

根据浙江省最新教学指导意见编写
经浙江省中小学教材审定委员会审查通过
经浙江省中小学教辅材料评议委员会2016年评议通过

浙江省普通高中 学业水平考试导引

ZHEJIANGSHENG
PUTONG GAOZHONG
XUEYE SHUIPING KAOSHI
DAOYIN

(2016年适用)

数 学

学业水平考试导引编写组 组编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

- 根据浙江省最新教学指导意见编写
- 经浙江省中小学教材审定委员会审查通过
- 经浙江省中小学教辅材料评议委员会 2016 年评议通过

浙江省普通高中学业水平考试导引

(2016 年适用)

数 学

学业水平考试导引编写组 组编

图书在版编目(CIP)数据

浙江省普通高中学业水平考试导引·数学 2016 年
适用 / 学业水平考试导引编写组组编. —杭州:浙江
大学出版社, 2016. 4
ISBN 978-7-308-15620-2

I. ①浙… II. ①学… III. ①中学数学课—高中—数
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 037127 号

浙江省普通高中学业水平考试导引(2016 年适用) 数学 学业水平考试导引编写组 组编

责任编辑 杨晓鸣
责任校对 金佩雯
出版发行 浙江大学出版社
(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)
(网址: <http://www.zjupress.com>)
排 版 杭州星云光电图文制作有限公司
印 刷 杭州杭新印务有限公司
开 本 889mm×1194mm 1/16
印 张 8.75
字 数 265 千
版 印 次 2016 年 4 月第 1 版 2016 年 4 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-308-15620-2
定 价 11.20 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行中心联系方式: (0571) 88925591; <http://zjdxcs.tmall.com>

前 言

浙江省普通高中学业水平考试是在教育部指导下,由省级教育行政部门组织实施的全面衡量普通高中学生学业水平的考试。其主旨是引导普通高中全面贯彻党的教育方针,落实必修课程教学要求,检测高中学生的学业水平,监测、评价和反馈高中教学质量。

为了帮助广大师生更好地学习、理解《浙江省普通高中学业水平考试暨高考选考科目考试标准》,准确把握学业水平考试目标的具体要求,以减轻学生过重的学业负担,缓解考试心理压力,根据《浙江省教育厅关于深化普通高中课程改革的通知》和《浙江省深化高校考试招生制度综合改革试点方案》文件精神,我们组织了省内从事基础教育考试研究的部分专家、教研员和一线优秀教师,依据教育部颁布的《普通高中课程标准(实验)》、《浙江省普通高中新课程实验学科教学指导意见》和《浙江省普通高中学业水平考试暨高考选考科目考试标准》,针对目前我省普通高中使用的教科书和教学实际,编写了这套“浙江省普通高中学业水平考试导引”丛书。丛书按照考试科目分册编写,包括数学、语文、物理、化学、生物、地理、历史、思想政治、技术 9 个分册。

本套丛书具有以下特点:

1. 依据《浙江省普通高中学业水平考试暨高考选考科目考试标准》,明确学业水平考试各科目的具体要求,体现 2016 年浙江省普通高中学业水平考试命题思路,有利于师生提高学科教学的针对性。

2. 紧扣普通高中学业水平考试目标的知识条目及各层级的要求,梳理模块知识体系,并对往年试卷及试题参数以及学生答题情况进行具体分析,提出学生考试答题的防错措施和矫正策略,有效地指导学业水平考试复习。

3. 列举学业水平考试各种试题类型和解题导引,编制符合新课程理念的精选试题,模拟符合学业水平考试标准要求的综合模拟练习。

编写本套丛书,我们力求准确体现普通高中学业水平考试标准要求,力求对普通高中新课程日常教学和复习以及教学研究具有针对性、指导性和实用性。由于我省普通高中课程改革正在深化进程中,普通高中学业水平考试处于起步阶段,针对普通高中课程方案、课程标准、教学要求、学业评价等方面的研究有待深入,本套丛书中不当之处在所难免。欢迎广大师生及时提出意见。

本书经浙江省中小学教辅材料评议委员会 2016 年评议通过。

目 录

第一篇 试题分析

第一章 试题示例	(1)
第一节 试题类型示例	(1)
第二节 考试目标示例	(6)
第三节 考试要求示例	(11)

第二篇 解题导引

第一章 集合与常用逻辑用语	(16)
第二章 基本初等函数	(23)
第三章 三角函数与三角恒等变换	(34)
第四章 不等式	(46)
第五章 数 列	(54)
第六章 平面向量	(60)
第七章 立体几何	(67)
第八章 直线和圆的方程	(80)
第九章 圆锥曲线	(88)

第三篇 综合练习

综合练习一	(98)
综合练习二	(101)
综合练习三	(104)
综合练习四	(107)
参考答案	(111)

第一篇 试题分析



第一章 试题示例

普通高中数学学业水平考试是以《普通高中数学课程标准(实验)》和《浙江省普通高中新课程实验数学学科教学指导意见》为依据,是全面衡量普通高中学生学业水平的考试.凡在浙江省中小学学生电子学籍系统中注册获得普通高中学籍,且修完高中数学课程的在校学生均须参加本科目的考试.数学学业水平考试的内容为必修课程的五个模块,采用闭卷、笔答形式.考试时间为 80 分钟,试卷满分为 100 分.

第一节 试题类型示例

普通高中数学学业水平考试设置选择题、填空题、解答题.其中选择题有 18 小题,每小题 3 分,共 54 分;填空题有 4 小题 5 空,每空 3 分,共 15 分;解答题有 3 小题,共 31 分.

