我的能量超乎你想象

课堂点睛

主编　高明俊　加玉杰

一本点睛·点亮一生

数学 | 九年级上册

RJ

四川大学出版社

梯田文化
TITIAN CULTURE

我的能量超乎你想象

课堂点睛

主编　高明俊　加玉杰

一本点睛·点亮一生

数学　九年级上册
RJ

四川大学出版社

项目策划：唐　飞
责任编辑：唐　飞
责任校对：蒋　玙
封面设计：湖北梯田文化传播有限公司
责任印制：王　炜

图书在版编目（CIP）数据

课堂点睛．数学九年级．上册 / 高明俊，加玉杰主编．— 成都：四川大学出版社，2019.7
ISBN 978-7-5690-2945-1

Ⅰ．①课… Ⅱ．①高… ②加… Ⅲ．①中学数学课—初中—教学参考资料 Ⅳ．①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2019）第 150270 号

书名　课堂点睛・数学九年级・上册
KETANGDIANJING・SHUXUEJIUNIANJI・SHANGCE

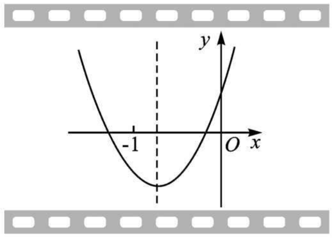
主　　编	高明俊　加玉杰
出　　版	四川大学出版社
地　　址	成都市一环路南一段 24 号（610065）
发　　行	四川大学出版社
书　　号	ISBN 978-7-5690-2945-1
印　　刷	沈阳市新天龙印刷有限公司
成品尺寸	210mm×295mm
印　　张	10
字　　数	345 千字
版　　次	2019 年 9 月第 1 版
印　　次	2019 年 9 月第 1 次印刷
定　　价	43.80 元

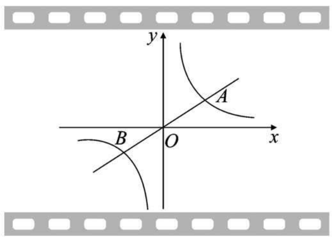
◆ 读者邮购本书，请与本社发行科联系。
电话：(028)85408408/(028)85401670/
(028)86408023　邮政编码：610065
◆ 本社图书如有印装质量问题，请寄回出版社调换。
◆ 网址：http://press.scu.edu.cn

四川大学出版社
微信公众号

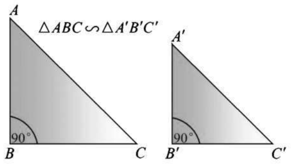
目录 CONTENTS

第 21 章　二次函数与反比例函数

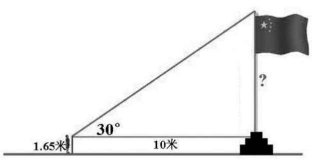




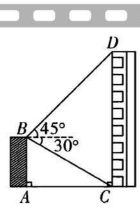
第 22 章　相似形



第23章 解直角三角形



双休专练(可以单独拆开使用)



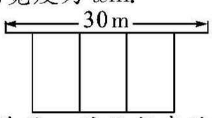
第21章 二次函数与反比例函数

21.1 二次函数

名师讲解

名题引路

例1 某农场拟建三间大小一样的长方形种牛饲养室，饲养室的一面靠墙（墙长30m），中间用两道墙隔开（如图），且每间长方形的长宽均不得小于4m，已知计划中的建筑材料可建墙的总长度为48m，设这三间长方形种牛饲养室的总占地面积为$y\text{m}^2$，垂直于墙面的宽度为xm.



(1)写出y关于x的函数表达式；

(2)写出其二次项、一次项、常数项；

(3)写出自变量x的取值范围.

分析：由矩形的面积公式求出函数表达式；由实际问题的实际意义写出自变量x的取值范围.

解：(1)$y=x(48-4x)=-4x^2+48x$.

(2)二次项：$-4x^2$；一次项：$48x$；常数项：0.

(3)由题意有$\begin{cases}48-4x\leqslant 30,\\48-4x\geqslant 12,\\x\geqslant 4.\end{cases}$

解得$4.5\leqslant x\leqslant 9$. 即自变量的取值范围为：$4.5\leqslant x\leqslant 9$.

名师点睛

1. 弄清题中的变量间关系是建立函数模型的关键.
2. 所写的函数关系式通常化成一般式.
3. 由实际问题的实际意义写自变量的范围.

