新精活实展平台　翱翔高飞圆梦想

# 高考领航

## 高效课堂学案

■ 主编　李成民

GKLH

成绩怎么提高？

数学

必修 5

电子科技大学出版社

# 一书在手　全程无忧

在高中三年里，酸甜苦辣样样俱全，悲笑泣乐时时存在，语音袅袅，意犹未尽。高考领航愿用不断超越的执著信念，陪伴您走过这段非凡旅程，圆满您的大学梦想，成就您的人生辉煌！

品质是高考领航的座右铭，创新是高考领航的恒动力。专家名师编写，打造出扛鼎中国教辅书业的力作，为复习备考注入无穷动力。可编辑教学课件光盘；一课一练，活页课时作业；模拟考场应试体验，单元质量评估；解疑释惑，详解答案……一项项凝聚着高考领航殚精竭虑的智慧，见证了高考领航永无止境的突破，更为您的逐梦之旅带来无限精彩与感动。

**图书在版编目（CIP）数据**

高考领航．数学．5 ：必修 / 李成民主编．-- 成都
：电子科技大学出版社，2012.6
ISBN 978-7-5647-1222-8

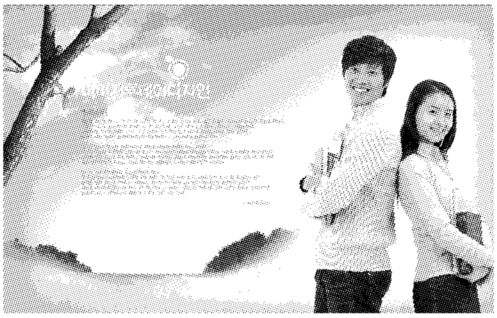
Ⅰ．①高… Ⅱ．①李… Ⅲ．①中学数学课－高中－升
学参考资料 Ⅳ．①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第133199号

## 高考领航　数学　必修5

李成民 主编

| | |
|---|---|
| 出　　版 | 电子科技大学出版社(成都市一环路东一段159号电子信息产业大厦　邮编：610051) |
| 策划编辑 | 岳　慧 |
| 责任编辑 | 岳　慧 |
| 主　　页 | www.uestcp.com.cn |
| 电子邮件 | uestcp@uestcp.com.cn |
| 发　　行 | 新华书店经销 |
| 印　　刷 | 山东梁山印刷有限公司 |
| 成品尺寸 | 210mm×297mm　印张 3.75　字数 152千字 |
| 版　　次 | 2012年6月第一版 |
| 印　　次 | 2012年6月第一次印刷 |
| 书　　号 | ISBN 978-7-5647-1222-8 |
| 定　　价 | 26.80元 |



让学习与快乐相伴！
伴您轻松步入求知之旅……

# CONTENTS 目录

# 第一章　解三角形

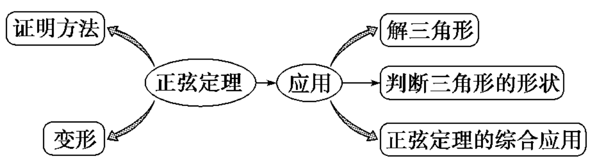
## 1.1　正弦定理和余弦定理

### 1.1.1　正弦定理

| 课标导航 | |
|---|---|
| | 1. 掌握正弦定理及其变形.<br>2. 掌握正弦定理的推导过程.<br>3. 初步掌握正弦定理的应用. |

**课前预习案**　ke qian yu xi an　知识梳理·点点落实（会探索）

[基础梳理]




**1. 正弦定理**

在一个三角形中，各边和它所对角的正弦的比相等，即____________________.

**2. 正弦定理的变形公式**

以下定理变形可直接应用

(1)$a\sin B=b\sin A$；$a\sin C=c\sin A$；$b\sin C=c\sin B$（交叉相乘）；

(2)$a=\dfrac{b\sin A}{\sin B}$；$\sin B=\dfrac{b\sin A}{a}$；

(3)$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{a+b+c}{\sin A+\sin B+\sin C}=2R$（$R$为$\triangle ABC$外接圆的半径）；

(4)$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$.

**3. 解三角形**

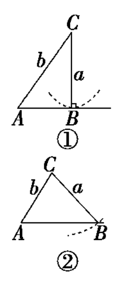
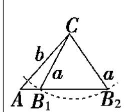
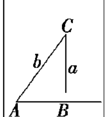
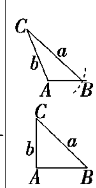
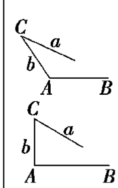
(1)一般地，把三角形的三个角$A$，$B$，$C$和它们的对边$a$，$b$，$c$叫做三角形的元素，已知三角形的几个元素求其他元素的过程叫做____________.

(2)解三角形的两个类型（利用正弦定理）

①已知两角与一边

②已知两边与其中一边的对角

已知两边及其中一边的对角解三角形，可能有两解、一解或无解，在$\triangle ABC$中，已知$a$、$b$和$A$时，解的情况如下表：

| | $A$为锐角 | | | $A$为钝角或直角 | |
|---|---|---|---|---|---|
| 图形 |  |  |  |  |  |
| 关系式 | ①$a=b\sin A$<br>②$a\geqslant b$ | $b\sin A<a<b$ | $a<b\sin A$ | $a>b$ | $a\leqslant b$ |
| 解的个数 | 一解 | 两解 | 无解 | 一解 | 无解 |

[预习自测]

1. 在△$ABC$中，下列关系一定成立的是　　(　　)

A. $a>b\sin A$　　B. $a=b\sin A$

C. $a<b\sin A$　　D. $a\geqslant b\sin A$

2. 一个三角形的两个角分别等于120°和45°，若45°角所对的边长是$4\sqrt{6}$，那么120°角所对边长是　　(　　)

A. 4　　B. $12\sqrt{3}$

C. $4\sqrt{3}$　　D. 12

3. 在△$ABC$中，$a=15$，$b=10$，$A=60°$，则$\cos B=$　　(　　)

A. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

C. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

4. 在△$ABC$中，已知$b=6$，$A=30°$，$B=60°$，则$a=$__________.

## 课　堂　探　究　案

ke tang tan jiu an

名师点拨·自主探究（会思考）

### 题型一　已知三角形的两角和一边解三角形

**例1**　已知△$ABC$中，$a=20$，$A=30°$，$C=45°$，求$B$，$b$，$c$.

**【思路点拨】**　由三角形内角和求$B$；由正弦定理求$b$，$c$.

**【解析】**　∵$A=30°$，$C=45°$，

∴$B=180°-(A+C)=105°$，

由正弦定理$b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{20\sin 105°}{\sin 30°}$

$=40\sin(45°+60°)=10(\sqrt{6}+\sqrt{2})$，

$c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{20\sin 45°}{\sin 30°}=20\sqrt{2}$，

∴$B=105°$，$b=10(\sqrt{6}+\sqrt{2})$，$c=20\sqrt{2}$.

