

高等数学习题集

下

GAODENG SHUXUE

XITIJI

主 编 任大源

副主编 陈 琳



重庆大学出版社

高等数学习题集

(下)

主 编 任大源

副主编 陈 琳

重庆大学出版社

内容提要

本习题集分为上、下两册。习题集下册内容有向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、多元函数积分学以及无穷级数等。

本习题集适合于应用型本科院校的工科专业及对数学要求较高的经管类专业学生使用,也可供教师教学参考。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学习题集. 下/任大源主编. -- 重庆:重庆大学出版社,2018.1

ISBN 978-7-5689-0940-2

I. ①高… II. ①任… III. ①高等数学—高等学校—习题集 IV. ①013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 324880 号

高等数学习题集(下)

主 编 任大源

副主编 陈 琳

策划编辑:何 梅

责任编辑:陈 力 版式设计:何 梅

责任校对:张红梅 责任印制:赵 晟

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:易树平

社址:重庆市沙坪坝区大学城西路 21 号

邮编:401331

电话:(023) 88617190 88617185(中小学)

传真:(023) 88617186 88617166

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn (营销中心)

全国新华书店经销

重庆市国丰印务有限责任公司印刷

*

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:6.5 字数:146千

2018 年 1 月第 1 版 2018 年 1 月第 1 次印刷

印数:1—3 500

ISBN 978-7-5689-0940-2 定价:10.00 元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换

版权所有,请勿擅自翻印和用本书

制作各类出版物及配套用书,违者必究

前言

本习题集是以“工科类本科数学基础课程教学基本要求”为指导,主要用于应用型本科院校的工科专业及对数学要求较高的经管类专业的高等数学课程的教学,是学生学习高等数学课程的练习用书,也可作为教师教学的参考用书。

本习题集分为上、下两册。习题集上册内容有函数与极限、一元函数微分学、一元函数积分学以及微分方程等,下册内容有向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、多元函数积分学以及无穷级数等。

基于应用型本科人才培养方案以及数学课程教学改革潮流,本习题集具有下述4个特点:

(1) 每章节的知识点由浅入深,从概念的理解,到基本运算的掌握,再到知识的灵活应用,全面形成学生在数学问题上的综合素养。

(2) 重视基本概念的理解,思想方法的渗透,以及数学知识的运用,加入了一些应用型问题,从生活或工程上的实例加强学生对概念和方法的理解。

(3) 与考研数学接轨,在每节习题后加入了与该节知识相关的考研真题,向学生逐步揭开考研数学的“面纱”,鼓励有条件的学生继续深造。

(4) 题量和难度适中,知识点覆盖较为全面,题型精练且具有代表性,层层递进,适合作为高等数学课程的配套习题。

本习题集是由成都工业学院高等数学教研室教师编写后,经过多年的实践,不断地修改、提炼形成的,对于应用型本科院校的高等数学课程教学有较好的实践借鉴意义,欢迎使用,并请广大读者批评指正。

编者

2017年11月

目 录

第 5 章 向量代数与空间解析几何	1
5.1 空间直角坐标系 向量及其运算	1
5.2 空间平面及直线方程	2
5.3 空间曲面及曲线方程	5
总复习题(五)	6
第 6 章 多元函数微分学	7
6.1 多元函数的基本概念	7
6.2 偏导数 全微分	10
6.3 多元复合函数求导法则	12
6.4 隐函数的求导公式	14
6.5 方向导数与梯度	15
6.6 多元函数微分学的几何应用	17
6.7 多元函数的极值与最值	18
总复习题(六)	20
第 7 章 重积分	22
7.1 二重积分的概念与性质	22
7.2 二重积分的计算	23
7.3 三重积分的概念和计算	27
7.4 重积分的应用	28
总复习题(七)	29
第 8 章 曲线积分与曲面积分	30
8.1 对弧长的曲线积分	30
8.2 对坐标的曲线积分	31
8.3 格林公式 曲线积分与路径无关的条件	33
8.4 曲面积分 高斯公式	35
总复习题(八)	36

