GAOKAO SHUXUE 高分之路拾级而上
JINJIE TEXUN

浙大优学
进阶数学

高考数学

进阶特训 2

（平面向量、解三角形、数列、不等式）

主编◎张传鹏
本册主编◎张传鹏　徐国君　吴锋刃

● 高一下学期同步培优 ● 高考复习专题突破 ● 40小时精准训练“最有价值”的数学题

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

高考数学进阶特训 2

平面向量、解三角形、数列、不等式

主　　编：张传鹏

本册主编：张传鹏　徐国君　吴锋刃

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考数学进阶特训2,平面向量、解三角形、数列、不等式/张传鹏主编. —杭州:浙江大学出版社,2016.9(2016.11重印)
ISBN 978-7-308-15811-4

Ⅰ.①高… Ⅱ.①张… Ⅲ.①中学数学课—高中—习题集—升学参考资料 Ⅳ.①G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第090010号

高考数学进阶特训2(平面向量、解三角形、数列、不等式)
主编 张传鹏

策　　划 陈海权(电子信箱:chess332@163.com)
责任编辑 夏晓冬
责任校对 金佩雯 陈 宇
封面设计 林智广告
出版发行 浙江大学出版社
(杭州市天目山路148号 邮政编码310007)
(网址:http://www.zjupress.com)
排　　版 杭州星云光电图文制作有限公司
印　　刷 杭州钱江彩色印务有限公司
开　　本 889mm×1194mm 1/16
印　　张 6.25
插　　页 26
字　　数 310千
版 印 次 2016年9月第1版 2016年11月第2次印刷
书　　号 ISBN 978-7-308-15811-4
定　　价 19.80元

编 写 说 明

课程标准前言中指出:数学在形成人类理性思维和促进个人智力发展的过程中发挥着独特的、不可替代的作用;在形成人们认识世界的态度和思想方法方面、在推动社会进步和发展的进程中起着重要的作用,而理性思维的形成又是以数学题目为载体的。通过对近年各地数学高考试卷研究来看,高考考查的知识面广,主要考查考生对高中数学各块知识的运算变形能力、信息整合能力、数学思维方法运用能力及创新思维能力等,因此教师在平时的教学备课中选题就显得尤为重要。为了使学生日常练习更加有效,更有针对性、科学性和高效性,我们认真编写了此书,旨在帮助广大学生在复习时起到事半功倍、触类旁通的效果。

本书大多数习题是近年在杭州外国语学校高中数学课堂实践的基础上发展与完善的,这些试题非常具有代表性。本书起点低,目标高,可以供不同层次的学生使用。书中不仅解答题有详细答案,同时许多填空和选择题也给出了解析或提示,可以供同学们自学使用。本书在解答过程中,对典型题目采取一题多解、一题多变。使学生不仅知其然,而且知其所以然。解题方法新颖、有效,解法大气,不追求小技巧,注重通性、通法,不刻意追求巧解、妙解。

本书力争成为一本非常有效的学生备考指南,可以供高一、高二学生在学习新课后进行同步加深,也可以供高三学生在高考一轮复习时使用,当然也可以作为教师备课的参考工具书。本书是编撰人员精心设计、用心编写而成的,但限于能力和水平,编写中难免有疏漏和不妥之处,恳请广大读者和数学同行批评指正,以便不断修正和完善,在此表示衷心的感谢!

我的联系方式是:zhangzcp508@sina.com.

张传鹏

目 录

特训 1　向量基本概念、线性运算

[满分 100 分，限时 100 分钟]

训练内容：

平面向量的相关概念，理解向量相等的意义，向量的加、减法的运算并理解其几何意义，向量数乘的运算及其意义，向量共线的意义，向量线性运算的性质及其几何意义.

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 化简以下各式结果为零向量的个数是　　　　（　　）

①$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$；

②$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD}$；

③$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{AD}$；

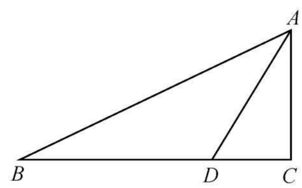
④$\overrightarrow{NQ}+\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MP}$.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

2. 如图，已知$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{DC}$，用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 表示$\overrightarrow{AD}$，则$\overrightarrow{AD}$等于　　（　　）

A. $\boldsymbol{a}+\frac{3}{4}\boldsymbol{b}$　　B. $\frac{1}{4}\boldsymbol{a}+\frac{3}{4}\boldsymbol{b}$

C. $\frac{1}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{4}\boldsymbol{b}$　　D. $\frac{3}{4}\boldsymbol{a}+\frac{1}{4}\boldsymbol{b}$