一、选择题

【例 1】 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, 则 $\complement_U A =$ ()

- A. $\{1, 4\}$ B. $\{2, 4\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{2, 3\}$

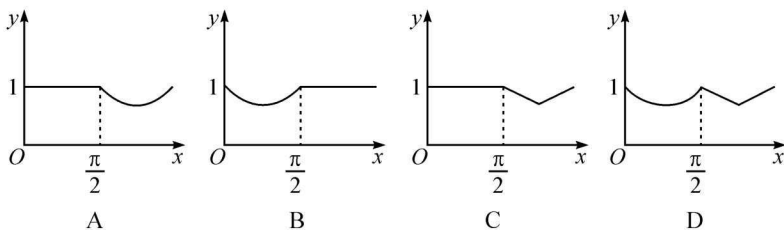
答案 B 考核要求 集合的基本运算 理解级 容易题

【例 2】 下列不等式成立的是 ()

- A. $0.5^2 > 1$ B. $2^{0.5} > 1$ C. $\log_2 0.5 > 1$ D. $\log_{0.5} 2 > 1$

答案 B 考核要求 指数函数、对数函数及其性质 理解级 容易题

【例 3】 如图,某机器人由 A 点沿着以 O 点为圆心的圆弧运动到 B 点,再由 B 点沿着直线运动到 C 点,则机器人到 O 点的距离 y 随其运动的路程 x 变化的图象大致是 ()



答案 A 考核要求 函数在实际问题中的应用 掌握级 稍难题

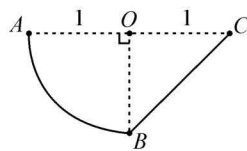
【例 4】 若右图是一个几何体的三视图,则这个几何体为 ()

- A. 圆柱 B. 圆台
C. 圆锥 D. 棱台

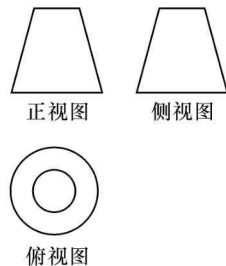
答案 B 考核要求 三视图所表示的空间几何体 了解级 容易题

【例 5】 下列命题中错误的是 ()

- A. 如果平面 $\alpha \perp$ 平面 γ , 平面 $\beta \perp$ 平面 γ , $\alpha \cap \beta = l$, 那么 $l \perp \gamma$



(例 3 图)



(例 4 图)

- B. 如果平面 $\alpha \perp$ 平面 β , 那么平面 α 内一定存在直线垂直于平面 β
 C. 如果平面 α 不垂直于平面 β , 那么平面 α 内一定不存在直线垂直于平面 β
 D. 如果平面 $\alpha \perp$ 平面 β , 过 α 内任意一点作交线的垂线, 那么此垂线必垂直于 β

答案 D 考核要求 点、直线、平面之间的位置关系 理解级 稍难题

【例 6】圆 $(x-1)^2 + y^2 = 3$ 的圆心坐标和半径分别为 ()

- A. $(-1, 0), 3$ B. $(1, 0), 3$
 C. $(-1, 0), \sqrt{3}$ D. $(1, 0), \sqrt{3}$

答案 D 考核要求 圆的标准方程 理解级 容易题

【例 7】若 $\frac{1}{2} < \left(\frac{1}{2}\right)^b < \left(\frac{1}{2}\right)^a < 1$, 那么 ()

- A. $a^a < a^b < b^a$ B. $a^a < b^a < a^b$ C. $a^b < a^a < b^a$ D. $a^b < b^a < a^a$

答案 C 考核要求 指数函数的性质 掌握级 稍难题

【例 8】将函数 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变), 得到的图象所对应的函数是 ()

- A. $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ B. $y = \sin\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)$
 C. $y = \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3}\right)$ D. $y = \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right)$

答案 A 考核要求 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 与 $y = \sin x$ 的图象间的关系 掌握级 稍难题

【例 9】若 $\tan \alpha = \frac{1}{2}, \tan \beta = \frac{1}{3}$, 则 $\tan(\alpha + \beta) =$ ()

- A. $\frac{5}{7}$ B. $\frac{5}{6}$ C. 1 D. 2

答案 C 考核要求 两角和与差的正切公式 掌握级 容易题

【例 10】设 $|\vec{AB}| = 1$, 若 $|\vec{CA}| = 2|\vec{CB}|$, 则 $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$ 的最大值为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. 2 C. $\frac{8+5\sqrt{2}}{9}$ D. 3

答案 B 考核要求 平面向量的数量积的性质及运算律 理解级 稍难题

【例 11】在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $\cos A = \frac{1}{3}, b = 3c$, 则 $\sin C =$ ()

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{9}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{9}$

答案 C 考核要求 利用正弦定理、余弦定理解三角形 掌握级 稍难题

【例 12】已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_1 \in [0, 1], a_2 \in [1, 2], a_3 \in [2, 3]$, 则 a_4 的取值范围为 ()

- A. $[3, 4]$ B. $\left[\frac{8}{3}, \frac{13}{3}\right]$ C. $\left[\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right]$ D. $[2, 5]$

答案 C 考核要求 等差数列的通项公式; 线性规划 掌握级 容易题

【例 13】若正实数 x, y 满足 $\frac{1}{x+1} + \frac{9}{y} = 1$, 则 $x+y$ 的最小值为 ()

- A. 15 B. 16 C. 18 D. 19

答案 A 考核要求 两个正变量的和或积为常数的最值问题 掌握级 稍难题

【例 14】已知 a, b 为实数, 则“ $a+b \leq 2$ ”是“ $a \leq 1$ 且 $b \leq 1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

答案 B 考核要求 充分条件与必要条件 理解级 稍难题

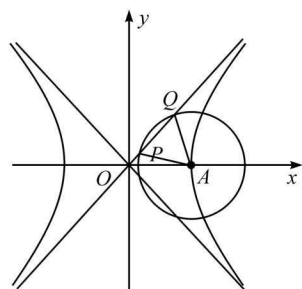
【例 15】如图,已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右顶点为 A , O 为坐标原点,以 A 为圆心的圆与双曲线 C 的一条渐近线交于两点 P, Q . 若 $\angle PAQ = 60^\circ$ 且 $\overrightarrow{OQ} = 3\overrightarrow{OP}$, 则双曲线 C 的离心率为 ()

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{39}}{6}$

D. $\sqrt{3}$



(例 15 图)

答案 B 考核要求 双曲线的简单几何性质 掌握级 稍难题

【例 16】已知三棱锥 $P-ABC$ 的底面 $\triangle ABC$ 是正三角形,且 $PA=PB=PC$, E 和 F 分别是棱 PA 和 BC 的中点. 记 EF 与平面 PAB 所成的角为 α , EF 与平面 ABC 所成的角为 β , 则 $\alpha + \beta$ ()

A. 小于 $\frac{\pi}{2}$

B. 等于 $\frac{\pi}{2}$

C. 大于 $\frac{\pi}{2}$

D. 与 $\frac{\pi}{2}$ 的大小关系不能确定

答案 B 考核要求 直线与平面所成的角 理解级 较难题

二、填空题

【例 17】计算 $\lg 2 + \lg 50 =$ _____.