**【名师点评】**　1. 已知三角形两角，则第三个角唯一确定，且有一边已知，故有唯一一组解.

2. 已知三角形的两个角与一边解三角形时要注意以下几点：

(1)$A+B+C=180°$；

(2)由$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$得$b=\frac{a\sin B}{\sin A}$等；

(3)转化为特殊角，如$\sin 105°=\sin(60°+45°)$等.

**变式训练**

1. 在△$ABC$中，已知$A=60°$，$B=45°$，$c=2$，求$a$，$b$和角$C$.

### 题型二　已知三角形的两边及一边的对角解三角形

**例2**　已知下列各三角形中的两边及其一边的对角，先判断三角形是否有解？有解的作出解答.

(1)$a=7$，$b=8$，$A=105°$；

(2)$a=10$，$b=20$，$A=80°$；

(3)$b=10$，$c=5\sqrt{6}$，$C=60°$；

(4)$a=2\sqrt{3}$，$b=6$，$A=30°$.

**【思路点拨】**　先判断解的情况，再解三角形.

**【解析】**　(1)∵$a=7$，$b=8$，

∴$a<b$，又∵$A=105°>90°$，∴本题无解.

(2)$a=10$，$b=20$，$a<b$，$A=80°<90°$，

∵$b\sin A=20\cdot\sin 80°>20\cdot\sin 60°=10\sqrt{3}$，

∴$a<b\cdot\sin A$，∴本题无解.

(3)$b=10$，$c=5\sqrt{6}$，$b<c$，$C=60°<90°$，本题有一解.

∵$\sin B=\frac{b\sin C}{c}=\frac{10\cdot\sin 60°}{5\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴$B=45°$，$A=180-(B+C)=75°$.

∴$a=\frac{b\sin A}{\sin B}=\frac{10\cdot\sin 75°}{\sin 45°}=\frac{10\times\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=5(\sqrt{3}+1)$.

(4)$a=2\sqrt{3}$，$b=6$，$a<b$，$A=30°<90°$，

又∵$b\sin A=6\sin 30°=3$，$a>b\sin A$，∴本题有两解.

由正弦定理得$\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{6\sin 30°}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$B=60°$或$120°$.

当$B=60°$时，$C=90°$，$c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{2\sqrt{3}\sin 90°}{\sin 30°}=4\sqrt{3}$；

当$B=120°$时，$C=30°$，$c=\frac{a\sin C}{\sin A}=\frac{2\sqrt{3}\sin 30°}{\sin 30°}=2\sqrt{3}$.

∴$B=60°$，$C=90°$，$c=4\sqrt{3}$或$B=120°$，$C=30°$，$c=2\sqrt{3}$.

**【名师点评】**　已知三角形的两边和其中一边的对角解三角形时，可先判断解的情况，若有解，再求出另一边的对角的正弦值，然后根据该正弦值求角，需对角的情况加以讨论是否有解，如果有解是一解还是两解，若有解，再由三角形的内角和定理求出第三个角，然后利用正弦定理求出第三边.

## 互动探究

2. 在$\triangle ABC$中，$c=\sqrt{6}$，$C=\frac{\pi}{3}$，$a=2$，求$A$，$B$，$b$.

| 题型三 | 判断三角形形状 |
|---|---|

例3　在$\triangle ABC$中，已知$a$，$b$，$c$分别是角$A$、$B$、$C$的对边，若$\frac{a}{b}=\frac{\cos B}{\cos A}$，试判断$\triangle ABC$的形状.

**【思路点拨】** 利用正弦定理，将边转化为角.

**【解析】** 由正弦定理得$\frac{a}{b}=\frac{\sin A}{\sin B}$，………………　2分

所以，$\frac{a}{b}=\frac{\cos B}{\cos A}\Rightarrow\frac{\sin A}{\sin B}=\frac{\cos B}{\cos A}\Rightarrow\sin A\cos A$

$=\sin B\cos B\Rightarrow\sin 2A=\sin 2B$　………………　6分

$\therefore 2A=2B$或$2A=\pi-2B\Rightarrow A=B$或$A+B=\frac{\pi}{2}$，

$\therefore\triangle ABC$是等腰三角形或直角三角形.　………　10分

[失分溯源]

1. 利用正弦定理判断三角形形状的方法：

(1)利用正弦定理将已知条件中边的关系转化为角的三角函数间的关系，通过三角恒等变形得出角的关系，从而判断三角形的形状.

(2)在三角形中由三角函数关系得角关系时要特别注意$A+B+C=\pi$这一条件限制.

2. 注意由$\sin 2A=\sin 2B$，得出$2A=2B$，或$2A+2B=\pi$，易漏解失分.

[题组训练]

1. 在$\triangle ABC$中，若$\frac{a}{\sin B}=\frac{b}{\sin C}=\frac{c}{\sin A}$，则$\triangle ABC$是　(　　)

A. 等边三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等腰直角三角形

2. 在$\triangle ABC$中，已知$2a\cos B=C$，那么$\triangle ABC$的形状是________.

3. 在$\triangle ABC$中，设$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$且$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}$，$|\boldsymbol{a}|=1$，判断$\triangle ABC$的形状并求$\triangle ABC$的面积.

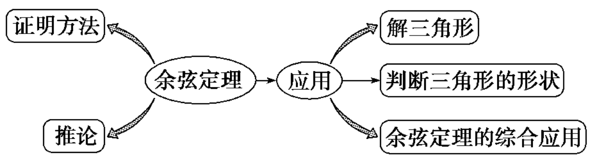
# 1.1.2 余 弦 定 理

| | |
|---|---|
| 课标导航 | 1. 掌握余弦定理及其变形.<br>2. 掌握余弦定理的证明.<br>3. 初步学会正余弦定理的综合应用. |

## 课 前 预 习 案 知识梳理·点点落实（会探索）

ke qian yu xi an

### [基础梳理]




**1. 余弦定理**：三角形中任何一边的平方等于其他两边的平方的和减去这两边与它们的夹角的余弦的积的两倍.

即 $a^2=$________，$b^2=$________，

$c^2=$________.

**2. 余弦定理的变形公式**

$\cos A=$________，$\cos B=$________，

$\cos C=$________.

**3. 利用正、余弦定理判断三角形形状**

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

若 $a^2=b^2+c^2$，则 $\cos A=0$，$A=90°$ ①

若 $a^2<b^2+c^2$，则 $\cos A>0$，$A<90°$ ②

若 $a^2>b^2+c^2$，则 $\cos A<0$，$A>90°$ ③

余弦定理是勾股定理的推广形式，单从①和③式即可判断三角形是直角或钝角三角形. 只由②式判断不出三角形的形状，还要考虑 $B$ 或 $C$ 的大小.