第 9 章 无穷级数	37
9.1 常数项级数的概念与性质	37
9.2 常数项级数的审敛法	39
9.3 幂级数	43
9.4 函数展开成泰勒级数	45
9.5 傅里叶级数	46
总复习题(九)	47
 半期模拟测试	48
半期模拟测试(一)	48
半期模拟测试(二)	51
半期模拟测试(三)	54
半期模拟测试(四)	57
半期模拟测试(五)	60
 期末模拟测试	63
期末模拟测试(一)	63
期末模拟测试(二)	65
期末模拟测试(三)	68
期末模拟测试(四)	71
期末模拟测试(五)	74

第 5 章

向量代数与空间解析几何

5.1 空间直角坐标系 向量及其运算

一、设 $a = 3i - j - 2k$, $b = i + 2j - k$, 求 (1) $2a - 3b$; (2) $(-2a) \cdot b, a \times 2b$; (3) a 与 b 的夹角 θ .

二、已知两点 $M_1(4, \sqrt{2}, 1)$ 和 $M_2(3, 0, 2)$, 计算向量 $-3\overrightarrow{M_1M_2}$ 的模及方向角.

三、已知 $M_1(1, -1, 2)$, $M_2(3, 3, 1)$, $M_3(3, 1, 3)$, 求与 $\overrightarrow{M_1M_2}, \overrightarrow{M_2M_3}$ 同时垂直的单位向量.

四、设 $\boldsymbol{a} = (3, 5, -2)$, $\boldsymbol{b} = (2, 1, 4)$, 问 λ 与 μ 有怎样的关系才能使 $\lambda \boldsymbol{a} + \mu \boldsymbol{b}$ 与 z 轴垂直?

5.2 空间平面及直线方程

一、求满足下列条件的平面方程.

1. 过点 $M_1(1, 2, 0)$ 和 $M_2(2, 1, 1)$ 且垂直于平面 $\Pi: y - x = 1$.

2. 过点 $A(-2, 3, 0)$, $B(1, -1, 2)$ 且与向量 $\boldsymbol{a} = (4, 5, 1)$ 平行.

3. 过 $A(1, 1, -1)$, $B(-2, -2, 2)$ 和 $C(1, -1, 2)$.

二、求满足下列条件的平面方程.

1. 平行于 xOz 面且经过点 $(2, -5, 3)$.

2. 通过 x 轴和点 $(-3, 1, 2)$.

三、求点 $(1, 2, 1)$ 到平面 $x + 2y + 2z - 10 = 0$ 的距离.

四、求过点 $(5, 2, -3)$ 且垂直于平面 $2x - 3y + z = 1$ 的直线方程.

五、求过点 $(-3, 2, 5)$ 且与两个平面 $2x - y - 5z = 1$ 和 $x - 4z = 3$ 的交线平行的直线方程.

六、试求直线 $L: \begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$ 的点向式方程和参数方程.

七、求直线 $\begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$ 与平面 $2x - 2y + z = 0$ 的夹角.

八、求点 $P(3, -1, 2)$ 到直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ 的距离.

考研真题：

设有直线 $L: \begin{cases} x + 3y + 2z + 1 = 0 \\ 2x - y - 10z + 3 = 0 \end{cases}$, 及平面 $\Pi: 4x - 2y + z - 2 = 0$, 则直线 L ().

- A. 平行于 Π B. 在 Π 上 C. 垂直于 Π D. 与 Π 斜交

5.3 空间曲面及曲线方程

一、建立以点 $(1, 3, -2)$ 为球心, 且通过坐标原点的球面方程.

二、求下列旋转曲面方程.

1. xOy 面上的椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 绕 x 轴旋转所形成的旋转曲面方程为().

2. zOx 面上的抛物线 $2x = z^2$ 绕 x 轴旋转的旋转抛物面方程为().

三、填空题.

1. 方程 $y^2 + z^2 = x^2$ 在空间直角坐标系中所表示的图形是().

2. 方程 $x^2 + y^2 = 1$ 在空间直角坐标系中所表示的图形是().

3. 方程 $z = -x^2 - y^2$ 在空间直角坐标系中所表示的图形是().

