

书在飞

小学数学

铂金◎主编



四川大学出版社



作者简介—————

铂金，本名付波锋，字慕玥，陕西宝鸡人，在四川彭州市定居。2008年毕业于长春理工大学机械电子工程系，曾在四川华庆机械有限责任公司从事科研工作，对文化教育也做了一定的研究，现于四川加力机电有限公司进行应急救援方向的研发。喜欢四川美食，崇尚科学，爱好写作。



书在飞

SHU ZAI FEI XIAO XUE SHU XUE

小学数学

铂金◎主编



四川大学出版社

编委会

主	编：	铂	金				
参	编：	吴	杰	任	欢	王	博
		杨宗刚	王永铸	刘海妮	杜利玲	李	春
		付波玲	黄宇飞	张丽萍	刘军定	杜俊锋	
		刘军波	付博杰	杜海玲	付	阳	林开平
		亢俊东	付	洁	高	鹏	

序

小学是接受教育的初级阶段,也是知识积累和思想成型的关键阶段,这个阶段把握好了,以后的学习就容易得多。那么怎样才能把握好这个阶段呢?首先,我们要了解这个阶段的心理特点。

注意分为有意注意和无意注意,而小学生的注意力特点为无意注意占优势,注意力不稳定、不持久,容易被一些新奇事物吸引。其感知是从笼统、不精确向较精确逐渐过渡,同样,小学生的记忆也是由无意识记忆和机械识记忆向有意识记忆逐渐过渡,因此小学生对有趣的事情能很快地记住,而对枯燥的学习内容记起来就会感到困难,随着年龄的增长,他们的思维理解能力不断提高,慢慢地就能很好的记住所要学习的内容了。

其次,这个阶段是最需要家长有效关爱的阶段,而家长们对孩子最长情的关爱就是送他一本《书在飞》!我相信,这将会是宝妈们的神兵利器,借助这本书可以和孩子们建立更加亲密的关系!

本书主要针对小学数学内容展开,适合不同阶段、不同学习成绩的小学生阅读。本书题目难易程度分为两大层次。第一大层次为基础到飞跃,其中又包含三个小层次,即基础、提升和飞跃,基础多为概念性题型,提升多为对基础知识点的提升和强化,飞跃则是更需要开动脑筋的题型;第二大层次为奥数,针对特别喜欢数学的孩子,绝非只是优等生的专利。不管你现在处于哪种水平,均可以阅读此书以提高自身的学习能力,请在阅读此书的时候带上快乐的心情,相信在不久的将来你会脱颖而出。

此外,每一道题目的讲解也分为三个过程——基础延伸、思维愈合和全面恢复。基础延伸就是在解题前,把所需掌握的知识进行归纳和深化,让学生们在解题的时候更加轻松,这个部分的内容有时候记忆或理解起来比较困难,不做强制性要求,也可以直接越过;思维愈合就是针对题目,引导学生如何去思考;全面恢复是最重要的环节,就是再现整个解题过程,旨在要求学生能够重视解题过程和书写规范。这三个过程,要求同学们在阅读的时候一定要进行深度思考,不可肤浅地应付。

在很多时候,家长或者老师会在无形中给不同层次的学生贴上“优等生”

“差等生”“中等生”“学习不好”“成绩一般”等标签,这样就导致了学习成绩好的越来越优秀、学习成绩差的越来越差的两极分化的局面。那这是为什么呢?因为我们每个人都有一种忠诚于自己的标签的潜意识,假如你是一个失败者,那么你就会忠诚于你是失败者的事实,于是在以后做事的过程中,失败的概率就很大,当你失败了的时候,你也会随口说出“我就说嘛,我就不是能成功的人”这样消极的话语。这是一种心理疾病,需要治愈,治愈的方法很简单,就是多一些对成功的情形或者场景的想象,想象得越具体越有利于你行动的发挥。如果你目前学习成绩排在倒数行列,可千万不要认为自己是“差等生”,即使老师和家长都这么认为,你自己也绝不能放弃。一定要时刻提醒自己,之所以学习成绩不好,也只是暂时的,只是因为之前的你并没有下决心学习而已。那么,现在的你,只要全身心地投入到学习中去,就一定会取得好成绩。