易错专攻

对二次函数定义理解不透彻.

例2 下列函数哪些是关于x的二次函数？哪些不是？

(1)$y=(a+1)x^2-2x$

(2)$y=(x-1)^2-(x-2)(x+2)$

(3)$y=x-\dfrac{1}{x}$

学生解答：

自主预习——梳理要点

1. 一般地，表达式形如________________的函数叫做二次函数，其中x是自变量，a、b、c分别是二次项系数、一次项系数和常数项.
2. 二次函数自变量的取值范围一般是________，但是在实际问题中，自变量的取值范围应使________有意义.
3. 在二次函数$y=2x^2-3x-1$中，二次项系数为______，一次项系数为______，常数项为______.

随堂过关——夯实基础

1. 下列函数中，y是x的二次函数的是（　　）

   A. $y=x^2-x(x+1)+2$　　B. $y=x^2-1$

   C. $y=\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{3}{x}$　　D. $y=(k-1)x^2-2kx-1$

2. 下列关系中，为二次函数的是（　　）

   A. 大米每千克4元，购买数量x(千克)与所付钱数y(元)

   B. 圆的面积$S(\text{cm}^2)$与半径r(cm)

   C. 矩形的面积为20cm^2，两邻边长x(cm)与y(cm)

   D. 气温T(℃)随时间t(小时)的变化

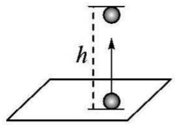
3. 三角形的一边长与这边上的高都为$x$cm，其面积是$y\text{cm}^2$，则y与x的函数关系式为（　　）

   A. $y=x^2$　　B. $y=2x^2$　　C. $y=\dfrac{1}{2}x^2$　　D. $y=\dfrac{1}{4}x^2$

4. 把函数$y=(2-x)(1+2x)$化为一般形式为________________.
5. 半径是2的圆，如果半径增加x，那么该圆面积S和x之间的函数表达式是________________.
6. 已知表达式$y=ax^2+bx+c$(其中a,b,c是常数)，当________时，y是x的二次函数；当____________时，y是x的一次函数；当________________时，y是x的正比例函数.
7. 东方广告公司设计一块周长为10m的矩形广告牌，设矩形的一边长为xm，广告牌的面积为$S\text{m}^2$，请你写出此广告牌面积S与边长x之间的函数关系式，并写出自变量x的取值范围.

巩固强化——提升能力

8. 如图，从地面竖直向上抛出一个小球，小球的高度 h(单位：m)与小球运动时间 t(单位：s)之间的函数关系式为 $h=30t-5t^2$，那么小球从抛出至回落到地面所需的时间是　（　　）



第 8 题图

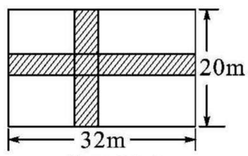
A. 6s　B. 4s　C. 3s　D. 2s

9. 一台机器原价 40 万元，每次降价的百分率为 x，那么连续两次降价后的价格 y(万元)为　（　　）

A. $y=40(1-x)$　B. $y=40(1-x^2)$

C. $y=40(1-x)^2$　D. $y=40(1+x)^2$

10. 如图，在长 32m，宽 20m 的矩形土地上修两条宽度相同的且互相垂直的道路，余下的部分作为耕地. 设耕地的面积为 $y\text{m}^2$，道路的宽度为 xm，则 $y(\text{m}^2)$与 x(m)之间的函数表达式为　（　　）



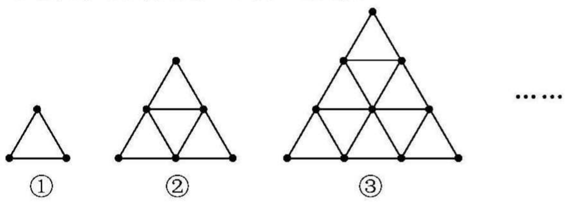
第 10 题图

A. $y=2x^2-32x+600$　B. $y=x^2+52x+360$

C. $y=x^2-52x+640$　D. $y=2x^2-52x+480$

11. 有一人患了流感，经过两轮传染后共有 y 人患了流感. 在每轮传染中，平均一个人传染了 x 个人，则 y 与 x 之间的函数表达式为______________.

12. 如图，用火柴棒按如下方式摆放：



第 12 题图

设第 n 个图中需要 y 根火柴棒，则 y 与 n 的函数关系式为：__________________.

