{21}$       C.  $\sqrt{21}$       D.  $-\sqrt{21}$

#### 二、填空题

- 若  $3^m=6$ , $9^n=2$ ,则  $3^{2m-4n+1}=\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 已知实数  $a,b$  满足  $a+b=5$ , $ab=3$ ,则  $a-b=\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 已知  $a>b$ ,如果  $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{3}{2}$ , $ab=2$ ,那么  $a-b$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 已知  $5x^2-4xy+y^2-2x+1=0$ ,则  $(x-y)^{2016}=\underline{\hspace{2cm}}$ .

#### 三、解答题

- 已知  $x^2-4x+1=0$ ,求  $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$  的值.
- 先化简,再求值: $(a-2)^2+(2a-1)(a+4)$ ,其中  $a=-2$ .

- 已知  $2a^2+3a-6=0$ ,求代数式  $3a(2a+1)-(2a+1)\cdot(2a-1)$  的值.

- 已知  $x-3y=0$  且  $x\neq y$ ,求  $\frac{2x+y}{x^2-2xy+y^2}\cdot(x-y)$  的值.

- 如果把一个自然数各数位上的数字从最高位到个位依次排出一串数字,与从个位到最高位依次排出一串数字完全相同,那么我们把这样的自然数叫做“和谐数”.例如:自然数 64746 从最高位到个位排出一串数字是 6,4,7,4,6,而从个位到最高位排出一串数字也是 6,4,7,4,6,所以 64746 是“和谐数”.再如:33,181,212,4664,⋯,都是“和谐数”.

- 请你直接写出 3 个四位“和谐数”,猜想任意一个四位数“和谐数”能否被 11 整除,并说明理由;
- 已知一个能被 11 整除的三位“和谐数”,设个位上的数字为  $x(1\leq x\leq 4,x$  为自然数),十位上的数字为  $y$ ,求  $y$  的值.



#### 易错追踪

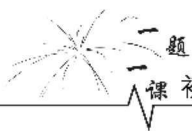
---



---



---



## 第5课 一次方程(组)

## 1. 等式的性质

性质1:等式两边都加(减)同一个数(或式子),所得结果仍是等式.

若  $a=b$ ,那么  $a \pm c = b \pm c$ .

性质2:等式两边都乘以或除以同一个不为0的数(或式子),所得结果仍是等式.

若  $a=b(c \neq 0)$ ,那么  $ac=bc, \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ .

## 2. 方程的有关概念

(1)含有未知数的等式叫做方程.

(2)使方程左右两边相等的未知数的值,叫做方程的解;求出方程的解的过程叫做解方程.

## 3. 一元一次方程

(1)只含有一个未知数,并且未知数的次数是1的整式方程叫做一元一次方程.一元一次方程一般可以化成  $ax+b=0(a \neq 0)$  的形式.

(2)解一元一次方程的一般步骤:去分母、去括号、移项、合并同类项、化系数为“1”.

## 4. 二元一次方程组及解法

(1)含有两个未知数,并且含有未知数的项的次数都是1的整式方程叫做二元一次方程.二元一次方程的一般形式为  $ax+by+c=0(a, b, c$  是常数,  $a \neq 0, b \neq 0)$ ;能使二元一次方程两边的值相等的每一对未知数的值叫做二元一次方程的一个解,任何一个二元一次方程都有无数组解.

(2)几个含有相同未知数的二元一次方程合在一起,叫做二元一次方程组.

(3)二元一次方程组中两个方程的公共解叫做二元一次方程组的解.

(4)解二元一次方程组的基本思路是消元,主要有代入消元法和加减消元法.

## 5. 列方程(组)解应用题的一般步骤

审:弄清题意,分清题目中的已知量和未知量.

设:直接或间接设未知数.

列:根据题意寻找等量关系列方程(组).

解:解这个方程(组),求出未知数的值.

验:检验方程(组)的解是否符合题意.

答:写出答案(包括单位名称).

$$\text{第5题 解方程组: } \begin{cases} \frac{2(x-y)}{3} - \frac{x+y}{4} = -\frac{1}{12}, \\ 3(x+y) - 2(2x-y) = 3. \end{cases}$$

**【分析】** 从原题来看,现在不能直接运用消元的方法达到消元的目的,因此要先化简成一般形式,然后再来观察从而选取比较合适的消元方法.对于第一个方程,我们要先去分母,即两边同乘各个分母的最小公倍数12,然后整理成  $ax+by=c$  的形式;第二个方程,先去括号,再移项,然后合并同类项,最后整理即可.

$$\text{【解析】 } \begin{cases} \frac{2(x-y)}{3} - \frac{x+y}{4} = -\frac{1}{12} & \text{①,} \\ 3(x+y) - 2(2x-y) = 3 & \text{②,} \end{cases}$$

由①去分母得  $8(x-y) - 3(x+y) = -1$ ,

去括号得  $8x - 8y - 3x - 3y = -1$ ,

移项整理得  $5x - 11y = -1$  ③.