答案 2 考核要求 对数的运算性质 掌握级 容易题

【例 18】点 $(1, 0)$ 到直线 $x - 2y - 2 = 0$ 的距离为 _____.

答案 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 考核要求 点到直线的距离公式 掌握级 容易题

【例 19】设 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. 若 $\tan \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\cos \alpha =$ _____.

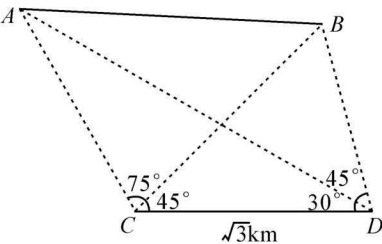
答案 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ 考核要求 同角三角函数的两个基本关系 理解级 容易题

【例 20】已知向量 $a = (1, 2)$, $b = (-2, 3)$, 则 $a + b =$ _____, $a \cdot b =$ _____.

答案 $(-1, 5)$, 4 考核要求 平面向量的坐标运算 理解级 容易题

【例 21】如图,隔河可以看到对岸两目标 A 和 B , 但不能到达, 现在岸边取相距 $\sqrt{3}$ km 的 C, D 两点, 测得 $\angle ACB = 75^\circ$, $\angle BCD = 45^\circ$, $\angle ADC = 30^\circ$, $\angle ADB = 45^\circ$ (A, B, C, D 在同一平面内), 则两目标 A, B 间的距离为 _____.

答案 $\sqrt{5}$ 考核要求 解三角形在实际问题中的应用 理解级 稍难题



(例 21 图)

【例 22】已知等比数列 $\{a_n\}$, 且 $a_2 + a_3 = \frac{3}{2}$, $a_4 + a_5 = 6$, 则 $a_8 + a_9 =$ _____.

答案 96 考核要求 等比数列的基本量运算 掌握级 容易题

【例 23】设直线 $ax + 2y + 6 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ 相交于 P, Q 两点, O 为坐标原点, 且 $OP \perp OQ$, 则实数 a 的值为 _____.

答案 -2 考核要求 直线与圆的方程的综合应用 综合应用级 稍难题

【例 24】若关于 x 的方程 $|ax^2 + bx + c| = 1 (a > 0)$ 有且仅有四个实根 x_1, x_2, x_3, x_4 , 其中 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 且 $x_4 - x_1 = 2$, 则 a 的取值范围为 _____.

答案 $(2, +\infty)$ 考核要求 函数的综合应用 综合应用级 较难题

【例 25】 把椭圆 C 的短轴和焦点连线段中的较长者、较短者分别作为椭圆 C' 的长轴、短轴,使椭圆 C 变换成椭圆 C' ,称之为椭圆的一次“压缩”.按上述定义把椭圆 $C_i (i=0,1,2,\dots)$ “压缩”成椭圆 C_{i+1} ,得到一系列椭圆 $C_1, C_2, C_3, \dots$,当短轴长与焦距相等时终止“压缩”.经研究发现,某个椭圆 C_0 经过 $n (n \geq 3)$ 次“压缩”后能终止,则椭圆 C_{n-2} 的离心率可能是① $\frac{\sqrt{3}}{2}$,② $\frac{\sqrt{10}}{5}$,③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$,④ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 中的_____.(填写所有正确结论的序号)

答案 ①、② 考核要求 椭圆的几何性质 掌握级 较难题

三、解答题

【例 26】 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = an^2 + bn$,且 $a_1 = 1, a_2 = 3$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 记 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$,求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

解:(I) 由 $S_n = an^2 + bn$,且 $a_1 = 1, a_2 = 3$,可得 $a = 1, b = 0$.

当 $n \geq 2$ 时, $a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 - (n-1)^2 = 2n-1$,

当 $n = 1$ 时, $S_1 = a_1 = 1$.

所以 $a_n = 2n-1$.

(II) 因为 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$,

所以 $T_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n$

$$= \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \right]$$

$$= \frac{n}{2n+1}.$$

考核要求 等差数列的通项公式;一些特殊数列的求和 理解级 容易题

【例 27】 如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中,已知 $AB = 2, AC = AP = 4, PB = 2\sqrt{5}$, $PA \perp BC, \angle BAC = 60^\circ$.

(I) 求证: $PA \perp$ 平面 ABC ;

(II) 若 E 为 AB 的中点,求直线 CE 与平面 PAB 所成的角的余弦值.

(I) 证明:因为 $PA = 4, AB = 2, PB = 2\sqrt{5}$,

所以 $PA^2 + AB^2 = PB^2 = 20$,所以 $PA \perp AB$.

又因为 $PA \perp BC, AB \cap BC = B$,所以 $PA \perp$ 平面 ABC .

(II) 解:因为 $PA \perp$ 平面 ABC ,所以平面 $PAB \perp$ 平面 ABC .

在 $\triangle ABC$ 中,因为 $AB = 2, AC = 4, \angle BAC = 60^\circ$,所以 $BC \perp AB$.

又平面 $PAB \cap$ 平面 $ABC = AB$,故 $BC \perp$ 平面 PAB ,

所以 $\angle CEB$ 就是直线 CE 与平面 PAB 所成的角.

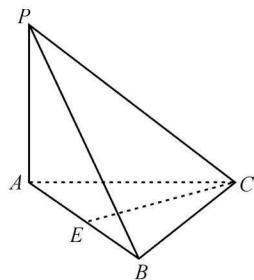
又 $BE = 1, CE = \sqrt{13}$,所以 $\cos \angle CEB = \frac{\sqrt{13}}{13}$.

所以直线 CE 与平面 PAB 所成的角的余弦值为 $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

考核要求 点、直线、平面之间的位置关系;直线与平面所成的角 理解级 容易题

【例 28】 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,且 $b \sin A = \sqrt{3} a \cos B$.

(I) 求角 B ;



(例 27 图)

(II) 若 $b=2\sqrt{3}$, 求 ac 的最大值.

解: (I) 因为 $b\sin A = \sqrt{3}a\cos B$,

由正弦定理可得 $\sin B \sin A = \sqrt{3} \sin A \cos B$,

因为在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A \neq 0$, 所以 $\tan B = \sqrt{3}$.

又 $0 < B < \pi$, 所以 $B = \frac{\pi}{3}$.