13. 已知 y 关于 x 的函数表达式为：

$y=(m-3)x^{|m-1|}+(m+3)x-1$.

(1)当 m 取什么值时，此函数为 y 是 x 的二次函数？

(2)当 m 取什么值时，此函数为 y 是 x 的一次函数？

14. 某工厂生产一种产品，现在的年产量是 20 万件，计划今后两年增加产量，如果每年都比上一年的产量增加 x 倍，两年后这种产品的产量为 y.

(1)写出 y 关于 x 的函数表达式；

(2)当每年都比上一年的产量增加 50%时，求两年后这种产品的产量.

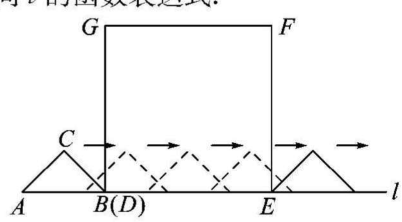
15. **(合肥三十八中模拟改编)**某商人将进货单价 8 元的商品按每件 10 元出售，每天可销售 100 件，现在他采取提高售出价，减少进货量的办法增加利润，已知这种商品每提高 1 元，其销售量就要减少 10 件. 若他将售出价定为 x 元(x 为整数)，每天所赚利润为 y 元.

(1)请你写出 y 与 x 之间的函数关系式；

(2)求出 x 的取值范围.

拓展创新——尖子生挑战

16. 如图，已知正方形 $DEFG$ 的边 DE 与等腰直角三角形 ABC 的斜边 AB 均在直线 l 上，点 B 与点 D 重合，$DE=4$，$AB=2$，若正方形 $DEFG$ 保持不动，$\triangle ABC$ 沿直线 l 向右以每秒 1 个单位的速度匀速滑动，试写出从$\triangle ABC$ 开始滑动到与正方形 $DEFG$ 完全脱离开的两图形重叠部分的面积 S 与滑动时间 t 的函数表达式.



第 16 题图

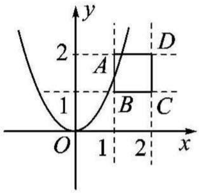
21.2　二次函数的图象和性质

第1课时　二次函数 $y=ax^2$ 的图象和性质

名师讲解

名题引路

例1　如图，已知抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $x=1$，$x=2$，$y=1$，$y=2$ 组成的正方形有公共点，则 a 的取值范围是______.



分析：根据题目要求，结合两图形的具体位置，分别找出抛物线与正方形有公共点的条件，从而综合得出 a 的取值范围.

解：根据要求有条件：顶点 A 必须在抛物线上或上方，即当 $x=1$ 时，$1\leqslant y\leqslant 2$；顶点 C 必须在抛物线上或下方，即当 $x=2$ 时，$y\geqslant 1$.

所以有：$\begin{cases}1\leqslant a\leqslant 2,\\ 4a\geqslant 1,\end{cases}$

$\therefore \frac{1}{4}\leqslant a\leqslant 2$.

故答案为 $\frac{1}{4}\leqslant a\leqslant 2$.

名师点睛

1. 解决函数图像与几何图形关系问题的关键是准确把握各种关系所满足的条件.
2. 具体画图分析是解决数形结合题的基本方法.

易错专攻

忽略开口方向的二重性出错.

例2　已知抛物线 $y=ax^2$ 与 $y=-x^2$ 的形状相同，则 a 的值为________.

学生解答：

自主预习——梳理要点

1. 函数 $y=ax^2(a\neq 0)$ 的图象是一条关于____________的抛物线，顶点是_________；当 $a>0$ 时，开口向______，顶点位置最______，函数有最______值，当________时，y 随 x 的增大而增大；当 $a<0$ 时，开口向______，顶点位置最______，函数有最______值.
2. 抛物线 $y=-3x^2$ 的顶点坐标是_________，它的对称轴是________，当 $x=$_____时，函数 y 有最______值_____.
3. 抛物线 $y=ax^2(a>0)$ 与抛物线 $y=-ax^2(a>0)$ 关于________对称. 已知抛物线 $y=mx^2$ 与抛物线 $y=-3x^2$ 关于 x 轴对称，则 $m=$________.