4. 曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 5 \\ z = 1 \end{cases}$ 在 xOy 面上的投影柱面方程为().

5. 曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$ 在 yOz 面上的投影曲线方程为().

考研真题：

*已知 A, B 两点的直角坐标分别为 $(1, 0, 0)$ 与 $(0, 1, 1)$. 线段 AB 绕 z 轴旋转一周所成的旋转曲面为 S , 求由 S 及两平面 $z = 0, z = 1$ 所围成的立体的体积.

* 表示选做题, 此书其余情况同。

总复习题(五)

一、下列式子或说法中正确的是().

A. $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{b} \times \mathbf{a}$

B. $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ 在空间中表示双叶双曲面

C. 空间平面 $2x + 3y - z = 1$ 和空间直线 $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$ 是相互平行的

D. 若 $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 为向量 $\mathbf{a}$ 的 3 个方向余弦, 则 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

二、已知直线 $L_1: x+1=y-1=z$ 与直线 $L_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{\lambda}$ 相交于一点, 则 $\lambda = ()$.

A. 0

B. 1

C. $-\frac{5}{4}$

D. $\frac{5}{4}$

三、填空题.

1. 在 y 轴上与 $A(1, -3, 7), B(5, 7, -5)$ 等距离的点的坐标为().

2. 设 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, 且 $\mathbf{a} = (3, -5, 8), \mathbf{b} = (-1, 1, z)$, 则 $z = ()$.

3. 两平行平面 $x - y + 2z = 1$ 和 $x - y + 2z = 2$ 之间的距离 $d = ()$.

4. 已知动点 $M(x, y, z)$ 到 xOy 平面的距离与点 $M(x, y, z)$ 到点 $(0, 0, 1)$ 的距离相等, 则点 M 的轨迹是一个(). (选填“球面”“柱面”“椭圆抛物面”或“圆锥面”)

四、已知直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ 和直线 $L_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$, 求经过 L_1 且平行于 L_2 的平面方程.

第 6 章

多元函数微分学

6.1 多元函数的基本概念

一、设 $f(x+y, x-y) = x^2 - y^2$, 求 $f(x, y)$.

二、求下列函数的定义域.

1. $z = \frac{1}{\sqrt{4x + y^2 - 1}}$

2. $z = \frac{\sqrt{4x^2 - y^2}}{\sqrt{x - \sqrt{y}}}$

三、设某企业要修建一个体积为 $V \text{ m}^3$ 的长方体冻库,要求其高不小于 $H \text{ m}$. 已知冻库侧面的单位造价为 $a \text{ 元/m}^2$,底面的单位造价为 $b \text{ 元/m}^2$,顶面的单位造价为 $c \text{ 元/m}^2$. 若该冻库的长和宽分别为 $x \text{ m}$ 和 $y \text{ m}$,试将修建冻库所需的总价 P 表示成关于 x 和 y 的二元函数,并求出该函数的定义域.

四、求下列各极限.

1. $\lim_{(x,y) \rightarrow (e,0)} \ln(x^2 + y)$

2. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2 - \sqrt{xy + 4}}{xy}$

$$3. \lim_{(x,y) \rightarrow (2,0)} \frac{\sin(xy)}{x}$$

$$4. \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (1+xy)^{\frac{1}{x}}$$

* 五、讨论函数 $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x+y}{x-y}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ 的连续性.

6.2 偏导数 全微分

一、求下列函数的偏导数.

1. $z = \sqrt{x} \sin \frac{y}{x}$

2. $z = \ln \left(\sec \frac{x}{y} \right)$

3. $u = x^{yz}$

4. $u = \arctan (x - y)^z$

二、设 $f(x, y) = y^2 + (x - 1) \arcsin \sqrt{xy}$, 求 $f_y\left(1, \frac{1}{3}\right)$.

三、设 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 求 $\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial z^2}$.

四、求函数 $z = e^x \sin(2x + 3y)$ 的全微分.

五、设 $f(x, y, z) = \sqrt{\frac{z}{x}} \sqrt{\frac{x}{y}}$, 求 $df(1, 1, 1)$.