(II) 由余弦定理 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$,

因为 $B = \frac{\pi}{3}$, $b = 2\sqrt{3}$, 所以 $12 = a^2 + c^2 - ac$.

因为 $a^2 + c^2 \geq 2ac$, 所以 $ac \leq 12$. 当且仅当 $a = c = 2\sqrt{3}$ 时, ac 取得最大值 12.

考核要求 正弦定理; 余弦定理 掌握级 稍难题

【例 29】 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点为 A , 上顶点为 B ,

$M(1, 0)$, $N(m, 0)$, $|MB| = \sqrt{2}$, $|AM| = 3$. 过点 M 作直线 l (与 x 轴不重合), 直线 l 与椭圆 C 相交于 P, Q 两点, 且有 $NP \perp NQ$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 求实数 m 的取值范围.

解: (I) B 为上顶点, $M(1, 0)$, $|MB| = \sqrt{2}$, 所以可知 $b = 1$, 又 $|AM| = 3$, 且

左顶点为 A , 所以 $a = 2$, 所以椭圆方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

(II) 当直线 l 斜率不存在时, 方程 $x = 1$, 易得 $P\left(1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $Q\left(1, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

因为 $NP \perp NQ$, 所以 N 在以 M 为圆心、 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 为半径的圆上, 又 $N(m, 0)$, 所以可得

$$m = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 或 } m = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

当直线 l 斜率存在且不为 0 时, 设其方程为 $y = k(x - 1)$, 联立 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 可得 $(1 + 4k^2)x^2 - 8k^2x + 4k^2 - 4 = 0$.

$$\text{设 } P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2), \text{ 所以 } x_1 + x_2 = \frac{8k^2}{1 + 4k^2}, x_1 x_2 = \frac{4k^2 - 4}{1 + 4k^2}. \quad (*)$$

因为 $NP \perp NQ$, 所以 $\overrightarrow{NP} \cdot \overrightarrow{NQ} = 0$, 即 $(x_1 - m)(x_2 - m) + y_1 y_2 = 0$,

所以 $(1 + k^2)x_1 x_2 - (m + k^2)(x_1 + x_2) + m^2 + k^2 = 0$,

将 (*) 式代入整理得 $(4m^2 - 8m + 1)k^2 + m^2 - 4 = 0$,

所以 $k^2 = \frac{4 - m^2}{4m^2 - 8m + 1} > 0$, 可得 $-2 < m < 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $1 + \frac{\sqrt{3}}{2} < m < 2$.

综上所述: $-2 < m \leq 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \leq m < 2$.

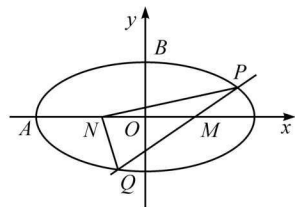
考核要求 直线与椭圆的位置关系 综合应用级 较难题

【例 30】 已知函数 $f(x) = \frac{a}{x} - |x - a| (a > 0, x > 0)$.

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 当 $x \in (0, 4]$ 时, 若 $f(x) \geq x - 3$ 恒成立, 求 a 的取值集合.

解: (I) 当 $a > 1$ 时, $f(x)$ 的递增区间是 $(\sqrt{a}, a)$, 递减区间是 $(0, \sqrt{a}), (a, +\infty)$;



(例 29 图)

当 $0 < a \leq 1$ 时, $f(x)$ 的递减区间是 $(0, +\infty)$.

(II)(1) 当 $0 < a \leq 4$ 时,

① 当 $a \leq x \leq 4$ 时, $\frac{a}{x} - x + a \geq x - 3 \Rightarrow 2x^2 - (3+a)x - a \leq 0$.

设 $g(x) = 2x^2 - (3+a)x - a$,

所以 $\begin{cases} g(a) \leq 0, \\ g(4) \leq 0, \end{cases}$

解得 $a \geq 4$, 所以 $a = 4$.

② 当 $0 < x < a$ 时, $\frac{a}{x} + x - a \geq x - 3 \Rightarrow \frac{a}{x} + 3 - a \geq 0$,

所以 $0 < a < 4$.

(2) 当 $a > 4$ 时, $\frac{a}{x} + x - a \geq x - 3 \Rightarrow \frac{a}{x} + 3 - a \geq 0 \Rightarrow a \leq 4$, 矛盾.

综上所述, $0 < a \leq 4$.

考核要求 函数的综合应用 综合应用级 较难题

第二节 考试目标示例

普通高中数学学业水平考试试题以三维目标立意,注重考查本学科的知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观等三维目标的达成度.

一、知识与技能要求

知识是指必修课程的五个数学模块内容.技能是指空间想象能力、抽象概括能力、推理论证能力、运算求解能力、数据处理能力以及应用和创新意识.教师通过教学,引导学生获得必要的数学基础知识和基本技能,了解数学概念产生的背景,加深对数学概念本质的理解,体会其中所蕴含的数学思想和方法.

(1)空间想象能力:空间想象能力是对空间图形的观察、分析、抽象的能力.主要表现为识图、画图和对图形的想象能力.能根据条件作出正确的图形,根据图形想象出直观形象;能正确地分析出图形中基本元素及其相互关系;能对图形进行分解、组合;会运用图形与图表等手段形象地揭示问题的本质.

【例 1】 已知直线 l, m 与平面 α, β, γ , 满足 $\beta \cap \gamma = l, l \parallel \alpha, m \subset \alpha, m \perp \gamma$, 则必有 ()

- A. $\alpha \perp \gamma$ 且 $m \parallel \beta$ B. $\alpha \parallel \beta$ 且 $\alpha \perp \gamma$
C. $m \parallel \beta$ 且 $l \perp m$ D. $\alpha \perp \gamma$ 且 $l \perp m$

答案 D **考核要求** 本题属稍难题,主要考核空间图形的分析、抽象的能力,能根据条件作出正确的图形,根据图形想象出直观形象;能正确地分析出图形中基本元素及其相互关系.

【例 2】 如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形,侧棱长均为 $\sqrt{5}$.若侧面 PAB 放在水平面 α 上,则四棱锥 $P-ABCD$ 在水平面 α 上的正投影(俯视图)的面积为_____.

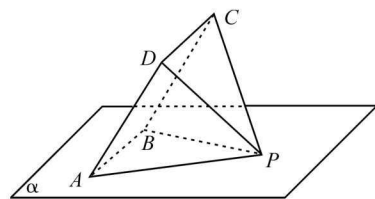
答案 3 **考核要求** 本题属较难题,主要考核三视图及空间想象能力.