《书在飞》为治愈系书物,讲究深度思考,它会带你进入深度思考的环境,希望孩子们每天都坚持学习,在学习的时候不要受到外界的打扰,最好像乔布斯一样在自己的禅室里学习,当然了,你的“禅室”就是没有手机、没有电视的书房,这样就不会因为外界的欲望一直攻击着你而阻碍你进行深度思考,希望孩子们能通过此书治愈自己,做到知行合一,成为数学的快乐学习者。

高年级的孩子可以自己进行阅读,低年级的孩子则可在家长的陪同下进行阅读。

一天不用阅读很多页,阅读一两道题目,融会贯通就行,所谓欲速则不达,只要坚持,持之以恒,那么,不出三个月,每一页都会留下你博学多思的足迹,《书在飞》将伴你冠冕为王!

本书也可以说是对教材的拓展,省去了一些最基本的概念,建议老师们也可以配合教材使用,不要让同学们过多地刷题,以免本末倒置。除了教材本身的讲解之外,本书可以让老师在自习课上或者其他时候拿出来对学生讲解,相信会有很好的效果,同学们也会喜欢的。本书有些地方总结出了一般规律,也有收集了很多教科书里没有的知识,希望能助老师们一臂之力。

本书也可以作为私人家教老师的首选,只要老师按照本书的内容去进行辅导,相信也会起到很好的作用。

谬误之处在所难免,还望各位读者不吝指正。

最后一个祝福,让《书在飞》的书页为你插上翅膀,伴你一同在数学的宇宙中翱翔!

目 录

CONTENTS

序	1
---------	---

一 基础到飞跃

1. 数的认识	1
2. 数的运算	8
3. 常见的量	13
4. 式与方程	24
5. 比和比例	29
6. 探索规律	35
7. 平面图形	40
8. 立体图形	49
9. 数据统计	58
10. 可能性	65

二 奥数与游戏

1. 奥数的一些传说	71
2. 奥数题解	71
3. 魔方	105
4. 华容道	110
5. 独立钻石	112
6. 七巧板	114
7. 九连环	115
8. 汉诺塔	117
* 有趣的数	120

一 基础到飞跃

许多艺术能够美化人们的心灵,但却没有哪一种艺术能比数学更有效地去
美化和修饰人们的心灵。

1. 数的认识

基础

FBF1 一个数由 590 个千亿、9206 个千万、4.85 个百万、629 个一组成,这
个数是()位数,写作(),读作()。最高位上的 5 是较低位
上的 5 的()倍。

基础延伸 整数的计数单位从个位依次为:一(个)、十、百、千、万、十万、百
万、千万、亿、十亿、百亿、千亿、兆^①、十兆、百兆、千兆……;我们中国的读数习惯
为四位分级法,即从个位起,每四个数位作为一级。个、十、百、千四位称为个
级,万、十万、百万、千万四位称为万级,亿、十亿、百亿、千亿四位称为亿级,兆、
十兆、百兆、千兆四位称为兆级,等等。个级、万级、亿级、兆级……称为数级。
兆级以后的数级还有京、垓(gāi)、秭(zǐ)、穰(ráng)、沟、涧(jiàn)、正、载、极、恒
河沙、阿僧(sēng)只、那由他、不可思议、无量、大数。其中关系,笔者有诗记之:

万进诗

中华大数,以一起之,一可成十,亦可成万。
跬步千里,小流江河,世间万物,皆有此缘。
十一是十,十十为百,十百成千,十千上万。
上述四进,皆为满十,满十则进,此为十进。
万若成亿,必经十万,而后百万,进而千万,
万万为亿,晋为亿级,万亿之进,称为万进。