由②去括号得  $3x + 3y - 4x + 2y = 3$ ,

移项整理得  $-x + 5y = 3$  ④.

所以原方程可化为  $\begin{cases} 5x - 11y = -1 & \text{③,} \\ -x + 5y = 3 & \text{④.} \end{cases}$

由④得  $x = 5y - 3$  ⑤,

将⑤代入③得  $5(5y - 3) - 11y = -1$ .

解得  $y = 1$ ,再把  $y = 1$  代入⑤得  $x = 2$ .

所以原方程组的解是  $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$

另解:原方程可化为  $\begin{cases} 5x - 11y = -1 & \text{③,} \\ -x + 5y = 3 & \text{④,} \end{cases}$

将④乘以5得  $-5x + 25y = 15$  ⑥.

由③+⑥得  $14y = 14$ .

解得  $y = 1$ ,再把  $y = 1$  代入④得  $x = 2$ .

所以原方程组的解是  $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$

**【经验分享】** 将各个方程化简时一般先化为  $ax+by=c$  的形式;去分母后一般要加上括号;去括号时要注意括号前的符号;如果一个二元一次方程的一个未知数的系数为1或-1,一般选用代入消元法较好,如果两个方程中同一个未知数的系数之间存在倍数关系,一般选用加减消元法较好.



## 学习心得

---



---



---

## 一课一练 5 (答案及解析见 P72)

## 一、选择题

1. 如果  $\frac{1}{2}a^{3x}b^y$  与  $-a^{2y}b^{x+1}$  是同类项, 则 ( )

- A.  $\begin{cases} x=-2, \\ y=3 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x=2, \\ y=-3 \end{cases}$   
 C.  $\begin{cases} x=-2, \\ y=-3 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$

2. 某校有 17 名女教师去外地培训, 住宿时有 2 人间和 3 人间可供租住, 每个房间都要住满, 不同的租住方案有 ( )

- A. 5 种    B. 4 种    C. 3 种    D. 2 种

## 二、填空题

3. 方程组  $\begin{cases} x+y=3, \\ x-y=1 \end{cases}$  的解是\_\_\_\_\_.

4. 哥哥今年的年龄是弟弟的 2 倍, 弟弟说:“六年前, 我们俩的年龄之和为 15 岁.”若用  $x$  表示哥哥今年的年龄, 则可列方程\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

5. 苏州某旅行社组织甲、乙两个旅游团分别到西安、北京旅行, 已知这两个旅游团共有 55 人, 甲旅游团的人数比乙旅游团的人数的 2 倍少 5 人. 问: 甲、乙两个旅游团各有多少人?

6. 解方程:  $\frac{x-3}{0.4} - \frac{x+2}{0.5} = 2.5$ .

## 7. [背景资料]

一棉花种植区的农民研制出采摘棉花的单人便携式采棉机, 采摘效率高, 能耗低, 绿色环保. 经测试, 一个人操作该采棉机的采摘效率为 35 千克/小时, 大约是一个人手工采摘的 3.5 倍, 购买一台采棉机需 900 元, 雇人采摘棉花, 按每采摘 1 千克棉花  $a$  元的标准支付雇工工钱, 雇工每天工作 8 小时.

## [问题解决]

- (1) 一个雇工手工采摘棉花, 一天能采摘多少千克?  
 (2) 一个雇工手工采摘棉花 7.5 天获得的全部工钱正好购买一台采棉机, 求  $a$  的值;

(3) 在(2)的前提下, 种植棉花的专业户张家和王家均雇人采摘棉花, 王家雇佣的人数是张家的 2 倍, 张家雇人手工采摘, 王家所雇的人中有  $\frac{2}{3}$  的人自带采棉机采摘,  $\frac{1}{3}$  的人手工采摘, 两家采摘完毕, 采摘的天数刚好一样, 张家付给雇工工钱总额为 14400 元, 王家这次采摘棉花的总重量是多少?

8. 某中学组织九年级学生秋游, 由王老师和甲、乙两名同学到客车租赁公司洽谈租车事宜.

(1) 两同学向公司经理了解租车的价格, 公司经理对他们说:“公司有 45 座和 60 座两种型号的客车可供租用, 60 座的客车每辆每天的租金比 45 座的贵 100 元.”王老师说:“我们学校八年级昨天在这个公司租了 2 辆 60 座和 5 辆 45 座的客车, 一天的租金为 1600 元, 你们能知道 45 座和 60 座的客车每辆每天的租金各是多少元吗?”甲、乙两名同学想了一下, 都说知道了价格. 聪明的你知道 45 座和 60 座的客车每辆每天的租金各是多少元吗?