【例 3】 如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 2$, $A_1A = 4$, A_1 在底面 ABC 的射影为 BC 的中点, D 为 B_1C_1 的中点.

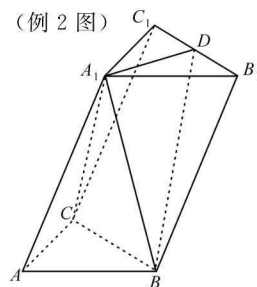
(I) 证明: $A_1D \perp$ 平面 A_1BC ;

(II) 求二面角 A_1-BD-B_1 的平面角的余弦值.

(I) **证明:** 设 E 为 BC 的中点,由题意得 $A_1E \perp$ 平面 ABC , 所以 $A_1E \perp AE$. 因为 $AB = AC$, 所以 $AE \perp BC$. 故 $AE \perp$ 平面 A_1BC .



(例 2 图)



(例 3 图)

由 D, E 分别为 B_1C_1, BC 的中点, 得 $DE \parallel B_1B$ 且 $DE = B_1B$, 从而 $DE \parallel A_1A$ 且 $DE = A_1A$, 所以 A_1AED 为平行四边形. 故 $A_1D \parallel AE$.

又因为 $AE \perp$ 平面 A_1BC , 所以 $A_1D \perp$ 平面 A_1BC .

(II) 解: 方法一: 作 $A_1F \perp BD$ 且 $A_1F \cap BD = F$, 连接 B_1F .

由 $AE = EB = \sqrt{2}$, $\angle A_1EA = \angle A_1EB = 90^\circ$,

得 $A_1B = A_1A = 4$.

由 $A_1D = B_1D$, $A_1B = B_1B$,

得 $\triangle A_1DB$ 与 $\triangle B_1DB$ 全等.

由 $A_1F \perp BD$, 得 $B_1F \perp BD$,

因此 $\angle A_1FB_1$ 为二面角 A_1-BD-B_1 的平面角.

由 $A_1D = \sqrt{2}$, $A_1B = 4$, $\angle DA_1B = 90^\circ$,

得 $BD = 3\sqrt{2}$, $A_1F = B_1F = \frac{4}{3}$,

由余弦定理得 $\cos \angle A_1FB_1 = -\frac{1}{8}$.

方法二: 以 CB 的中点 E 为原点, 分别以射线 EA, EB 为 x, y 轴的正半轴, 建立空间直角坐标系 $E-xyz$, 如图所示.

由题意知各点坐标如下:

$A_1(0, 0, \sqrt{14}), B(0, \sqrt{2}, 0), D(-\sqrt{2}, 0, \sqrt{14}), B_1(-\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{14})$.

因此 $\overrightarrow{A_1B} = (0, \sqrt{2}, -\sqrt{14}), \overrightarrow{BD} = (-\sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{14}), \overrightarrow{DB_1} = (0, \sqrt{2}, 0)$.

设平面 A_1BD 的法向量为 $\mathbf{m} = (x_1, y_1, z_1)$, 平面 B_1BD 的法向量为 $\mathbf{n} = (x_2, y_2, z_2)$.

由 $\begin{cases} \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{A_1B} = 0, \\ \mathbf{m} \cdot \overrightarrow{BD} = 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} \sqrt{2}y_1 - \sqrt{14}z_1 = 0, \\ -\sqrt{2}x_1 - \sqrt{2}y_1 + \sqrt{14}z_1 = 0, \end{cases}$

可取 $\mathbf{m} = (0, \sqrt{7}, 1)$.

由 $\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{DB_1} = 0, \\ \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{BD} = 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} \sqrt{2}y_2 = 0, \\ -\sqrt{2}x_2 - \sqrt{2}y_2 + \sqrt{14}z_2 = 0, \end{cases}$

可取 $\mathbf{n} = (\sqrt{7}, 0, 1)$.

于是 $|\cos \langle \mathbf{m}, \mathbf{n} \rangle| = \frac{|\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}|}{|\mathbf{m}| |\mathbf{n}|} = \frac{1}{8}$.

由题意可知, 所求二面角的平面角是钝角, 故二面角 A_1-BD-B_1 的平面角的余弦值为 $-\frac{1}{8}$.

考核要求 本题属稍难题, 主要考核空间直线与平面的垂直, 二面角的大小, 利用空间向量解决立体几何问题.

(2) 抽象概括能力: 通过对具体问题的观察思考, 能抓住问题本质特征, 并排除一些非本质的因素干扰, 由表及里、由此及彼地分析和综合的能力.

【例 4】 由 $\frac{2+1}{3+1} > \frac{2}{3}, \frac{1+2}{5+2} > \frac{1}{5}, \frac{3+0.5}{7+0.5} > \frac{3}{7}$, 可猜测出的一般结论是

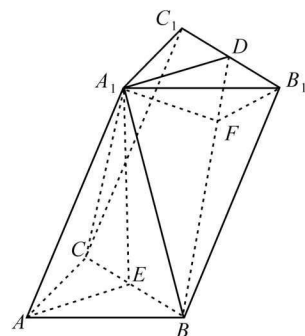
A. $\frac{c+b}{a+b} > \frac{c}{a}$

B. $\frac{1+1}{n+1} > \frac{1}{n}$

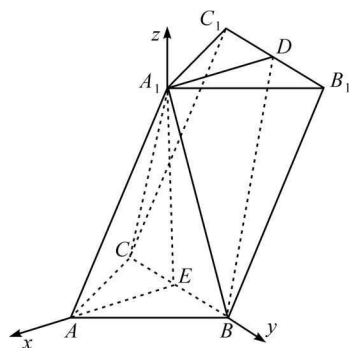
C. 若 a, b, c 是正实数, 则 $\frac{b+c}{a+c} > \frac{b}{a}$

D. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}^+, a > b$, 则 $\frac{b+c}{a+c} > \frac{b}{a}$

答案 D **考核要求** 本题属稍难题, 主要考核从具体的实例中, 抽象概括出一般结论的能力.