**4. 解三角形时常用的隐含条件**

(1) $A+B+C=\pi$；

(2) $\sin\dfrac{A+B}{2}=\cos\dfrac{C}{2}$，$\cos\dfrac{A+B}{2}=\sin\dfrac{C}{2}$；

(3) $\sin(A+B)=\sin C$，$\cos(A+B)=-\cos C$.

(4) $\sin A<\sin B$，则 $A<B$，正弦值小的角一定为锐角.

(5) 三边一定满足任意两边之和大于第三边.

**5. 解斜三角形有四种类型，如下表所示**

| 已知条件 | 选用定理 | 结论 |
|---|---|---|
| 一边两角（如 $A$、$B$、$c$） | 正弦定理 | 一解 |
| 两边及夹角（如 $a$，$b$，$C$，$a\leqslant b$） | 余弦定理 | 一解 |
| 两边及其中一边的对角（如 $a$，$b$，$A$） | 正弦定理<br>余弦定理 | 一解<br>两解<br>无解 |
| 三边（$a$，$b$，$c$） | 余弦定理 | 一解 |

### [预习自测]

1. 在△$ABC$ 中，$a^2=b^2+c^2+bc$，则 $A$ 等于 （　　）

A. 30°　　B. 135°

C. 60°　　D. 120°

2. (2011 年四川) 在△$ABC$ 中，$\sin^2 A\leqslant\sin^2 B+\sin^2 C-\sin B\sin C$，则 $A$ 的取值范围是 （　　）

A. $\left(0,\dfrac{\pi}{6}\right]$　　B. $\left[\dfrac{\pi}{6},\pi\right)$

C. $\left(0,\dfrac{\pi}{3}\right]$　　D. $\left[\dfrac{\pi}{3},\pi\right)$

3. 在△$ABC$ 中，角 $A$，$B$，$C$ 所对的边长分别为 $a$，$b$，$c$. 若 $\angle C=120°$，$c=\sqrt{2}a$，则 （　　）

A. $a>b$　　B. $a<b$

C. $a=b$　　D. $a$ 与 $b$ 的大小关系不能确定

4. 在△$ABC$ 中，$A=120°$，$c=5$，$a=7$，则 $b=$________.

## 课 堂 探 究 案 名师点拨·自主探究（会思考）

ke tang tan jiu an

| 题型一 | 已知两边和一角解三角形 |
|---|---|

**例 1** △$ABC$ 中，已知 $b=3$，$c=3\sqrt{3}$，$B=30°$，求角 $A$，角 $C$ 和边 $a$.

**【思路点拨】** (1) 可用余弦定理先求出第三边.

(2) 可用正弦定理先求出另一角.

**【解析】** 解法一：由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

得 $3^2=a^2+(3\sqrt{3})^2-2a\times3\sqrt{3}\times\cos 30°$，

$\therefore a^2-9a+18=0$，得 $a=3$ 或 $6$.

当 $a=3$ 时，$A=30°$，$\therefore C=120°$，

当 $a=6$ 时，由正弦定理 $\sin A=\frac{a\sin B}{b}=\frac{6\times\frac{1}{2}}{3}=1$.

$\therefore A=90°$，$\therefore C=60°$.

解法二：由 $b<c$，$B=30°$，$b>c\sin 30°=3\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 知，本题有两解.

由正弦定理 $\sin C=\frac{c\sin B}{b}=\frac{3\sqrt{3}\times\frac{1}{2}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore C=60°$ 或 $120°$，

当 $C=60°$ 时，$A=90°$，

由勾股定理 $a=\sqrt{b^2+c^2}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{3})^2}=6$，

当 $C=120°$ 时，$A=30°$，$\triangle ABC$ 为等腰三角形，

$\therefore a=3$.

**【名师点评】** 可比较两种方法，从中体会各自的优点从而摸索出适合自己思维的解题规律和方法.解法一利用余弦定理列出关于 $a$ 的等量关系建立方程，运用解方程的方法求出 $a$ 边的长，这样可免去判断取舍的麻烦.解法二直接运用正弦定理，先求角再求边.

## 变式训练

1. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a=\sqrt{3}$，$b=\sqrt{2}$，$B=45°$，解此三角形.

| 题型二 | 已知三边解三角形 |
| --- | --- |

**例 2** 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a=2\sqrt{3}$，$b=\sqrt{6}$，$c=3+\sqrt{3}$，解此三角形.

**【思路点拨】** 可直接利用余弦定理求角；也可以先用余弦定理求出一个内角，再用正弦定理求角.

**【解析】** 方法一：由余弦定理的推论得

$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

$=\frac{(\sqrt{6})^2+(3+\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2}{2\times\sqrt{6}\times(3+\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore A=45°$. 同理可求 $B=30°$，

故 $C=180°-A-B=180°-45°-30°=105°$.

方法二：由余弦定理的推论得

$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

$=\frac{(\sqrt{6})^2+(3+\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2}{2\times\sqrt{6}\times(3+\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore A=45°$.

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ 知 $\frac{2\sqrt{3}}{\sin 45°}=\frac{\sqrt{6}}{\sin B}$，

得 $\sin B=\frac{\sqrt{6}\cdot\sin 45°}{2\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$.

因 $a>b$ 知 $A>B$，$\therefore B=30°$.

故 $C=180°-A-B=180°-45°-30°=105°$.

**【名师点评】** 已知三边解三角形的方法及注意事项：

(1)由余弦定理的推论求三内角的余弦值，确定角的大小.

(2)由余弦定理的推论求一个内角的余弦值，确定角的大小；由正弦定理求第二个角的正弦值，结合“大边对大角、大角对大边”法则确定角的大小，最后由三角形内角和为 $180°$ 确定第三个角的大小.

(3)利用余弦定理的推论求出相应角的余弦值，值为正，角为锐角，值为负，角为钝角，思路清晰，结果唯一.

## 互动探究

2. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a=7$，$b=3$，$c=5$，求最大角和 $\sin C$.

| 题型三 | 综合应用 |
|---|---|

**例 3** 在△$ABC$ 中，$a$、$b$、$c$ 分别是角 $A$，$B$，$C$ 的对边，且$\frac{\cos B}{\cos C}=-\frac{b}{2a+c}$.

(1)求角 $B$ 的大小；

(2)若 $b=\sqrt{13}$，$a+c=4$，求△$ABC$ 的面积.

**【思路点拨】** (1)先用余弦定理将角转化为边，再利用余弦定理求 $B$；

(2)选用余弦定理求出 $ac$，可求面积.