^①此处兆按万进计算,即为万亿;三位分级法的兆为一百万。



此后有兆 继而有京 京垓秭穰 均为万进。

万进之间 ,十进为填 四次十进 则可成万。

万亿为兆 ,万兆为京 ,万京为垓 ,万垓为秭。

万秭为穰 ,万穰为沟 ,万沟为涧 ,万涧为正。

此后万进 载后为极 恒河沙也 阿僧只也。

那由他也 不可思议 无量次之 大数绝冠。

思维愈合 一(个)是整数最低数位 ,写数时有多少个一 ,直接写出即可。

十后面有一个数位 ,写数时需要补充 1 个 0 ,如 5 个十 ,则先写出 5 再补充 1 个 0 ,即为 50。依此类推 ,百后面为 2 个 0 ,千后面为 3 个 0 ,万后面为 4 个 0 ,亿后面为 8 个 0 ,其他组合数位的 0 的个数等于其之和 ,如百亿后面的 0 的个数为百的 2 个 0 加上亿的 8 个 0 ,即 10 个 0。590 个千亿就是在 590 后面先加 3 个 0 再加 8 个 0 ,即为 590 000 00000000 ,按照四位分级法整理为 59 0000 0000 0000;同理 9206 个千万为 9206 000 0000 ,按照四位分级法整理为 920 6000 0000;4.85 个百万为 4 85 0000 ,由于这是小数 ,百万的百的两个 0 由 8 和 5 占据 ,按照四位分级法整理为 485 0000;629 个 1 直接写成 629。

全面恢复 解:59 0000 0000 0000 + 920 6000 0000 + 485 0000 + 629 = (59 0920 6485 0629) ,此数为(14) 位数 ,读作(五十九兆零九百二十亿六千四百八十五万零六百二十九) ,最高位上的 5 后面有 13 位 ,较低位上的 5 后面有 4 位 ,即他们相差 $13 - 4 = 9$ 位 , $5 \div 5 = 1$,再给 1 补充 9 个 0 ,即为(10 0000 0000) 倍。

FBF2 一个数亿位上是最小的合数 ,百万位上是最大的一位数 ,万位上是最小的质数 ,千位上是最大的一位数质数 ,百位上是最小的既是奇数又是质数的数 ,十位上是既是奇数又是合数的一位数 ,个位上既不是质数也不是合数 ,其余各位上都是 0 ,则这个数写作() ,读作()。以四舍五入法、去尾法、进一法改成以万为单位的整数依次是() 万、() 万、() 万。

基础延伸 在整数中 ,能被 2 整除的数为偶数(双数) ,偶数的个位数一定是 0、2、4、6 或 8;不能被 2 整除的数为奇数(单数) ,奇数的个位数一定是 1、3、5、7 或 9。奇数和偶数都属于整数 ,它们在整数中是相对的 ,也就是说一个整数非奇即偶或非偶即奇。奇数和偶数有正负之分 0 作为一个特殊的偶数 ,既是正

奇数和负奇数的分界线,又是正偶数和负偶数的分界线。

两个连续的整数中必有一个奇数和一个偶数。

奇数列: $1, 3, 5, 7, 9, \dots (2n-1)$ 的前 n 项和为 n^2 ;

偶数列: $0, 2, 4, 6, 8, \dots (2n-2)$ 的前 n 项和为 $n^2 - n$ 。

质数和合数是在正整数范畴内讨论的数,所以质数和合数没有负的。一个正整数除了 1 和它本身外,没有其他因数,这个数就称为质数(素数);一个正整数除了 1 和它本身外,还有其他因数,这个数就称为合数。1 既不是质数,也不是合数。

思维愈合 0~9 的数字中,奇数有 1、3、5、7、9,偶数有 0、2、4、6、8,合数有 4、6、8、9,质数有 2、3、5、7,既不是质数又不是合数的有 0、1。

亿位上是最小的合数,即表示的数为 4 0000 0000;百万位为最大的一位数,即为 900 0000;万位为最小的质数,即为 2 0000;千位上是一位最大的质数,即为 7000;百位既是奇数又是质数且最小,即为 300;十位上既是奇数又是合数,即为 90;个位上既不是质数也不是合数,即为 0 或 1。

全面恢复 解: $4\ 0000\ 0000 + 900\ 0000 + 2\ 0000 + 7000 + 300 + 90 + 0$ (或 1) $= 4\ 0902\ 7390$ (或 $4\ 0902\ 7391$) ,此数写作(4 0902 7390 或 4 0902 7391)。读作(四亿零九百零二万七千三百九十或四亿零九百零二万七千三百九十一),以四舍五入法、去尾法、进一法改成以万为单位的整数依次是(4 0903) 万、(4 0902) 万、(4 0903) 万。

提升

FBF3 王思博喜欢收藏一元硬币,他每次买东西后都习惯把找回的一元硬币放入他的存钱罐,存满后恰好就是 1000 元整。有一天他把存钱罐中的硬币倒出来和谭希媛数着玩,5 个 5 个地数余 2 元,6 个 6 个地数余 3 元,7 个 7 个地数余 4 元,8 个 8 个地数余 5 元,谭希媛很快就算出了一共有多少钱,那王思博究竟存了多少枚硬币呢?