第 2 题图

3. 已知 A，B，C 三点在一条直线上，且$\overrightarrow{OA}-3\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{0}$，$\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{BC}$，则 λ 等于　　（　　）

A. $-\frac{3}{2}$　　B. $-\frac{2}{3}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. 2

4. 已知向量 $\boldsymbol{l}_1\neq\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{l}_1+\lambda\boldsymbol{l}_2$，$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{l}_1$，$(\lambda\in\mathbf{R})$若向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 共线，则下列关系中一定成立的是　　（　　）

A. $\lambda=0$　　B. $\boldsymbol{l}_2=\boldsymbol{0}$　　C. $\boldsymbol{l}_1/\!/\boldsymbol{l}_2$　　D. $\boldsymbol{l}_1/\!/\boldsymbol{l}_2$ 或 $\lambda=0$

5. 下列说法中正确的是　　（　　）

A. 若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不共线，则$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|<|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$　　B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与$|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$表示的意义是相同的

C. 若 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不共线，则$|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|>|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$　　D. $|\boldsymbol{a}|<|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$恒成立

6. 已知$\overrightarrow{AB}=3(\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2)$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$，$\overrightarrow{CD}=2\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$，则下列关系中一定成立的是　　（　　）

A. A，B，C 三点共线　　B. A，B，D 三点共线

C. C，A，D 三点共线　　D. B，C，D 三点共线

7. 在△ABC 中，已知 D 为 AB 边上一点，若$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB}$，$\overrightarrow{CD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}+\lambda\overrightarrow{CB}$，则实数 λ 等于　　（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $-\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{2}{3}$

8. 已知△ABC 的三个顶点 A，B，C 及平面内一点 P，且$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{AB}$，则点 P 与△ABC 的位置关系是　　（　　）

A. 点 P 在△ABC 内部　　B. 点 P 在△ABC 外部

C. 点 P 在 AB 边上或其延长线上　　D. 点 P 在 AC 边上

二、填空题(本大题共7小题,每小题4分,共28分)

9. 化简:$(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})-(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})=$________.

10. 已知 G 是$\triangle OAB$ 的重心,设$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,则$\overrightarrow{OG}=$________.(用 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 表示)

11. 若菱形 $ABCD$ 的边长为2,则$|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}|=$________.

12. 下列命题:

①若$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$,则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$;

②若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$,则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}$;

③若 A,B,C,D 为不共线的四点,则$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$是四边形 $ABCD$ 为平行四边形的充要条件;

④两向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 相等的充要条件是$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$,且 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$;

⑤$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$的充要条件是点 A 与点 C 重合,点 B 与点 D 重合;

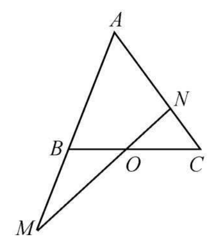
⑥若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{b}\parallel\boldsymbol{c}$,则 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{c}$.

其中真命题是________.

13. 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是两个不共线的向量,若它们的起点相同,$\boldsymbol{a}$,$\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$,$t(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$三个向量的终点在一直线上,则实数 $t=$________.

14. 在$\triangle ABC$ 所在的平面内有一点 P,满足$\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=\mathbf{0}$,则$\triangle PBC$ 与$\triangle ABC$ 的面积之比是________.

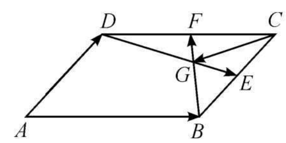
15. 如图,在$\triangle ABC$ 中,点 O 是 BC 的中点,过点 O 的直线分别交直线 AB,AC 于不同的两点 M,N,若$\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AM}$,$\overrightarrow{AC}=n\overrightarrow{AN}$,则 $m+n=$________.



第15题图

三、解答题(本大题共5小题,共48分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16. (本题8分)如图,在▱$ABCD$ 中,E,F 分别是 BC,DC 的中点,G 为 BF 与 DE 的交点,若$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,试以 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为基底表示$\overrightarrow{DE}$,$\overrightarrow{BF}$,$\overrightarrow{CG}$.



第16题图

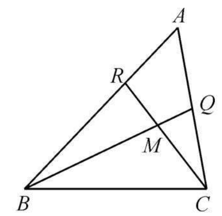
17. (本题10分)在四边形 $ABCD$ 中,点 E,F 分别是对角线 AC 和 BD 的中点,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{x}$,$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{y}$,求$\overrightarrow{EF}$.