随堂过关——夯实基础

1. 函数 $y=ax^2(a\neq 0)$ 的图象与 a 的符号有关的是　　(　　)
   A. 对称轴　　B. 顶点坐标　　C. 开口方向　　D. 开口大小
2. 下列说法正确的是　　(　　)
   A. 若抛物线 $y=ax^2$ 的开口向下，则抛物线 $y=-ax^2$ 的开口向上
   B. 二次函数 $y=ax^2$，当 $x<0$ 时，其图象在第一象限
   C. 抛物线 $y=2x^2$ 与 $y=-2x^2$ 的顶点、对称轴、开口方向、开口大小完全相同
   D. 抛物线 $y=ax^2$ 与 $y=-ax^2$ 关于 y 轴对称
3. 下列抛物线开口最大的是　　(　　)
   A. $y=-3x^2$　　B. $y=x^2$　　C. $y=\frac{1}{4}x^2$　　D. $y=-\frac{1}{2}x^2$
4. 在抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 中，当 $x<0$ 时，y 的值随 x 的增大而________；当 $x>0$ 时，y 的值随 x 的增大而________.
5. 已知 $y=mx^{m^2+m}$，当 $m=$________时，$y=mx^{m^2+m}$ 的图象是开口向下的抛物线，其顶点坐标为_________.
6. 已知二次函数 $y=-\sqrt{2017}x^2$，当 $x_1<x_2<0$ 时，则 y_1 与 y_2 的大小关系是_________.
7. 已知抛物线 $y=ax^2$ 经过点 $A(-2,-8)$.
   (1)求 a 的值；
   (2)判断点 $B(-1,-4)$ 是否在此抛物线上；
   (3)求出此抛物线上纵坐标为 -6 的点的坐标.

巩固强化——提升能力

8. 若对于任意实数 x，二次函数 $y=(m-1)x^2$ 的值总是非正数，则 m 的取值范围是（　　）

A. $m\leqslant 1$　　B. $m\geqslant 1$　　C. $m<1$　　D. $m>1$

9. 给出下列几个函数：① $y=x^2$；② $y=2x-4$；③ $y=-2x^2$；④ $y=-2x+1$. 当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小的函数有（　　）

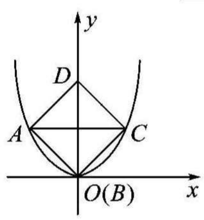
A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

10. 若二次函数 $y=mx^2$，当 x 取 x_1、x_2（$x_1\neq x_2$）时，函数值相等，则当 x 取 x_1+x_2 时，函数值为（　　）

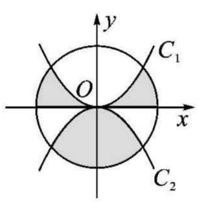
A. m　　B. $-m$　　C. 0　　D. 不确定

11. 已知抛物线 $y=(k+2)x^2$ 的开口向下，则直线 $y=(k-1)x+3-k$ 经过________象限.

12. 已知边长为 2 的正方形在坐标系中的位置如图所示，其顶点 A、B、C 在图中的抛物线上，则此抛物线的解析式为：________.



第 12 题图



第 13 题图

13. 如图，圆的半径为 2，C_1 是函数 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图象，C_2 是函数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 的图象，则图中阴影部分的面积是______.

14. 一个二次函数，它的对称轴是 y 轴，顶点是原点，且经过点 $(1,-3)$.

(1)写出这个二次函数的表达式.

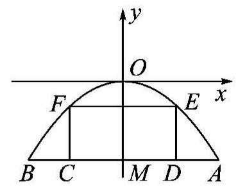
(2)图象在对称轴左侧部分，函数 y 随 x 的增大怎样变化?

(3)指出这个函数有最大值还是最小值，并求出这个值.

15. 如图，有一座抛物线形拱桥，其水面宽 AB 为 18m，拱顶 O 离水面 AB 的距离 OM 为 8m，货船在水面上的部分横断面是矩形 $CDEF$，按如图建立平面直角坐标系.

(1)求此抛物线的表达式；

(2)如果限定矩形的长 CD 为 9m，那么矩形的高 DE 不能超过多少米，才能使船通过拱桥?



第 15 题图

拓展创新——尖子生挑战

16. 已知点 $A(1,m)$ 在抛物线 $y=x^2$ 上，O 为坐标原点.

(1)求 m 的值.