**【解析】** (1)由余弦定理知：

$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，$\cos C=\frac{a^2+b^2-c}{2ab}$. ………… 2 分

将上式代入$\frac{\cos B}{\cos C}=-\frac{b}{2a+c}$得：

$\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\cdot\frac{2ab}{a^2+b^2-c^2}=-\frac{b}{2a+c}$，

整理得：$a^2+c^2-b^2=-ac$. ……………………… 4 分

$\therefore\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{-ac}{2ac}=-\frac{1}{2}$，

$\because B$ 为三角形的内角，$\therefore B=\frac{2}{3}\pi$， ………… 6 分

(2)将 $b=\sqrt{13}$，$a+c=4$，$B=\frac{2}{3}\pi$ 代入

$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

即 $b^2=(a+c)^2-2ac-2ac\cos B$.

$\therefore 13=16-2ac\left(1-\frac{1}{2}\right)$，$\therefore ac=3$， ………… 8 分

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{3\sqrt{3}}{4}$. ……………… 10 分

**[失分溯源]**

(1)根据所给等式的结构特点利用余弦定理将角化边进行变形是迅速解答本题的关键.

(2)熟练运用余弦定理及其推论，同时还要注意整体思想、方程思想在解题中的应用.

(3)在多次应用余弦定理时，易因公式错用或计算问题而失分.

**[题组训练]**

1. 在△$ABC$ 中，$A=120°$，$AB=5$，$BC=7$，则$\frac{\sin B}{\sin C}$的值为 ( )

A. $\frac{8}{5}$  B. $\frac{5}{8}$

C. $\frac{5}{3}$  D. $\frac{3}{5}$

2. (2011 年课标全国)△$ABC$ 中，$B=120°$，$AC=7$，$AB=5$，则△$ABC$ 的面积为________.

3. (2011 年浙江)在△$ABC$ 中，角 $A$、$B$、$C$ 所对的边分别为 $a$，$b$，$c$.

已知 $\sin A+\sin C=p\sin B(p\in\mathbf{R})$，且 $ac=\frac{1}{4}b^2$.

(1)当 $p=\frac{5}{4}$，$b=1$ 时，求 $a$，$c$ 的值；

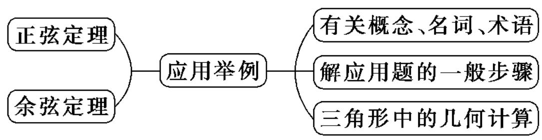
(2)若角 $B$ 为锐角，求 $p$ 的取值范围.

# 1.2　应用举例

| 课标导航 | 1. 熟练掌握正、余弦定理及其应用.<br>2. 了解与测量有关的常用几何术语.<br>3. 能解决一些与测量和几何计算有关的实际问题. |
|---|---|

## 课前预习案 知识梳理·点点落实（会探索）

### [基础梳理]




**1. 实际测量中的有关名词、术语**

(1)仰角和俯角

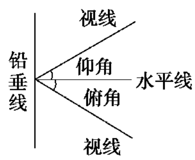



图 1

与目标视线在同一铅垂平面内的水平视线和目标视线的夹角，目标视线在水平视线上方时叫________，目标视线在水平视线下方时叫________，如图 1.

(2)方位角和方向角

从正________方向________转到目标方向线所成的角叫________. 如图 2，目标 $A$ 的方位角为 $135°$.

从________方向线到目标方向线所成的小于 $90°$ 的水平角叫________，如图 3，北偏东 $30°$，南偏东 $45°$.

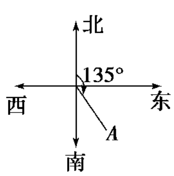



图 2

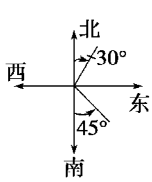



图 3

(3)视角

观察物体的两端视线张开的________. 如图 4.

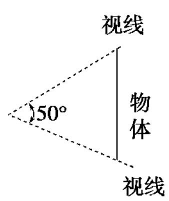



图 4

(4)坡度和坡比

坡面与水平面所成的二面角的度数叫________，坡面的铅直高度与水平宽度之比叫________$\left(i=\frac{h}{l}\right)$. 如图 5.

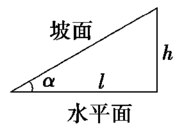
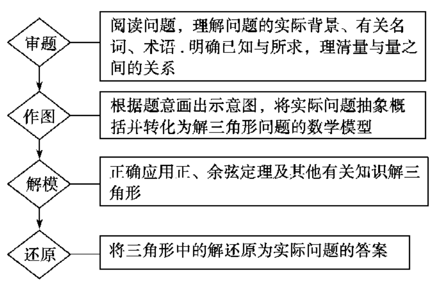



图 5

**2. 解三角形应用题的一般步骤**




**3. 三角形的面积公式**

(1)$S=\frac{1}{2}a\cdot h_a$($h_a$ 表示 $a$ 边上的高)

(2)$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B$.

(3)$S=\frac{1}{2}\cdot r\cdot(a+b+c)$($r$ 为内切圆半径)

(4)$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$\left(\text{其中 } p=\frac{1}{2}(a+b+c)\right)$

**4. 三角形中的常用结论**

(1)$A+B=\pi-C$，$\frac{A+B}{2}=\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}$.

(2)在三角形中大边对大角，反之亦然.

(3)任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边.

(4)在$\triangle ABC$中，$\tan A+\tan B+\tan C=\tan A\cdot\tan B\cdot\tan C$. $\left(A、B、C\neq\frac{\pi}{2}\right)$

[预习自测]

1. 从 $A$ 处望 $B$ 处的仰角为 $\alpha$，从 $B$ 处望 $A$ 处的俯角为 $\beta$，则 $\alpha$、$\beta$ 的关系为 ( )

A. $\alpha>\beta$　　B. $\alpha=\beta$

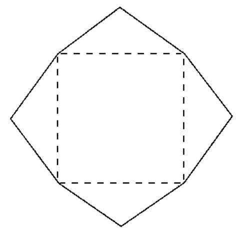
C. $\alpha+\beta=90°$　　D. $\alpha+\beta=180°$

2. 已知两座灯塔 $A$ 和 $B$ 与海洋观察站 $C$ 的距离相等，灯塔 $A$ 在观察站 $C$ 的北偏东 $40°$，灯塔 $B$ 在观察站 $C$ 的南偏东 $60°$，则灯塔 $A$ 在灯塔 $B$ 的 ( )

A. 北偏东 $10°$　　B. 北偏西 $10°$

C. 南偏东 $10°$　　D. 南偏西 $10°$

3. 某班设计了一个八边形的班徽(如图)，它由腰长为 1，顶角为 $\alpha$ 的四个等腰三角形及其底边构成的正方形所组成，该八边形的面积为 ( )



A. $2\sin\alpha-2\cos\alpha+2$　　B. $\sin\alpha-\sqrt{3}\cos\alpha+3$

C. $3\sin\alpha-\sqrt{3}\cos\alpha+1$　　D. $2\sin\alpha-\cos\alpha+1$

4. (2011 年上海卷)在相距 2 千米的 $A$、$B$ 两点处测量目标点 $C$，若 $\angle CAB=75°$，$\angle CBA=60°$，则 $A$、$C$ 两点之间的距离为________千米.