(2) 公司经理问:“你们准备怎样租车?”甲同学说:“我的方案是只租用 45 座的客车, 可是会有一辆客车空出 30 个座位.”乙同学说:“我的方案只租用 60 座客车, 正好坐满且比甲同学的方案少用两辆客车.”王老师在旁听了他们的谈话, 说:“从经济角度考虑, 还有别的方案吗?”如果是你, 你该如何设计租车方案, 并说明理由.

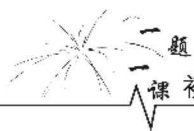


## 易错追踪

.....

.....

.....



## 第6课 分式方程的应用

1. 分母中含有未知数的方程是分式方程.

2. 解分式方程的基本思路是把分式方程转化为整式方程求解,然后检验是不是原分式方程的解即可.

3. 增根:在进行分式方程去分母的变形时,有时可能产生使原方程分母为0的根即方程的增根.因此,解分式方程时必须验根,验根的方法是将解出的未知数的值代入最简公分母,使最简公分母为0的根是增根,应舍去.

4. 列分式方程解应用题的一般步骤:审、设、列、解、检、答.注意检验时既要检验是不是原分式方程的增根,同时又要检验是否符合实际意义.

**第6题** 列方程或方程组解应用题:为了响应学校提出的“节能减排,低碳生活”的倡议,班会课上小李建议每位同学都践行“双面打印,节约用纸”.他举了一个实际例子:打印一份资料,如果用A4厚型纸单面打印,总质量为400克,将其全部改成双面打印,用纸将减少一半;如果用A4薄型纸双面打印,总质量为160克.已知每页薄型纸比厚型纸轻0.8克,求例子中的A4厚型纸每页的质量.(墨的质量忽略不计)

**【分析】** 此题要求用列方程或方程组来解答,是一道应用方程来解决实际问题的例子.从题意和生活经验可知,双面打印比单面打印用纸量少一半,但不管用哪种打印纸或是用哪种打印方式,打印的页数是不变的.设例子中的A4厚型纸每页的质量为 $x$ 克,则A4薄型纸每页的质量为 $(x-0.8)$ 克,由题意可知:400克的A4厚型纸单面打印的纸张数=160克A4薄型纸双面打印的纸张数的2倍,从而可以列出方程,并进一步求解.

**【解析】** 方法一:设例子中的A4厚型纸每页的质量为 $x$ 克,则A4薄型纸每页的质量为 $(x-0.8)$ 克,

$$\text{由题意,得 } \frac{400}{x} = 2 \times \frac{160}{x-0.8}.$$

方程两边同乘以最简公分母 $x(x-0.8)$ ,

去分母得  $400(x-0.8) = 320x$ ,

去括号得  $400x - 320 = 320x$ .

移项并化简得  $80x = 320$ ,

所以  $x = 4$ .

检验,当  $x = 4$  时,  $x(x-0.8) \neq 0$ ,

所以  $x = 4$  为原方程的解,且符合题意.

答:例子中的A4厚型纸每页的质量为4克.

方法二:如果我们都采用双面打印,厚型纸和薄型纸所使用的纸页数相等,可以设所使用的纸页数为 $x$ ,然后分别表示两种纸张每页纸的质量,再根据每页薄型纸比厚型纸轻0.8克列出方程求解出 $x$ ,并进一步求厚型纸每页的质量即可.

设双面打印时所使用的纸为 $x$ 页,

$$\text{则由题意可列: } \frac{400 \times \frac{1}{2}}{x} = \frac{160}{x} + 0.8.$$

解此方程得  $x = 50$ .

经检验, $x = 50$ 是原分式方程的解且符合题意,所以  $x = 50$ ,

$$\text{当 } x = 50 \text{ 时, } \frac{400 \times \frac{1}{2}}{x} = 4.$$

所以例子中的A4厚型纸每页的质量为4克.

**【经验分享】** 列分式方程解应用题时,通过审题找出题中的等量关系,并根据这些等量关系列出相应的方程.在本题中所用打印纸的总质量=每页打印纸的质量 $\times$ 打印纸的页数,由于所用打印纸的总质量为已知,因此我们可以设另两个量中的其中一个为未知数,用它表示另一个未知量(分式形式),同时根据题中别的等量关系列出分式方程求解.分式方程经过过去分母后转化为整式方程求解,最后一定要进行双检验,即检验是否为原分式方程的增根,同时检验是否符合题意,最后别忘了答题.



## 学习心得

---



---



---