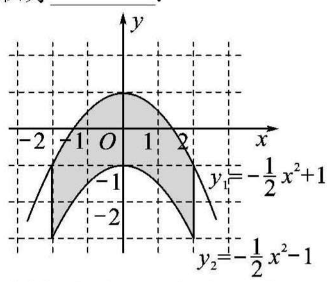
(2)在 x 轴上是否存在点 P，使得 $\triangle OAP$ 是等腰三角形? 若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

第2课时　二次函数 $y=ax^2+k$ 的图象和性质

名师讲解

名题引路

例1　如图，两条抛物线 $y_1=-\frac{1}{2}x^2+1$，$y_2=-\frac{1}{2}x^2-1$ 与分别经过点$(-2,-1)$，$(2,-3)$且平行于 y 轴的两条平行线围成的阴影部分的面积为________.



分析：方法一：由已知的两函数表达式可知该两函数图象可以沿 y 轴方向上、下平移两个单位而彼此得到. 根据平移变换特点，对于同一自变量取值，两函数的对应值都相差2，所以该阴影图形的面积等同于长为4，宽为2的矩形面积，所以 $S_{阴}=2\times4=8$.

方法二：本题还可以用图形割补法(把不规则难求的图形进行分割，拼补成规则易求的图形)处理.

答案：8

名师点睛

1. 抛物线能彼此平移的条件是二次项系数相同.
2. 在图形的平移和旋转问题中，常利用图形的割补法求有关图形的面积.

易错专攻

忽略沿 y 轴平移的二重性出错.

例2　把抛物线 $y=-2x^2+1$ 沿 y 轴方向平移2个单位，则平移后的抛物线表达式为________.

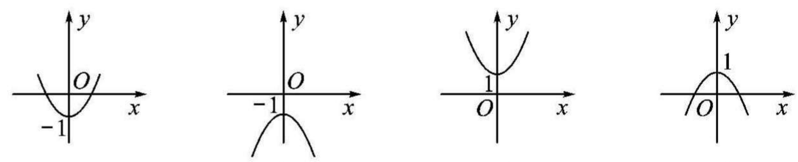
学生解答：

自主预习——梳理要点

1. 抛物线 $y=ax^2+k$ 的对称轴是________，顶点坐标是__________；当 $a>0$ 时，抛物线开口向______，顶点位置最______，函数有最______值；当 $a<0$ 时，抛物线开口向______，顶点位置最______，函数有最______值.
2. 抛物线 $y=ax^2+k$ 可由抛物线 $y=ax^2$ 沿_____轴方向平移______个单位得到. 当 $k>0$ 时，向______平移；当 $k<0$ 时，向______平移.
3. 抛物线 $y=2x^2$ 向上平移3个单位后得到抛物线____________，将平移后的抛物线再向下平移4个单位，得到的新的抛物线是____________.

随堂过关——夯实基础

1. 抛物线 $y=4x^2-3$ 的顶点坐标是　　(　　)
   A. $(4,-3)$　　B. $(4,0)$　　C. $(-3,0)$　　D. $(0,-3)$
2. 抛物线 $y=-5x^2$ 可以看成是由抛物线 $y=-5x^2+2$ 按下列哪种变换得到的　　(　　)
   A. 向上平移2个单位　　B. 向下平移2个单位
   C. 向左平移2个单位　　D. 向右平移2个单位
3. (芜湖九中月考)抛物线 $y=x^2+1$ 的大致图象是　　(　　)



A　　B　　C　　D

4. 与抛物线 $y=-x^2+2$ 顶点相同、形状相同且开口方向相反的抛物线表达式为__________.
5. 抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+3$ 的开口向______，当 $x=$_____时，y 有最______值，最值为_____.
6. 已知抛物线 $y=-ax^2+c$ 与抛物线 $y=-2x^2-3$ 关于 x 轴对称，则 $a=$______，$c=$_____.
7. 已知二次函数 $y=ax^2+b$ 过点$(-2,-3)$和点$(1,6)$.
   (1)求这个函数的解析式.
   (2)当 x 在什么范围内，函数值 y 随 x 的增大而增大？
   (3)求这个函数的图象与 x 轴、y 轴的交点坐标.