18.(本题 10 分)设 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 是不共线的向量,已知向量$\overrightarrow{AB}=2\boldsymbol{e}_1+k\boldsymbol{e}_2$,$\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{e}_1+3\boldsymbol{e}_2$,$\overrightarrow{CD}=2\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$,若 A,B,D 三点共线,求实数 k 的值.

19.(本题 10 分)在$\triangle ABC$ 中,$\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$,$\overrightarrow{AR}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$,$BQ$ 与 CR 交于点 M,设$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$.

(1)用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 表示$\overrightarrow{BQ}$和$\overrightarrow{CR}$;

(2)如果$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{BQ}=\overrightarrow{AC}+\mu\overrightarrow{CR}$,求实数 λ,μ 的值.



第 19 题图

20.(本题10分)在△OAB中,点C,D分别在边OA和OB上,$\overrightarrow{OC}=\frac{1}{4}\overrightarrow{OA}$,$\overrightarrow{OD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$,$AD$与$BC$交于$M$点,设$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$.

(1)试用$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$表示向量$\overrightarrow{OM}$.

(2)在线段AC上取一点E,在线段BD上取一点F,使EF过M点,设$\overrightarrow{OE}=\lambda\overrightarrow{OA}$,$\overrightarrow{OF}=\mu\overrightarrow{OB}$,求证:$\frac{1}{7\lambda}+\frac{3}{7\mu}=1$.

特训 2　平面向量基本定理及坐标表示

[满分 100 分,限时 100 分钟]

训练内容:

平面向量基本定理及其意义,平面向量的正交分解及其坐标表示,会用坐标表示平面向量的加法、减法与数乘运算,用坐标表示平面向量共线的条件.

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{BC}=-2\boldsymbol{a}+8\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{CD}=3(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$,则　(　　)

A. A,B,C 三点共线　B. A,B,D 三点共线

C. A,C,D 三点共线　D. B,C,D 三点共线

2. 已知 $\boldsymbol{a}=(3,4)$,$\boldsymbol{b}=(\sin\alpha,\cos\alpha)$,$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$,则 $\tan\alpha$ 等于　(　　)

A. $\frac{3}{4}$　B. $-\frac{3}{4}$　C. $\frac{4}{3}$　D. $-\frac{4}{3}$

3. 已知 $\boldsymbol{a}=(1,2)$,$\boldsymbol{b}=(1,0)$,$\boldsymbol{c}=(3,4)$,若$(\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{c}$,则 λ 等于　(　　)

A. $\frac{1}{4}$　B. $\frac{1}{2}$　C. 1　D. 2

4. 已知 $A(6,2)$,$B(1,14)$,则与$\overrightarrow{AB}$共线的单位向量等于　(　　)

A. $\left(\frac{12}{13},-\frac{5}{13}\right)$或$\left(-\frac{12}{13},\frac{5}{13}\right)$　B. $\left(\frac{5}{13},-\frac{12}{13}\right)$

C. $\left(\frac{5}{13},-\frac{12}{13}\right)$或$\left(-\frac{5}{13},\frac{12}{13}\right)$　D. $\left(-\frac{5}{13},\frac{12}{13}\right)$

5. 设点 M 是▱$ABCD$ 对角线的交点,P 为任意一点,则$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}$等于　(　　)

A. $\overrightarrow{PM}$　B. $2\overrightarrow{PM}$　C. $3\overrightarrow{PM}$　D. $4\overrightarrow{PM}$

6. 已知$\overrightarrow{OA}=(4,3)$,$\overrightarrow{OB}=(2,10)$,则向量$\overrightarrow{AB}$在向量$\overrightarrow{OA}$方向上的投影为　(　　)

A. $\frac{38}{5}$　B. 38　C. $\frac{13}{5}$　D. 13

7. 设 O 是△ABC 的外心,点 M 满足$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OM}$,则 M 是　(　　)

A. △ABC 的内心　B. △ABC 的重心　C. △ABC 的垂心　D. △ABC 内任意一点

8. 已知 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{e}$,$|\boldsymbol{e}|=1$,对于任意的 $t\in\mathbf{R}$ 恒有 $|\boldsymbol{a}-t\boldsymbol{e}|\geqslant|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e}|$,则　(　　)

A. $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{e}$　B. $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e})$　C. $\boldsymbol{e}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e})$　D. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{e})\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e})$

二、填空题(本大题共 7 小题,每小题 4 分,共 28 分)

9. 在直角坐标系中,O 为坐标原点,A,B,C 满足$\overrightarrow{OC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$,则$\frac{\overrightarrow{AC}}{\overrightarrow{AB}}=$________.

10. 若 $\boldsymbol{a}=(1,0)$,$\boldsymbol{b}=(1,1)$,则 $2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}=$________.