(例 3 答图 1)



(例 3 答图 2)

【例 5】 设 $M_1(0,0), M_2(1,0)$, 以 M_1 为圆心、 $|M_1M_2|$ 为半径作圆交 x 轴于点 M_3 (不同于 M_2), 记作 $\odot M_1$; 以 M_2 为圆心、 $|M_2M_3|$ 为半径作圆交 x 轴于点 M_4 (不同于 M_3), 记作 $\odot M_2 \cdots \cdots$ 以 M_n 为圆心、 $|M_nM_{n+1}|$ 为半径作圆交 x 轴于点 M_{n+2} (不同于 M_{n+1}), 记作 $\odot M_n$. 当 $n \in \mathbf{N}^*$ 时, 过原点作倾斜角为 30° 的直线与 $\odot M_n$ 交于 A_n, B_n .

考察下列论断:

当 $n=1$ 时, $|A_1B_1|=2$;

当 $n=2$ 时, $|A_2B_2|=\sqrt{15}$;

当 $n=3$ 时, $|A_3B_3|=\frac{\sqrt{35 \times 4^2 + 2^3 - 1}}{3}$;

当 $n=4$ 时, $|A_4B_4|=\frac{\sqrt{35 \times 4^3 - 2^4 - 1}}{3}$;

.....

由以上论断推测一个一般的结论:

对于 $n \in \mathbf{N}^*$, $|A_nB_n| = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案 $\frac{\sqrt{35 \times 4^{n-1} + (-1)^{n-1} \times 2^n - 1}}{3}$

考核要求 本题属稍难题, 主要考核从具体的实例中抽象

概括出一般结论, 并加以应用.

(3) 推理论证能力: 能根据已知的事实和已获得的正确数学命题来论证某一数学命题真实性的初步的推理能力.

【例 6】 已知 A, B, C 为 $\triangle ABC$ 的三个内角, 则“ $A > B$ ”是“ $\sin A > \sin B$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

答案 C **考核要求** 本题属稍难题, 主要考核充分条件、必要条件.

【例 7】 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_{10}=0$, 则有等式 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{19-n}$ ($n < 19, n \in \mathbf{N}^*$) 成立. 类比上面的性质, 在等比数列 $\{b_n\}$ 中, 若 $b_9=1$, 则有等式 成立.

答案 $b_1b_2b_3 \cdots b_n = b_1b_2b_3 \cdots b_{17-n}$ ($n < 17, n \in \mathbf{N}^*$) **考核要求** 本题属稍难题, 主要考核类比推理能力

【例 8】 若 $a = \frac{\ln 2}{2}, b = \frac{\ln 3}{3}, c = \frac{\ln 5}{5}$, 则下列关于 a, b, c 之间大小关系正确的是 ()

A. $a < b < c$

B. $c < b < a$

C. $c < a < b$

D. $b < a < c$

答案 C **考核要求** 本题属稍难题, 主要考核利用指数和对数的运算性质进行分析、比较和推理的能力.

(4) 运算求解能力: 会根据法则、公式进行正确运算、变形和数据处理; 能根据问题的条件, 寻找与设计合理、简捷的运算途径; 能根据要求对数据进行估计和近似计算.

运算求解能力是思维能力和运算技能的结合. 运算包括对数字的计算、估值和近似计算, 对式子的组合变形与分解变形, 对几何图形中各几何量的计算求解等. 运算能力包括分析运算条件、探究运算方向、选择运算公式、确定运算程序等一系列过程中的思维能力, 也包括在实施运算过程中遇到障碍而调整运算的能力.

【例 9】 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 2, 4\}, B = \{2\}$, 则集合 $\complement_U A \cup B =$ ()

A. $\{2\}$

B. $\{1, 4\}$

C. $\{1, 2, 4\}$

D. $\{2, 3, 5\}$

答案 D **考核要求** 本题属容易题, 主要考核运用集合运算法则进行运算的能力.

【例 10】 已知向量 $a = (1, 1), b = (2, n)$, 若 $|a+b| = a \cdot b$, 则 $n =$ ()

A. -3

B. -1

C. 1

D. 3

答案 D **考核要求** 本题属容易题, 主要考核根据平面向量的坐标运算法则进行运算的能力.

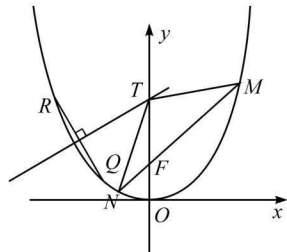
【例 11】 已知 $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____.

答案 $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ **考核要求** 本题属容易题, 主要考核利用三角函数二倍角公式进行合理、简洁运算的能力.

【例 12】 如图, 过抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点 F 的直线交 C 于 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 两点, 且 $x_1 x_2 = -4$.

(I) 求 p 的值;

(II) 设 R, Q 是 C 的两动点, R, Q 的纵坐标之和为 1, RQ 的垂直平分线交 y 轴于点 T , 求 $\triangle MNT$ 的面积的最小值.



(例 12 图)

解: (I) 设直线 MN 的方程为: $y = kx + \frac{p}{2}$,

$$\text{由 } \begin{cases} y = kx + \frac{p}{2} \\ x^2 = 2py \end{cases} \text{ 消去 } y, \text{ 得 } x^2 - 2pkx - p^2 = 0. \quad (*)$$

由题设, x_1, x_2 是方程 $(*)$ 的两实根, 所以 $x_1 x_2 = -p^2 = -4$, 故 $p = 2$.

(II) 设 $R(x_3, y_3), Q(x_4, y_4), T(0, t)$. 因为 T 在 RQ 的垂直平分线上, 所以 $|TR| = |TQ|$.

$$\text{得 } x_3^2 + (y_3 - t)^2 = x_4^2 + (y_4 - t)^2, \text{ 又 } x_3^2 = 4y_3, x_4^2 = 4y_4,$$

$$\text{所以 } 4y_3 + (y_3 - t)^2 = 4y_4 + (y_4 - t)^2,$$

$$\text{即 } 4(y_3 - y_4) = (y_3 + y_4 - 2t)(y_4 - y_3).$$

$$\text{而 } y_3 \neq y_4, \text{ 所以 } -4 = y_3 + y_4 - 2t.$$

$$\text{又因为 } y_3 + y_4 = 1, \text{ 所以 } t = \frac{5}{2}. \text{ 故 } T\left(0, \frac{5}{2}\right).$$

$$\text{因此 } S_{\triangle MNT} = \frac{1}{2} |FT| \cdot |x_1 - x_2| = \frac{3}{4} |x_1 - x_2|.$$

$$\text{由 } (*) \text{ 得 } x_1 + x_2 = 4k, x_1 x_2 = -4.$$

$$S_{\triangle MNT} = \frac{3}{4} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \frac{3}{4} \sqrt{(4k)^2 - 4 \times (-4)} = 3\sqrt{k^2 + 1} \geq 3.$$

因此, 当 $k = 0$ 时, $S_{\triangle MNT}$ 有最小值 3.