基础延伸 几个数公有的倍数,叫作这几个数的公倍数,其中最小的一个叫作这几个数的最小公倍数。几个数公有的因数,叫作这几个数的公因数,其中最大的一个叫作这几个数的最大公因数。就拿 5、6、7、8 最小公倍数的求解





来说明 5、7 为质数,不用分解质因数 $6 = 3 \times 2$ $8 = 2 \times 2 \times 2$ 6 和 8 有公因数 2, 所以 5、6、7、8 的最小公倍数为 $5 \times 6 \times 7 \times 8 \div 2 = 840$ 。

思维愈合 本题目为稍微复杂的倍数问题,由题意可知硬币的数量并不是 5、6、7、8 的公倍数,而是除以 5、6、7、8 都有余数。仔细观察,发现所有的除数都比余数大 3,那么也就是说若王思博再存 3 枚硬币,则硬币数量恰好是 5、6、7、8 的公倍数。那我们从 5、6、7、8 的最小公倍数求起,即可得到最终答案。

全面恢复 解: $[5, 6, 7, 8] = 840$ $480 - 3 = 837$, 由于存钱罐容量为 1000, 故稍微大点的公倍数 1680 和更大的公倍数不满足题意,舍去。

答:王思博存了 837 枚硬币。

FBF4 一个三位数 n 的个位数是 4,可以表示为 $n = \overline{abc} - \overline{cba}$ (其中 a, b, c 表示 0 至 9 中的整数,且各不相同),那么这个三位数 n 是多少?

基础延伸 用字母表示一个多位数的时候一般写作形如 $\overline{abcd}$ 的格式,它表示的数值为 $1000a + 100b + 10c + d$,如果没有上划线则表示 a, b, c, d 的乘积。

思维愈合 三位数 n 是由三位数 $\overline{abc}$ 和三位数 $\overline{cba}$ 相减得来,由此可知两三位数千位上数字 $a > c$,又因为 n 的末尾数为 4, $c - a$ 减不开,需向高位 b 借 1 当 10 来用,即 $c + 10 - a = 4$,即 $a - c = 6$,十位上被借了 1,则 $(b - 1) - b$ 又减不开,需向高位 a 借 1 当 10 来用,即 $(b - 1) + 10 - b = 9$,百位上 a 被借了 1,又因 $a - c = 6$,则 $(a - 1) - c = 5$,所以 $n = 594$ 。

全面恢复 解:因为 $n = \overline{abc} - \overline{cba}$,所以 $a > c$

所以式子 $\overline{abc} - \overline{cba}$ 个位数相减需向十位借 1,又因为 n 的末尾数为 4,则 $c + 10 - a = 4$,得到 $a - c = 6$ 。

而式子 $\overline{abc} - \overline{cba}$ 中两数的十位数都是为 b ,因被减数 b 被借 1 后又得向百位借 1 才能继续作减法运算,即 $(b - 1) + 10 - b = 9$ 。

式子 $\overline{abc} - \overline{cba}$ 两数的百位数相减,因被减数 a 被借 1,

则 $(a - 1) - c = a - c - 1 = 6 - 1 = 5$

所以 n 的百位数、十位数、个位数分别为 5 9 4

即 $n = 494$ 。

飞跃

FBF5 陈嘉怡家的客厅中安装有 200 盏彩灯,每两盏由一个开关控制,即

同亮同灭,且每一盏彩灯只能由一个开关控制。现在所有开关按照序号 1~100 安装在同一个控制箱内,所有的灯都处于“熄”的状态。王思博先将序号是 3 的倍数的开关按一遍,接着谭希媛又将序号是 4 的倍数的开关按一遍,然后陈嘉怡将序号是 5 的倍数的开关按一遍,那么,这时客厅中有多少盏灯亮着?