11. 点 $M(4,-3)$关于点 $N(5,-6)$的对称点是________.

12. 已知 $\boldsymbol{a}=(1,2)$,$\boldsymbol{b}=(x,1)$,$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{v}=2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{u}\parallel\boldsymbol{v}$,则 $x=$________.

13. 已知 O 是平面上一点,A,B,C 是平面上不共线的三个点,动点 P 满足$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\lambda\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\right)$,$\lambda\in[0,+\infty)$,则点 P 的轨迹一定通过△ABC 的________心.

14. 已知 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2$ 是两个不共线的向量,$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+\lambda\boldsymbol{e}_2$,$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$,若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线,则实数 $\lambda=$________.

15. 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是两个不共线的向量,若它们起点相同,$\boldsymbol{a}$,$\frac{s}{2}\boldsymbol{b}$,$t(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$三个向量的终点在一直线上,则实数 s,t 满足的关系式为________.

三、解答题(本大题共5小题,共48分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16.(本题8分)已知$\overrightarrow{OA}=(6,-2)$,$\overrightarrow{OB}=(-1,2)$,若$\overrightarrow{OC}\perp\overrightarrow{OB}$,$\overrightarrow{BC}\parallel\overrightarrow{OA}$,求$\overrightarrow{BC}$及$\overrightarrow{BC}$与$\overrightarrow{OB}$的夹角.

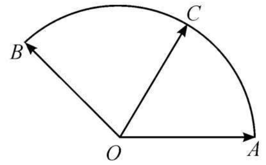
17.(本题10分)已知 $\boldsymbol{a}=(1,2)$,$\boldsymbol{b}=(-3,2)$,当 k 为何值时:

(1)$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$ 垂直?

(2)$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$ 平行?平行时它们是同向还是反向?

18.(本题 10 分)在△ABC 中,a,b,c 分别为角 A,B,C 的对边长度,G 为△ABC 的重心,若 $a\overrightarrow{GA}+b\overrightarrow{GB}+c\overrightarrow{GC}=\mathbf{0}$,求证:△$ABC$ 为等边三角形.

19.(本题 10 分)给定两个长度为 1 的平面向量$\overrightarrow{OA}$和$\overrightarrow{OB}$,它们的夹角为 120°.如图所示,点 C 在以 O 为圆心的$\overset{\frown}{AB}$上移动.若$\overrightarrow{OC}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$,其中 x,$y\in\mathbf{R}$,求 $x+2y$ 的取值范围.



第 19 题图

20.(本题 10 分)已知 $A(3,0)$,$B(0,3)$,$C(\cos\alpha,\sin\alpha)$,O 为坐标原点.

(1)若$\overrightarrow{OC}/\!/\overrightarrow{AB}$,求 $\tan\alpha$ 的值;

(2)若$\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BC}$,求 $\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ 的值;

(3)若$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}|=\sqrt{13}$且 $\alpha\in(0,\pi)$,求$\overrightarrow{OB}$与$\overrightarrow{OC}$的夹角.

特训 3　平面向量的数量积

［满分 100 分，限时 100 分钟］

训练内容：

平面向量数量积的含义及其物理意义，平面向量数量积与向量投影的关系，平面向量数量积的坐标表达式，求向量的模长、夹角，用数量积判断向量垂直以及平面向量在平面几何和实际生活中的应用.

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 在$\triangle ABC$中，$(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA})\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AC}|^2$，则$\triangle ABC$的形状为（　　）

A. 等腰三角形　　B. 直角三角形

C. 正三角形　　D. 等腰直角三角形

2. 设 $\boldsymbol{a}=(-2,1-\cos\theta)$，$\boldsymbol{b}=\left(1+\cos\theta,-\frac{1}{4}\right)$，且 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则锐角 θ 等于（　　）

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{6}$或$\frac{\pi}{3}$

3. 设 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 都是非零向量. 若 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 方向上的投影为 3，$\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 方向上的投影为 4，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的模之比为（　　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{7}$　　D. $\frac{4}{7}$

4. 已知向量$\overrightarrow{OA}=(4,6)$，$\overrightarrow{OB}=(3,5)$，且$\overrightarrow{OC}\perp\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{AC}/\!/\overrightarrow{OB}$，则向量$\overrightarrow{OC}$等于（　　）

A. $\left(-\frac{3}{7},\frac{2}{7}\right)$　　B. $\left(-\frac{2}{7},\frac{4}{21}\right)$

C. $\left(\frac{3}{7},-\frac{2}{7}\right)$　　D. $\left(\frac{2}{7},-\frac{4}{21}\right)$

5. 在直角$\triangle ABC$中，CD 是斜边 AB 上的高，则下列等式中不成立的是（　　）

A. $|\overrightarrow{AC}|^2=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$　　B. $|\overrightarrow{BC}|^2=\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$