考核要求 本题属较难题, 本题主要考查抛物线的几何性质、直线与抛物线的位置关系, 同时考查解析几何的基本思想方法和运算求解能力.

(5) 数据处理能力: 会收集数据、整理数据、分析数据, 能从大量数据中抽取对研究问题有用的信息, 并作出判断.

【例 13】 今有一组实验数据如下:

t	1.99	3.0	4.0	5.1	6.12
v	1.5	4.04	7.5	12	18.01

现准备用下列函数中的一个近似地表示这些数据所满足的规律, 其中最接近的一个是 ()

A. $v = \log_2 t$

B. $v = \log_{\frac{1}{2}} t$

C. $v = \frac{t^2 - 1}{2}$

D. $v = 2t - 2$

答案 C **考核要求** 本题属容易题, 主要考核数据处理能力.

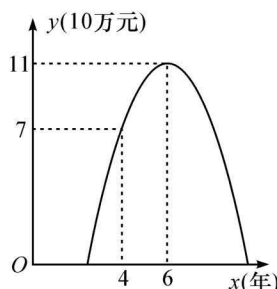
(6) 应用和创新意识: 能综合应用所学数学知识、思想和方法解决问题, 包括解决在相关学科、生产、生活中简单的数学问题; 能理解对问题陈述的材料, 并对所提供的信息资料进行归纳、整理和分

类,将实际问题抽象为数学问题,建立数学模型;应用相关的数学方法解决问题并加以验证,并能用数学语言正确地表达和说明.主要过程是依据现实的生活背景,提炼相关的数量关系,构造数学模型,将现实问题转化为数学问题,并加以解决.要求学生能发现问题、提出问题,综合与灵活地应用所学的数学知识、思想方法,选择有效的方法和手段分析信息,进行独立的思考、探索和研究,提出解决问题的思路,创造性地解决问题.

【例 14】 某汽车运输公司,购买了一批豪华大客车投入客运,据市场分析,每辆客车营运利润 y (10 万元)与营运年数 x ($x \in \mathbf{N}^*$) 为二次函数关系(图象如图所示),则每辆客车营运多少年,其营运年平均利润最大 ()

- A. 3 年 B. 4 年
C. 5 年 D. 6 年

答案 C **考核要求** 本题属稍难题,主要考核运用所学知识和方法解决带有实际意义的数学问题的能力.



(例 14 图)

【例 15】 现有 90 千克货物需要装成 5 箱,要求每一箱所装货物的重量不超过其他任一箱所装货物重量的 2 倍.若某箱所装货物的重量为 x 千克,则 x 的取值范围为 ()

- A. $10 \leq x \leq 18$ B. $10 \leq x \leq 30$ C. $18 \leq x \leq 30$ D. $15 \leq x \leq 30$

答案 B **考核要求** 本题属较难题,主要考核对新颖的情境能综合与灵活运用所学知识、思想和方法进行独立思考的能力.

二、过程与方法要求

了解数学概念的形成过程,定理公式的证明过程,数学解题的思维过程,通过不同形式的自主学习、探究活动,体验数学发现和发展的历程.

【例 16】 在平面直角坐标系内,对任意向量 $\overrightarrow{AB} = (x, y)$,把 $\overrightarrow{AB}$ 绕点 A 沿逆时针方向旋转 θ 角得到向量 $\overrightarrow{AP} = (x\cos\theta - y\sin\theta, x\sin\theta + y\cos\theta)$,叫做把点 B 绕点 A 逆时针旋转 θ 角得到点 P.若直线 l 上的每一点绕坐标原点沿逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{3}$ 后,得到的点的轨迹是直线 $\sqrt{3}x + y + 1 = 0$,则直线 l 的方程为 ()

- A. $2y + 1 = 0$ B. $y + 1 = 0$
C. $\sqrt{3}x + 2y + 1 = 0$ D. $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$

答案 D **考核要求** 本题属较难题,主要考核通过自主学习数学概念的形成过程,形成数学解题的思维.

三、情感态度与价值观要求

提高学生学习数学的兴趣,树立学好数学的信心,形成锲而不舍的钻研精神和科学态度.培养学生具有一定的数学视野,逐步认识数学的科学价值、应用价值和文化价值,形成批判性的思维习惯,崇尚数学的理性精神,体会数学的内在魅力,从而进一步树立辩证唯物主义和历史唯物主义世界观.

【例 17】 在数列 $\{a_n\}$ 中,设 $S_0 = 0, S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$,其中 $a_k = \begin{cases} k, & S_{k-1} < k, \\ -k, & S_{k-1} \geq k, \end{cases} (1 \leq k \leq n, k, n \in \mathbf{N}^*)$,当 $n \leq 14$ 时,使 $S_n = 0$ 的 n 的最大值为 _____.

答案 12

本题可以直接赋值, $a_1 = 1 (S_0 = 0 < 1), a_2 = 2 (S_1 = 1 < 2), a_3 = -3 (S_2 = 3 \geq 3), a_4 = 4 (S_3 = 0 < 4), a_5 = 5 (S_4 = 4 < 5), a_6 = -6 (S_5 = 9 \geq 6), a_7 = 7 (S_6 = 3 < 7), a_8 = -8 (S_7 = 10 \geq 8), a_9 = 9 (S_8 = 2 < 9), a_{10} = -10 (S_9 = 11 \geq 10), a_{11} = 11 (S_{10} = 1 < 11), a_{12} = -12 (S_{11} = 12 \geq 12), a_{13} = 13 (S_{12} = 0 < 13), a_{14} = 14 (S_{13} = 13 < 14), S_{14} = 27$. 因此,使得 $S_n = 0$ 的 n 的最大值为 12. 另一方面,本题内涵深刻,从追求解决问题本质而言,即为求使得 $S_{b_n} = 0$ 的下标数列 $\{b_n\}$ 应满足的递推式.事实上,我们不妨设 $S_k = 0$,则由下表可知:

n	S_n	a_n
k	0	
$k+1$	$k+1$	$k+1$
$k+2$	$2k+3$	$k+2$
$k+3$	k	$-(k+3)$
$k+4$	$2k+4$	$k+4$
$k+5$	$k-1$	$-(k+5)$
...	...	...