基础延伸 $[x]$ 为取整函数,表示不超过实数 x 的最大整数,如 $[3.1] = 3$, $[-1.7] = -2$ 。

100 及以内 3 的倍数有 $[100 \div 3] = 33$ 个;100 及以内 4 的倍数有 $[100 \div 4] = 25$ 个;100 及以内 5 的倍数有 $[100 \div 5] = 20$ 个;100 及以内 3、4 的公倍数有 $[100 \div 3 \div 4] = 8$ 个;100 及以内 3、5 的公倍数有 $[100 \div 3 \div 5] = 6$ 个;100 及以内 4、5 的公倍数有 $[100 \div 4 \div 5] = 5$ 个;100 及以内 3、4、5 的公倍数有 $[100 \div 3 \div 4 \div 5] = 1$ 个。

两个互质的自然数的最小公倍数即为两个数的乘积,其他的公倍数可以依次乘以 2、3、4、5……获得。

思维愈合 本题目为比较复杂的倍数问题,要计算多少盏灯亮着,只需要计算多少个开关处于“开”的状态即可。

由题意王思博先将序号是 3 的倍数的开关按一遍可知,此后有 33 个开关各被按了 1 次,处于“开”的状态;接着谭希媛又将序号是 4 的倍数的开关按一遍,那么又有 25 个开关各被按了 1 次,此时,同时为 3、4 的公倍数的序号开关被按了 2 次,按了 2 次的开关则又回到了“关”的状态;然后陈嘉怡将序号是 5 的倍数的开关按一遍,此时我们知道,凡是没有按过的开关的序号,既不是 3 的倍数,又不是 4 的倍数,也不是 5 的倍数,按过 1 次的开关的序号仅仅是 3 或 4 或 5 的倍数,按过 2 次的开关的序号是 3、4、5 两两的公倍数,按过 3 次的开关的序号是 3、4、5 的公倍数,只有 1 个。

为了便于理解,我们以文氏图来说明,见图 FBF5-1。

图中阴影部分为按了奇数次的开关,我们只需要求出这些开关的数量即可求出有多少盏灯是亮着。由图可知,处于“开”的状态的开关总数,即为阴影部分所表示的开关数量之和。

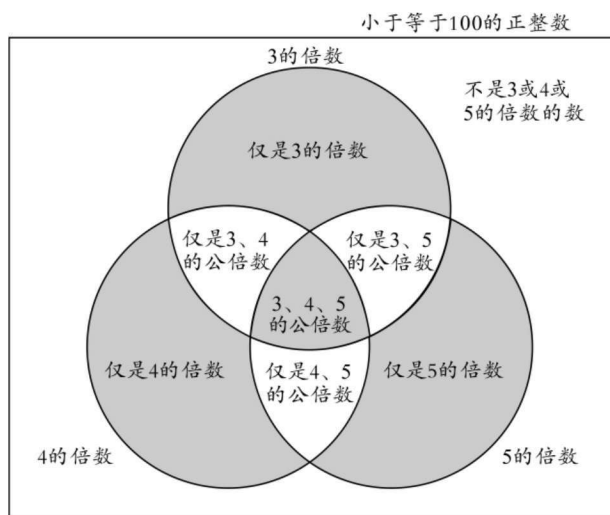


图 FBF5 - 1

全面恢复 解: 序号是 3、4、5 的倍数的开关个数分别为:

$$[100 \div 3] = 33(\text{个})$$

$$[100 \div 4] = 25(\text{个})$$

$$[100 \div 5] = 20(\text{个})$$

序号是 3、4、5 其中两个的公倍数的开关个数分别为:

$$[100 \div 3 \div 4] = 8(\text{个})$$

$$[100 \div 3 \div 5] = 6(\text{个})$$

$$[100 \div 4 \div 5] = 5(\text{个})$$

序号是 3、4、5 的公倍数的开关个数为:

$$[100 \div 3 \div 4 \div 5] = 1(\text{个})$$

序号仅是 3、4、5 的倍数的开关个数分别为:

$$33 - (8 - 1) - (6 - 1) - 1 = 20(\text{个})$$

$$25 - (5 - 1) - (8 - 1) - 1 = 13(\text{个})$$

$$20 - (5 - 1) - (6 - 1) - 1 = 10(\text{个})$$

由图 FBF5 - 1 可知, 处于“开”的状态的开关总数为:

$$20 + 13 + 10 + 1 = 44(\text{个})$$

即处于“亮”的状态的灯数量为:

$$44 \times 2 = 88(\text{盏})$$

答: 这时客厅中有 88 盏灯亮着。

FBF6 王思博和谭希媛一共带了 300 把雨伞去春熙路卖,由于正值雨季,不过一会儿就卖完了。两人的伞不一样多,但卖的钱却是一样多。王思博对谭希媛说“假如我有你那么多的伞,我可以卖 4900 元。”谭希媛嘟着嘴不高兴,对王思博说“假如我有你的这些伞,只能卖 2500 元。”问:他们两个人各有多少把雨伞?