## 课堂探究案 ke tang tan jiu an

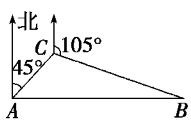
名师点拨 · 自主探究（会思考）

### 题型一　测量距离问题

**例 1** 一商船行至索马里海域时，遭到海盗的追击，随即发出求救信号. 正在该海域执行护航任务的海军“黄山”舰在 $A$ 处获悉后，即测出该商船在方位角为 $45°$ 距离 10 海里的 $C$ 处，并沿方位角为 $105°$ 的方向，以 9 海里/时的速度航行. “黄山”舰立即以 21 海里/时的速度前去营救. 求“黄山”舰靠近商船所需要的最少时间及所经过的路程.

**【思路点拨】** 根据题意，画出草图，应用余弦定理解决.

**【解析】** 如图所示，若“黄山”舰以最少时间在 $B$ 处追上商船，则 $A,B,C$ 构成一个三角形.




设所需时间为 $t$ 小时，则 $AB=21t$，$BC=9t$.

又已知 $AC=10$，依题意知，$\angle ACB=120°$，

根据余弦定理，

$AB^2=AC^2+BC^2-2\cdot AC\cdot BC\cos\angle ACB$.

$\therefore (21t)^2=10^2+(9t)^2-2\times10\times9t\cos120°$，

$\therefore (21t)^2=100+81t^2+90t$，

即 $360t^2-90t-100=0$.

$\therefore t=\dfrac{2}{3}$ 或 $t=-\dfrac{5}{12}$(舍).

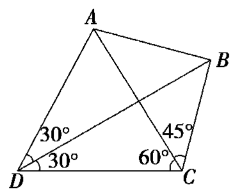
$\therefore AB=21\times\dfrac{2}{3}=14$(海里).

即“黄山”舰需要用 $\dfrac{2}{3}$ 小时靠近商船，共航行 14 海里.

**【名师点评】** 将追及问题转化为三角形问题，即可把实际问题转化为数学问题. 这样借助于正弦定理或余弦定理，就容易解决问题了. 最后要把数学问题还原到实际问题中去.

**变式训练**

1. 在某次军事演习中，红方为了准确分析战场形势，在两个相距为 $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$ 的军事基地 $C$ 和 $D$ 测得蓝方两支精锐部队分别在 $A$ 处和 $B$ 处，且 $\angle ADB=30°$，$\angle BDC=30°$，$\angle DCA=60°$，$\angle ACB=45°$，如图所示，求蓝方这两支精锐部队的距离.

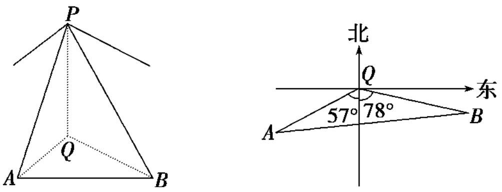


| 题型二 | 测试高度问题 |
|---|---|

**例 2**　某人在山顶观察地面上相距 2 500 m 的两个目标 $A$,$B$,测得目标 $A$ 在南偏西 57°,俯角为 30°,同时测得目标 $B$ 在南偏东 78°,俯角是 45°,求山高(设 $A$、$B$ 与山底在同一平面上).

**【思路点拨】**　依题意画出示意图,由余弦定理解决.

**【解析】**　画出示意图如下图.




①　　②

设山高 $PQ=h$,则$\triangle APQ$、$\triangle BPQ$ 均为直角三角形,

在图①中,$\angle PAQ=30°$,$\angle PBQ=45°$.

$\therefore AQ=PQ\cdot\dfrac{1}{\tan 30°}=\sqrt{3}h$,$BQ=PQ\cdot\dfrac{1}{\tan 45°}=h$.

在图②中,$\angle AQB=57°+78°=135°$,$AB=2\ 500$,

所以由余弦定理得

$AB^2=AQ^2+BQ^2-2AQ\cdot BQ\cos\angle AQB$,

即 $2\ 500^2=(\sqrt{3}h)^2+h^2-2\sqrt{3}h\cdot h\cdot\cos 135°$

$=(4+\sqrt{6})h^2$,

$\therefore h=\dfrac{2\ 500}{\sqrt{4+\sqrt{6}}}$.

即山高为$\dfrac{2\ 500}{\sqrt{4+\sqrt{6}}}$(米).

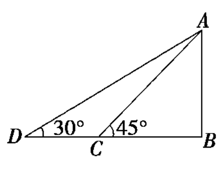
**【名师点评】**　测量高度问题的要求及注意事项

(1)依题意画图是解决三角形应用题的关键.问题中,如果既有方向角(它是在水平面上所成的角),又有仰(俯)角(它是在铅垂面上所成的角),在绘制图形时,可画立体图形和平面图形两个图,以对比分析求解;

(2)方向角是相对于在某地而言的,因此在确定方向角时,必须先弄清楚是哪一点的方向角.从这个意义上来说,方向角是一个动态角,在理解题意时,应把它看活,否则在理解题意时将可能产生偏差.

## 互动探究

2. 如右图,$D$、$C$、$B$ 在地平面同一直线上,$DC=10$ m,从 $D$、$C$ 两地测得 $A$ 点的仰角分别为 30°,45°,则 $A$ 点离地面的距离等于　(　　)




A. 10 m

B. $5\sqrt{3}$ m

C. $5(\sqrt{3}-1)$m

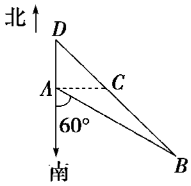
D. $5(\sqrt{3}+1)$m

| 题型三 | 测量角度问题 |
|---|---|

**例 3**　某海上养殖基地 $A$,接到气象部门预报,位于基地南偏东 60°相距 $20(\sqrt{3}+1)$海里的海面上有一台风中心,影响半径为 20 海里,正以每小时 $10\sqrt{2}$海里的速度沿某一方向匀速直线前进,预计台风中心将从基地东北方向刮过且$\sqrt{3}+1$ 小时后开始影响基地持续 2 小时.求台风移动的方向.