在下一个 $S_k=0$ 之前有 $S_{k+2i-1}=k+2-i, S_{k+2i}=2k+i+2$ (由数学归纳法易证). 这样, 令 $k+2-i=0$, 有 $k+2i-1=3k+3$, 即数列 $\{b_n\}$ 满足, $b_{k+1}=3b_k+3, b_1=0$, 所以, $b_n=\frac{3^n-3}{2}, n \in \mathbf{N}^*$. 所以 $b_3=12$.

考核要求 本题属较难题, 主要以分段函数形式给出数列通项, 其中又涉及数列前 n 项和 S_n 的计算, 较全面地考查数列通项及前 n 项和这两个基本概念, 具有一定的难度和良好的区分度. 但学生在该题上失分比较严重, 得分率不高, 难度系数是 0.46, 区分度是 1.

第三节 考试要求示例

普通高中数学学业水平考试对考试内容掌握要求分为四个层次, 从低到高依次为: 了解、理解、掌握、综合应用, 分别用字母 a, b, c, d 来表示. 其中含义如下:

(1) 了解: 要求对所列知识的含义有初步的、感性的认识, 能记住和识别数学符号、图形、定义、定理、公式、法则等有关内容, 并能按照一定的程序和步骤照样模仿, 进行直接应用.

这一层次所涉及的主要行为动词有: 了解, 知道、识别, 模仿, 会求、会解等.

(2) 理解: 要求对所列知识内容有较深刻的理性认识, 知道知识间的逻辑关系, 能够对所列知识作正确的描述说明, 能够用数学语言表达, 利用所学的知识内容对有关问题作比较、判别、讨论, 利用所学知识解决简单问题的能力.

这一层次所涉及的主要行为动词有: 描述, 说明, 表达, 推测、想象, 比较、判别, 初步应用等.

(3) 掌握: 在对知识理解的基础上, 通过练习形成技能, 在新的问题情境中, 能运用所学知识按基本的模式与常规的方法解决问题.

这一层次所涉及的主要行为动词有: 掌握、导出、分析, 推导、证明, 研究、讨论、运用、解决问题等.

(4) 综合应用: 掌握知识的内在联系与基本属性, 能熟练运用有关知识和基本数学思想方法, 综合解决较复杂的数学问题和实际问题.

这一层次所涉及的主要行为动词有: 熟练掌握、综合解决问题.

一、了解

【例 1】 若函数 $f(x)$ 为

x	0	1	2	3
$f(x)$	3	2	1	0

则 $f[f(1)] =$ ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

答案 B **考核要求** 函数的列表法表示 了解级 容易题

【例 2】 半径为 1 的球的表面积为 ()

A. π B. $\frac{4}{3}\pi$ C. 2π D. 4π

答案 D 考核要求 球的表面积公式 了解级 容易题

【例 3】 已知扇形的周长为 8cm, 圆心角为 2 弧度, 则该扇形的面积为 ()

A. 4cm^2 B. 6cm^2 C. 8cm^2 D. 16cm^2

答案 A 考核要求 圆弧长公式; 扇形面积公式 了解级 容易题

【例 4】 双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的离心率为 ()A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{2}$

答案 C 考核要求 双曲线的简单几何性质 了解级 容易题

【例 5】 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a^2 > b^2$. ()A. 若 $b < 0$, 则 $a > b$ B. 若 $b > 0$, 则 $a < b$ C. 若 $a > b$, 则 $a > 0$ D. 若 $b > a$, 则 $b > 0$

答案 C 考核要求 不等式性质 了解级 容易题

二、理解

【例 6】 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x^2 > 1$ ”是“ $x^2 > x$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

答案 A 考核要求 必要条件、充分条件的含义 理解级 稍难题

【例 7】 已知函数 $f(x) = x^2 - (k+1)^2x + 1$, 若存在 $x_1 \in [k, k+1]$, $x_2 \in [k+2, k+4]$, 使得 $f(x_1) = f(x_2)$, 则实数 k 的取值范围为 ()A. $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$ B. $[-\sqrt{3}, -1] \cup [1, \sqrt{3}]$ C. $[-2, -1] \cup [1, 2]$ D. $[-\sqrt{3}, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \sqrt{3}]$

答案 C 考核要求 二次函数的性质 理解级 稍难题

【例 8】 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} > |\overrightarrow{AC}|^2$, 则有 ()A. $|\overrightarrow{AC}| > |\overrightarrow{BC}|$ B. $|\overrightarrow{BC}| > |\overrightarrow{AC}|$ C. $|\overrightarrow{AC}| > |\overrightarrow{AB}|$ D. $|\overrightarrow{AB}| > |\overrightarrow{BC}|$

答案 D 考核要求 平面向量的数量积的性质及运算律 理解级 稍难题

【例 9】 已知数列 $1, \frac{1}{1+2}, \frac{1}{1+2+3}, \dots, \frac{1}{1+2+3+\dots+n}, \dots$, 则其前 n 项的和等于_____.答案 $\frac{2n}{n+1}$

考核要求 一些特殊数列的求和 理解级 稍难题

【例 10】 平面内有一长度为 4 的线段 AB , 动点 P 满足 $|PA| + |PB| = 6$, 则 $|PA|$ 的取值范围是 ()A. $[1, 5]$ B. $[1, 6]$ C. $[2, 5]$ D. $[2, 6]$

答案 A 考核要求 椭圆的定义; 椭圆的焦点、焦距的概念 理解级 稍难题

三、掌握

【例 11】 若两点 $A(3, 2)$ 和 $B(-1, 4)$ 到直线 $mx + y + 3 = 0$ 的距离相等, 则实数 m 等于_____.答案 $\frac{1}{2}$ 或 -6 考核要求 点到直线的距离公式 掌握级 容易题【例 12】 已知 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{4}{5}$, 则 $\cos(\pi - 2\alpha) =$ _____.答案 $\frac{7}{25}$

考核要求 三角函数的诱导公式; 二倍角的余弦公式 掌握级 容易题

【例 13】 如图所示的是函数 $f(x) = \sin 2x$ 和函数 $y = g(x)$ 的部分图象, 则函数 $g(x)$ 的解析式是 ()