基础延伸 这道题涉及我们生活中常用的一个公式,即总价 = 单价 $\times$ 数量,用字母表示为 $s = an$,其中 s 为总价 a 为单价 n 为数量(这里的数量是广义的数量,可根据货物的不同而相应变成多少长度、多少质量、多大面积等)。

思维愈合 假如王思博的单价和数量用 a_1, n_1 表示,谭希媛的单价和数量用 a_2, n_2 表示,因他俩卖的钱一样多,

$$\text{所以 } a_1 n_1 = a_2 n_2, \text{ 即 } \frac{a_1}{a_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

从谈话内容又可知 $a_1 n_2 = 4900$ $a_2 n_1 = 2500$,两式相除可以得到:

$$\frac{a_1 n_2}{a_2 n_1} = \frac{4900}{2500}, \text{ 又因为 } \frac{a_1}{a_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

$$\text{所以 } \frac{a_1 n_2}{a_2 n_1} = \frac{n_2 n_2}{n_1 n_1} = \frac{70 \times 70}{50 \times 50}, \text{ 即 } \frac{n_2}{n_1} = \frac{7}{5}$$

$$\text{王思博的伞的数量为: } 300 \times \frac{5}{5+7} = 125(\text{把})$$

$$\text{谭希媛的为: } 300 - 125 = 175(\text{把})$$

全面恢复 解:将新卖价化为平方比形式:

$$\frac{4900}{2500} = \frac{7^2}{5^2}$$

底数比则为两人各自的数量比,于是王思博的雨伞数量为:

$$300 \times \frac{5}{5+7} = 125(\text{把})$$

谭希媛的雨伞数量为:

$$300 - 125 = 175(\text{把})$$

答:王思博有 125 把雨伞,谭希媛有 175 把雨伞。



2. 数的运算

基础

FBF7 计算:

$$100 \frac{1}{2} + 99 \frac{1}{6} + 98 \frac{1}{12} + 97 \frac{1}{20} + 96 \frac{1}{30} + \cdots + 2 \frac{1}{9900} + 1 \frac{1}{10100}$$

基础延伸 本题涉及连续正整数和的公式:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots + (n-1) + n = \frac{n(n+1)}{2} \quad n \in \mathbf{N}^* \text{ 式中 } n \text{ 为项数, } (n+1)$$

1) 为首尾之和, $\frac{n}{2}$ 为 $(n+1)$ 的个数。

本题涉及的另一个裂变公式:

$$\frac{1}{a(a+1)} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1} \quad a \neq 0 \quad a+1 \neq 0$$

公式的推导过程为:

$$\frac{1}{a(a+1)} = \frac{(a+1) - a}{a(a+1)} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$$

公式可以衍生出类似公式:

$$\frac{1}{a(a+k)} = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+k} \right) \times \frac{1}{k} \quad a \neq 0 \quad k \neq 0 \quad a+k \neq 0$$

公式的推导过程为:

$$\frac{1}{a(a+k)} = \frac{k}{a(a+k)} \times \frac{1}{k} = \frac{(a+k) - a}{a(a+k)} \times \frac{1}{k} = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+k} \right) \times \frac{1}{k}$$

思维愈合 带分数可以表示为整数与真分数和的形式,在计算带分数加减运算的时候,我们可以分别计算整数部分和分数部分,再把他们的结果相加即可。本题目基础延伸中提到的公式,一定要多做练习加以巩固。

全面恢复 解:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (100 + 99 + 97 + \cdots + 1) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \cdots + \frac{1}{10100} \right) \\ &= \frac{100 \times (100+1)}{2} + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{100 \times 101} \\ &= 5050 + \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{100} - \frac{1}{101} \right) \end{aligned}$$

$$= 5050 + 1 - \frac{1}{101}$$

$$= 5050 \frac{100}{101}$$

FBF8 计算: $(1 + 0.123 + 0.149) \times (0.123 + 0.149 + 0.258) - (1 + 0.123 + 0.149 + 0.258) \times (0.123 + 0.149)$