**【思路点拨】**　依题意画出草图,由余弦定理求角.

**【解析】**　如右图所示,设预报时台风中心为 $B$,开始影响基地时台风中心为 $C$,基地刚好不受影响时台风中心为 $D$,则 $B$、$C$、$D$ 在一直线上,且 $AD=20$、$AC=20$.




由题意 $AB=20(\sqrt{3}+1)$,$DC=20\sqrt{2}$,$BC=(\sqrt{3}+1)\cdot 10\sqrt{2}$.

在$\triangle ADC$ 中,$\because DC^2=AD^2+AC^2$,

$\therefore\angle DAC=90°$,$\angle ADC=45°$.

在$\triangle ABC$ 中,

由余弦定理得 $\cos\angle BAC=\dfrac{AC^2+AB^2-BC^2}{2AC\cdot AB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$\therefore\angle BAC=30°$,又$\because B$ 位于 $A$ 南偏东 60°,

$60°+30°+90°=180°$,$\therefore D$ 位于 $A$ 的正北方向,

又$\because\angle ADC=45°$,

$\therefore$台风移动的方向为向量$\overrightarrow{CD}$的方向.

即台风向北偏西 45°方向移动.

**【名师点评】**　在充分理解题意的基础上画出大致图形,由问题中的有关量提炼出三角形中的元素,用余弦定理、勾股定理解三角形.

## 互动探究

3. 在一个特定时段内,以点 $E$ 为中心的 7 海里以内海域被设为警戒水域,点 $E$ 正北 55 海里处有一个雷达观测站 $A$.某时刻测得一艘匀速直线行驶的船只位于点 $A$ 的北偏东 45°且与点 $A$ 相距 $40\sqrt{2}$海里的位置 $B$,经过 40 分钟又测得该船已行驶到点 $A$ 的北偏东 $45°+\theta$(其中 $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{26}}{26}$,$0°<\theta<90°$)且与点 $A$ 相距 $10\sqrt{13}$海里的位置 $C$.

(1)求该船的行驶速度(单位:海里/小时);

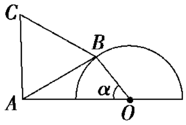
(2)若该船不改变航行方向继续行驶,判断它是否会进入警戒水域,并说明理由.

## 题型四　三角形中的几何计算

**例 4**　半圆 $O$ 的直径长为 2，$A$ 为直径延长线上一点 $OA=2$，$B$ 为半圆上一点，以 $AB$ 为边向外作等边△$ABC$，问 $B$ 点在什么位置时，四边形 $CAOB$ 面积最大，并求最大值.

**【思路点拨】**　依题意画出草图，设∠$AOB=\alpha$，用 $\alpha$ 表示四边形面积，根据三角函数的有界性求最值.

**【解析】**　如图所示，设∠$AOB=\alpha$，在△$AOB$ 中，由余弦定理得




$AB^2=OB^2+OA^2-2OB\cdot OA\cdot\cos\alpha=1+4-4\cos\alpha=5-4\cos\alpha$.

∵△$ABC$ 为等边三角形，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot AB^2=\frac{\sqrt{3}}{4}(5-4\cos\alpha)$.

∵$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}OA\cdot OB\cdot\sin\alpha=\sin\alpha$，

∴$S_{四边形CAOB}=\sin\alpha+\frac{5\sqrt{3}}{4}-\sqrt{3}\cos\alpha$

$=2\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{5\sqrt{3}}{4}$.

∵$0<\alpha<\pi$，∴$\alpha=\frac{5\pi}{6}$时，

$S_{四边形CAOB最大}=2+\frac{5\sqrt{3}}{4}$.

## [失分溯源]

求多边形面积问题常采用割补法求面积，把多边形割补成几个三角形，利用正、余弦定理解三角形，可求得三角形面积问题，进而解决多边形面积问题.

本题的失分点有三个：①应用余弦定理求 $AB^2$ 失误；②四边形面积计算失误；③三角函数化简求最值失误.

## [题组训练]

1. 在 △$ABC$ 中，若 ∠$A=60°$，$b=1$，$S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，则 $\frac{a+b+c}{\sin A+\sin B+\sin C}$的值为　　　　(　　)

A. $\frac{26\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{39}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{39}}{3}$　　D. $\frac{13\sqrt{3}}{3}$

2. 在△$ABC$ 中，$a$、$b$、$c$ 分别为∠$A$、∠$B$、∠$C$ 的对边长，已知 $a$，$b$，$c$ 成等比数列，且 $a^2-c^2=ac-bc$，则∠$A=$________，△$ABC$ 为________.

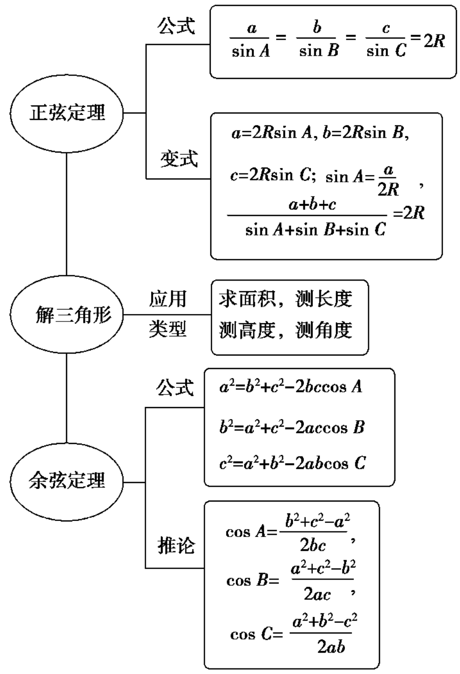
3. (2011 年湖北)设△$ABC$ 的内角 $A$、$B$、$C$ 所对的边分别为 $a$、$b$、$c$. 已知 $a=1$，$b=2$，$\cos C=\frac{1}{4}$.

(1)求△$ABC$ 的周长；

(2)求 $\cos(A-C)$的值.

# 章末复习与达标

## 知识网络




## 核心突破

**突破1　解三角形的常见类型及解法**

在三角形的三条边及三个角这6个元素中，已知其中三个元素(除三个角外)，求其他元素的过程叫解三角形. 根据题中给定的元素，可把解三角形分为四种常见类型.

1. 已知两角 $A,B$ 与一边 $a$，由 $A+B+C=\pi$ 及 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，可求出角 $C$，再求出 $b,c$.

2. 已知两边 $b,c$ 与其夹角 $A$，由 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，求出 $a$，再由正弦定理，求出角 $B,C$.

3. 已知三边 $a,b,c$，由余弦定理可以求出角 $A,B,C$.

4. 已知两边 $a,b$ 及其中一边的对角 $A$，由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，求出另一边 $b$ 的对角 $B$，由 $C=\pi-(A+B)$，求出角 $C$，再由 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$ 求出边 $c$，注意通过 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ 求角 $B$ 时，可能出现一解，两解或无解的情况.