C. $|\overrightarrow{AB}|^2=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CD}$　　D. $|\overrightarrow{CD}|^2=\frac{(\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB})\times(\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC})}{|\overrightarrow{AB}|^2}$

6. 在直角坐标系 xOy 中，$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$ 分别是与 x 轴、y 轴平行的单位向量，在直角三角形 ABC 中，$\overrightarrow{AB}=2\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$，$\overrightarrow{AC}=3\boldsymbol{i}+k\boldsymbol{j}$，则 k 的可能值有（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

7. 在四边形 $ABCD$ 中，$|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{BD}|+|\overrightarrow{DC}|=4$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{DC}=0$，$|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{BD}|+|\overrightarrow{BD}|\cdot|\overrightarrow{DC}|=4$，则$(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC})\cdot\overrightarrow{AC}$的值为（　　）

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. 4　　D. $4\sqrt{2}$

8. 已知同一平面上的向量$\overrightarrow{PA}$，$\overrightarrow{PB}$，$\overrightarrow{AQ}$，$\overrightarrow{BQ}$满足：①$|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}|=|\overrightarrow{AB}|=2$；②$\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{\overrightarrow{AQ}}{|\overrightarrow{AQ}|}\right)\cdot\overrightarrow{BQ}=0$，则$|\overrightarrow{PQ}|$的最大值与最小值之和是（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

二、填空题(本大题共 7 小题,每小题 4 分,共 28 分)

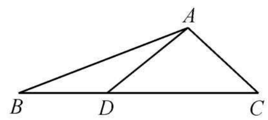
9. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,4)$,$\boldsymbol{b}=(1,1)$,若 $\boldsymbol{b}\perp(\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b})$,则实数 $\lambda=$________.

10. 若向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60°,$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$,则 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=$________.

11. 已知 $\boldsymbol{a}=(1,2)$,$\boldsymbol{b}=(1,1)$,且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$ 的夹角为锐角,则实数 λ 的取值范围是________.

12. 已知 O 为原点,点 A,B 的坐标分别为 $A(a,0)$,$B(0,a)$,其中常数 $a>0$,点 P 在线段 AB 上,且有 $\overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AB}(0\leqslant t\leqslant 1)$,则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$ 的最大值为________.

13. 已知 $|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|\neq 0$,且关于 x 的方程 $x^2+|\boldsymbol{a}|x+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$ 有实根,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角 θ 的取值范围是________.



第 14 题图

14. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,$\angle BAC=120^\circ$,$AB=2$,$AC=1$,D 是边 BC 上一点,$DC=2BD$,则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=$________.

15. 已知点 A 在单位正方形 $OPQR$ 的边 PQ,QR 上运动,OA 与 RP 的交点为 B,则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ 的取值范围为________.

三、解答题(本大题共 5 小题,共 48 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16. (本题 8 分)已知 $A(2,0)$,$B(0,2)$,$C(\cos\alpha,\sin\alpha)(0<\alpha<\pi)$.

(1)若 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}|=\sqrt{7}$,($O$ 为坐标原点)求 $\overrightarrow{OB}$ 与 $\overrightarrow{OC}$ 的夹角;

(2)若 $\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BC}$,求 $\tan\alpha$ 的值.

17. (本题 10 分)已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2,$\angle BAD=120^\circ$,点 E,F 分别在边 BC,DC 上,$\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC}$,$\overrightarrow{DF}=\mu\overrightarrow{DC}$.若 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=1$,$\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{CF}=-\dfrac{2}{3}$,求 $\lambda+\mu$ 的值.

18.(本题10分)若$|\overrightarrow{OA}|=4$,$|\overrightarrow{OB}|=2$,$\angle AOB=\frac{2}{3}\pi$,且$\overrightarrow{OC}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$,$x+2y=1$.求$|\overrightarrow{OC}|$的最小值.

19.(本题10分)在$\triangle ABC$中,已知$\angle BAC=120^\circ$,$AB=3$,$AC=2$,O是$\triangle ABC$的外心,且$\overrightarrow{AO}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$.求$\lambda$,$\mu$的值.

20.（本题 10 分）已知△ABC 内接于圆 O，$x^2+y^2=1$，（O 为坐标原点）且 $3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}+5\overrightarrow{OC}=\mathbf{0}$.

（1）求△AOB 的面积；

（2）若点 A 的坐标为 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，求点 B 和点 C 的坐标.