基础延伸 乘法分配律: $(a + b)c = ac + bc$, 乘法分配律的反用, 也就是提取公因数: $ab + ac = a(b + c)$

乘法分配律的推广: $(a - b - c)d = ad - bd - cd$

乘法分配律的套用:

$$(a + b)(c + d) = a(c + d) + b(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

思维愈合 合理运用整体替代, 可以大大简化计算过程, 提高计算速度和准确率。

全面恢复 解: 令 $a = 0.123 + 0.149$ $b = 0.123 + 0.149 + 0.258$

$$\text{则原式} = (1 + a) \times b - (1 + b) \times a$$

$$= b + ab - a - ab$$

$$= b - a$$

$$= (0.123 + 0.149 + 0.258) - (0.123 + 0.149)$$

$$= 0.258$$

提升

FBF9 若 a 满足下面的等式:

$$9\frac{7}{8} - 3.5 \div \left[1\frac{3}{7} \times \left(a + 1\frac{1}{3} \right) \right] = 9\frac{3}{4}$$

那么 a 的值是多少?

基础延伸 本题涉及四则运算。四则是指加法、减法、乘法、除法的计算法则。一般地, 如果只有加和减, 或者只有乘和除, 从左往右依次计算; 如果一级运算(加减法)和二级运算(乘除法)同时有, 先算二级运算, 再算一级运算; 如果有括号, 要先算括号里边的, 括号的计算顺序按照由内及外的顺序进行。

思维愈合 本题可采用倒推法, 使等式变成一道四则运算的题目。推理能力不够强的同学可以尝试逐步推导法, 一样可以达到目的。

全面恢复 解法一: 依题意, 原等式可变为:



$$\begin{aligned}a &= 3.5 \div \left(9 \frac{7}{8} - 9 \frac{3}{4}\right) \div 1 \frac{3}{7} - 1 \frac{1}{3} \\&= 3.5 \times 8 \times \frac{7}{10} - 1 \frac{1}{3} \\&= 19 \frac{3}{5} - 1 \frac{1}{3} \\&= 18 \frac{4}{15}\end{aligned}$$

解法二：原等式可变为：

$$\begin{aligned}3.5 \times \left[1 \frac{3}{7} \times \left(a + 1 \frac{1}{3}\right)\right] &= 9 \frac{7}{8} - 9 \frac{3}{4} = \frac{1}{8} \\ \Rightarrow 1 \frac{3}{7} \times \left(a + 1 \frac{1}{3}\right) &= 3.5 \div \frac{1}{8} = 28 \\ \Rightarrow a + 1 \frac{1}{3} &= 28 \div 1 \frac{3}{7} = 19 \frac{3}{5} \\ \Rightarrow a &= 19 \frac{3}{5} - 1 \frac{1}{3} = 18 \frac{4}{15}\end{aligned}$$

FBF10 2510 减去它的一半，再减去剩下的三分之一，然后减去剩下的四分之一……最后减去剩下的百分之一。最后还剩多少？

基础延伸 单位“1”的正确理解，有助于将复杂的混合运算转变为简单的乘法计算。

价格问题：

设商贩进货价为 a ，假如标价按照 20% 利润进行，但是在具体销售过程中会按照 9 折出售。这里出现了两个比值，即 20% 和 9 折，但凡出现比值的地方，一般会用到单位“1”，20% 的单位“1”指的是进货价 a ，而 9 折的单位“1”则指的是标价 $a \times (1 + 20\%)$ ，所以最终的出售价为 $a \times (1 + 20\%) \times 0.9$ 。

本息和问题：

设某种存款按年利率计算，每年的年利率为 0.3%，则存 10000 元，10 年后共有多少钱？存满一年后单位“1”按照 10000 元计算，则一年后共有 $10000 \times (1 + 0.3\%) = 10030$ 元钱，存第二年的时候，单位“1”已经涨为 10030，则两年后共有 $10030 \times (1 + 0.3\%) = 10060.09$ 元钱，依此类推，存 10 年后共有 $10000 \times (1 + 0.3\%)^{10} = 10304.08$ 元钱。

思维愈合 本题目中有 100 个比值，其单位“1”也在依次变化着，我们将“减去剩下的几分之几”直接从单位“1”中减去，即可转化为简单的乘法问题。