[**示例1**]　在△$ABC$ 中 $a=4$，$A=60°$，当 $b$ 满足下列条件时，解三角形：

(1)$b=\frac{4\sqrt{3}}{3}$；

(2)$b=2\sqrt{2}+\frac{2\sqrt{6}}{3}$；

(3)$b=\frac{8\sqrt{3}}{3}$；

(4)$b=8$.

[**审题、转化**]　本题是已知三角形两边及一边对角、解三角形问题. 既可用正弦定理，也可用余弦定理. 注意三角形解的个数.

[**求解、结论**]　(1)∵$a>b$，∴$B$ 为锐角，由正弦定理得，

$\sin B=\frac{b}{a}\sin A=\frac{1}{2}$，∴$B=30°$，$C=90°$，

由正弦定理得 $c=\frac{a}{\sin A}\cdot\sin C=\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

(2)由正弦定理 $\sin B=\frac{b}{a}\cdot\sin A=\frac{2\sqrt{2}+\frac{2\sqrt{6}}{3}}{4}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，当 $B$ 为锐角时 $B=75°$，$C=45°$.

由正弦定理得 $c=\frac{a}{\sin A}\cdot\sin C=\frac{4\sqrt{6}}{3}$；

当 $B$ 为钝角时 $B=105°$，$C=15°$，

由正弦定理得 $c=\frac{a}{\sin A}\cdot\sin C=2\sqrt{2}-\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

(3)方法一：由正弦定理得 $\sin B=\frac{b}{a}\cdot\sin A=1$，

∴$B=90°$，$C=30°$，

由正弦定理得 $c=\frac{a}{\sin A}\cdot\sin C=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

方法二：设第三边长为 $c$，

由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，

得 $16=\frac{64}{3}+c^2-\frac{8\sqrt{3}}{3}c$，即 $c^2-\frac{8\sqrt{3}}{3}c+\frac{16}{3}=0$.

∴$\left(c-\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2=0$，∴$c=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

由正弦定理得 $\sin C=\frac{c}{a}\cdot\sin A=\frac{1}{2}$.

∵$a>c$，∴$C$ 为锐角，∴$C=30°$，$B=90°$.

(4)由正弦定理得 $\sin B=\frac{b}{a}\cdot\sin A=\sqrt{3}>1$，无解，不存在三角形.

[**反思**]　在△$ABC$ 中，已知两边 $a,b$，及角 $A$. 应用正弦定理，可得 $\sin B=\frac{b\sin A}{a}$.

(1)若 $\sin B>1$，则无解；

(2)若 $\sin B=1$，则有唯一解；

(3)若 $\sin B<1$，且 $b<a$，则有唯一解；

(4)若 $\sin B<1$，且 $b>0$，则有二解.

**突破2　正、余弦定理的综合应用**

在三角形中常以正、余弦定理为工具，通过三角函数来解决问题，以中、低档题目为主，常考题型有判断三角形的形状，在三角形中解决三角函数化简、求值、证明问题等.

[**示例2**]　设函数 $f(x)=2\sin x\cos^2\frac{\varphi}{2}+\cos x\sin\varphi-\sin x(0<\varphi<\pi)$ 在 $x=\pi$ 处取最小值.

(1)求 $\varphi$ 的值；

(2)在$\triangle ABC$中，$a,b,c$分别是角$A,B,C$的对边，且$a=1,b=\sqrt{2},f(A)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，求角$C$.

**[审题、转化]** 本题是三角函数与解三角形的综合性问题：

(1)化简$f(x)$，根据$[f(x)]_{\min}=f(\pi)$，求$\varnothing$；

(2)由$f(A)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，求出$A$，用正弦定理解三角形.

**[求解、结论]** (1)$f(x)=2\sin x\frac{1+\cos\varphi}{2}+\cos x\sin\varphi-\sin x=\sin x+\sin x\cos\varphi+\cos x\sin\varphi-\sin x$

$=\sin x\cos\varphi+\cos x\sin\varphi=\sin(x+\varphi)$.

因为$f(x)$在$x=\pi$时取最小值，

所以$\sin(\pi+\varphi)=-1$，

故$\sin\varphi=1$. 又$0<\varphi<\pi$，所以$\varphi=\frac{\pi}{2}$.

(2)由(1)知$f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{2})=\cos x$. 因为$f(A)=\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，且$A$为$\triangle ABC$的内角，所以$A=\frac{\pi}{6}$.

由正弦定理得$\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，又$b>a$，所以$B>A=\frac{\pi}{6}$所以$B=\frac{\pi}{4}$或$B=\frac{3\pi}{4}$. 当$B=\frac{\pi}{4}$时，

$C=\pi-A-B=\pi-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{12}$，

当$B=\frac{3\pi}{4}$时，$C=\pi-A-B=\pi-\frac{\pi}{6}-\frac{3\pi}{4}=\frac{\pi}{12}$.

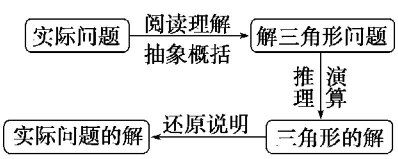
综上所述，$C=\frac{7\pi}{12}$或$C=\frac{\pi}{12}$.

**[反思]** 三角函数与解三角形的综合问题，是高考中常见题形，常以解答题的形式出现在高考试题中. 主要考查三角恒等变换，三角函数的图像性质，正、余弦定理的应用等.

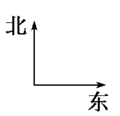
**突破 3　正、余弦定理的实际应用**

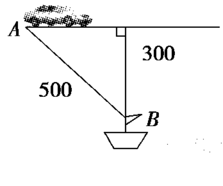
正、余弦定理在现实生活中有非常广泛的应用，常见题型有测量距离、高度、角度等. 解决这类问题要有规范的解题步骤：

可用框图表示：




**[示例 3]** 如右图所示，一辆汽车从$A$市出发沿海岸一条直公路以每小时 100 千米的速度向东匀速行驶，汽车开动时，在$A$市南偏东方向距$A$市 500 千米且与海岸距离为 300 千米的海上$B$处有一快艇与汽车同时出发，要把一件稿件交送给这辆汽车的司机.




(1)快艇至少以多大的速度行驶才能把稿件送到司机手中？

(2)求快艇以最小速度行驶时的行驶方向与$AB$所成的角；

(3)若快艇每小时最快行驶 75 千米，快艇应如何行驶才能尽快把稿件交到司机手中，最快需要多长时间？

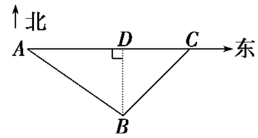
**[审题、转化]** 本题是一个涉及行程问题的解三角形综合应用题. 应首先依题意画出草图，转化为解三角形问题.

(1)以时间$t$为变量，求$v(t)$的最小值.

(2)由余弦定理求角.

(3)以时间$t$为变量，解三角形，求出$t$值.

**[求解、结论]** (1)如右图所示，设快艇以$v$千米/小时的速度从$B$处出发，沿$BC$方向，$t$小时后与汽车在$C$处相遇.




在$\triangle ABC$中，$AB=500,AC=100t,BC=vt,BD$为$AC$边上的高，$BD=300$.

设$\angle BAC=\alpha$，则$\sin\alpha=\frac{3}{5},\cos\alpha=\frac{4}{5}$，

由余弦定理$BC^2=AC^2+AB^2-2AB\cdot AC\cos\alpha$，

$\therefore v^2t^2=(100t)^2+500^2-2\times500\times100t\cdot\frac{4}{5}$，

整理得：$v^2=\frac{250\ 000}{t^2}-\frac{80\ 000}{t}+10\ 000$

$=250\ 000[\frac{1}{t^2}-\frac{8}{25}\cdot\frac{1}{t}+(\frac{4}{25})^2]+10\ 000-\frac{10\ 000\times16}{25}$

$=250\ 000(\frac{1}{t}-\frac{4}{25})^2+3\ 600$.

当$\frac{1}{t}=\frac{4}{25}$，即$t=\frac{25}{4}$时，$v_{\min}^2=3\ 600,v_{\min}=60$.

即快艇至少以 60 千米/小时的速度行驶才能把稿件送到司机手中.

(2)当$v=60$千米/小时时，在$\triangle ABC$中，

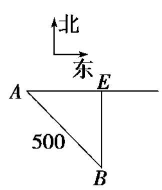
$AB=500,AC=100\times\frac{25}{4}=625$，

$BC=60\times\frac{25}{4}=375$，

由余弦定理$\cos\angle ABC=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=0$，

$\therefore\angle ABC=90°$，故快艇应以垂直$AB$的方向向北偏东行驶.

(3)如右图所示，设快艇以 75 千米/小时的速度沿$BE$行驶，$t$小时后与汽车在$E$处相遇. 在$\triangle ABE$中，$AB=500,AE=100t$，$BE=75t,\cos\angle BAE=\frac{4}{5}$.




由余弦定理

$(75t)^2=500^2+(100t)^2-2\times500\times100t\times\frac{4}{5}$，

整理得$t=4$或$t=\frac{100}{7}$(舍)，

当$t=4$时，$AE=400,BE=300,AB^2=AE^2+BE^2$，

所以快艇应垂直于海岸向北行驶才能尽快把稿件交到司机手中，最快需要 4 小时.

**[反思]** “能够运用正弦定理、余弦定理等知识和方法解决一些与测量和几何计算有关的实际问题.”是课程标准的要求，因此涉及解三角形的应用题，也就成了高考题中常考的题型.

## 综合演练

1. 在△$ABC$中，面积$S=a^2-(b-c)^2$，则$\cos A=$（　　）

A. $\frac{8}{17}$　　B. $\frac{15}{17}$

C. $\frac{13}{15}$　　D. $\frac{13}{17}$

2. 在△$ABC$中，内角$A,B,C$的对边分别是$a,b,c$. 若$a^2-b^2=\sqrt{3}bc$，$\sin C=2\sqrt{3}\sin B$，则$A=$（　　）

A. 30°　　B. 60°

C. 120°　　D. 150°

3. 在锐角△$ABC$中，角$A$、$B$、$C$的对边分别为$a$、$b$、$c$，若$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=6\cos C$，则$\frac{\tan C}{\tan A}+\frac{\tan C}{\tan B}$的值是________.

4. 在△$ABC$中，若$c=4$，$b=7$，$BC$边上的中线$AD$的长为$\frac{7}{2}$，求边长$a$.

5. 在△$ABC$中，若$(a-c\cdot\cos B)\cdot\sin B=(b-c\cdot\cos A)\cdot\sin A$，判断△$ABC$的形状.

6. 在△$ABC$中，$A$、$B$、$C$的对边分别为$a,b,c$，$\cos A=\frac{1}{3}$，$a=\sqrt{3}$，求△$ABC$面积$S$的最大值.

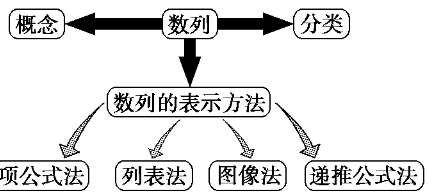
# 第二章 数 列

## 2.1 数列的概念与简单表示法

| 课标导航 | |
|---|---|
| | 1. 了解数列的概念.<br>2. 了解数列的几种简单表示方法(列表、图像、通项公式).<br>3. 了解数列是一种特殊的函数. |

### 课 前 预 习 案 ke qian yu xi an 知识梳理·点点落实(会探索)

[基础梳理]




**1. 数列及其有关概念**

(1)数列:按照______排列着的一列数称为数列.

(2)项:数列中的每一个数叫做这个数列的______,第一项通常也叫做______,若是有穷数列,最后一项也叫做______.

(3)数列的表示:数列的一般形式可以写成____________.简记为:______.

**2. 数列的分类**

| 分类标准 | 名称 | 含义 | 例子 |
|---|---|---|---|
| 按项的个数 | 有穷数列 | 项数______的数列 | 1,2,3,4,…,100. |
| | 无穷数列 | 项数______的数列 | 1,4,9,…,$n^2$,…. |
| 按项的变化趋势 | 递增数列 | ______,每一项都______它的前一项的数列 | 3,4,5,…,$n+2$ |
| | 递减数列 | ______,每一项都______它的前一项的数列 | 1,$\frac{1}{2}$,$\frac{1}{3}$,…,$\frac{1}{2\ 010}$ |
| | 常数列 | ______的数列 | 6,6,6,6,… |
| | 摆动数列 | ______,有些项______它的前一项,有些项______它的前一项的数列 | 1,−2,3,−4,… |

**3. 数列与函数的关系**

对任意数列$\{a_n\}$,其每一项与序号都有对应关系,见下表:

| 序号 | 1 | 2 | 3 | 4 | … | $n$ | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 项 | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ | … | $a_n$ | … |

因此数列也可以看成是定义域为______(或它的______)的函数______,当自变量$n$从小到大依次取值时,该函数对应的一列函数值就是该数列.反过来,对于函数$y=f(x)$,如果$f(i)(i=1,2,3,\cdots)$有意义,那么就可以得到一个数列$f(1),f(2),f(3),\cdots,f(n),\cdots$.