巩固强化——提升能力

8. 若二次函数 $y=ax^2+c(a\neq0)$ 的图象上有两点 $(x_1,5)$，$(x_2,5)$，且 $x_1\neq x_2$，则当 x 取 x_1+x_2 时，函数值为　　（　　）

A. $a+c$　　B. $a-c$

C. $-c$　　D. c

9. 已知抛物线 $y=-\frac{1}{3}x^2+1$，当 $1\leqslant x\leqslant3$ 时，y 的最大值是　　（　　）

A. 1　　B. 0　　C. $\frac{2}{3}$　　D. -2

10. 定义符号 $\min\{a,b\}$ 的含义为：当 $a\geqslant b$ 时，$\min\{a,b\}=b$；当 $a<b$ 时，$\min\{a,b\}=a$. 例如：$\min\{1,-3\}=-3$，$\min\{-4,-2\}=-4$. 则 $\min\{-x^2+1,-x\}$ 的最大值是　　（　　）

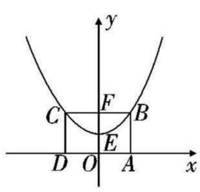
A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

C. 1　　D. 0

11. 已知二次函数 $y=(a-2)x^2+a^2-2$ 的最高点为 $(0,2)$，则 a 的值为______.

12. 若抛物线 $y=x^2+(m-2)x+3$ 的对称轴是 y 轴，则 $m=$_____.

13. **(阜阳十五中模拟)** 如图，已知抛物线的顶点为 $E(0,1)$，矩形 $ABCD$ 的顶点 B，C 在抛物线上，A，D 在 x 轴上，BC 交 y 轴于 $F(0,2)$，且 $S_{\text{矩形}ABCD}=8$，则此抛物线的表达式为______________.



第 13 题图

14. 求符合下列条件的抛物线的关系式：

(1) 将抛物线 $y=x^2$ 先向下平移 2 个单位长度，再绕其顶点旋转 180°；

(2) 抛物线 $y=ax^2-1$ 过点 $(1,2)$；

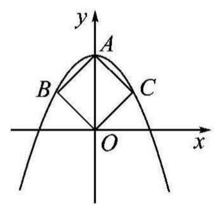
(3) 抛物线 $y=ax^2+c$ 与 $y=\frac{1}{2}x^2+3$ 的开口大小相同，开口方向相反，且顶点为 $(0,1)$.

15. 二次函数 $y=ax^2-2$ 与直线 $y=2x-1$ 的图象交于点 $P(1,m)$.

(1) 求 a、m 的值；

(2) 写出二次函数的表达式，并指出 x 取何值时，y 随 x 的增大而增大.

16. 如图，在平面直角坐标系中，二次函数 $y=ax^2+c(a\neq0)$ 图象过正方形 $ABOC$ 的三个顶点 A、B、C，求 ac 的值.



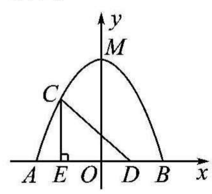
第 16 题图

拓展创新——尖子生挑战

17. 如图，某施工队修建一个抛物线形的水泥门洞，其高度 OM 为 8m，地面宽 AB 为 12m，在门洞中搭一个“三脚架”CDE，使 C 点在门洞的左侧，D 为 OB 的中点，$CE\perp AB$ 于 E. 以 AB 所在直线为 x 轴，AB 的中点 O 为原点建立平面直角坐标系.

(1) 请你直接写出 A、B、M 三点的坐标；

(2) 现测得 $DE=7$m，求“三脚架”的高 CE.



第 17 题图

第3课时　二次函数 $y=a(x+h)^2$ 的图象和性质

名师讲解

名题引路

例1　已知点 $A(-4,8)$ 和点 $B(2,n)$ 在抛物线 $y=ax^2$ 上.

(1)求 a、n 的值.

(2)能否左右平移 $y=ax^2$ 的图象,使得到新的图象过点$(-2,8)$?如果能,怎样平移?

分析:(1)可直接代入 A、B 两点坐标即可求出 a、n 的值;

(2)由抛物线 $y=a(x+h)^2$ 与 $y=ax^2$ 的左右平移关系,可用待定系数法设出平移后的抛物线表达式,再代入点$(-2,8)$,确定 h 的值,从而得知具体平移情况.

解:(1)$a=\frac{1}{2}$,$n=2$.

(2)假设能.设平移后的抛物线为 $y=\frac{1}{2}(x+h)^2$,

将点$(-2,8)$代入 $y=\frac{1}{2}(x+h)^2$ 得,$8=\frac{1}{2}(-2+h)^2$,

解得 $h_1=6$,$h_2=-2$.

所以假设成立,即能把抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 向左平移6个单位或向右平移2个单位长度可过点$(-2,8)$.

名师点睛

1. 顶点在 x 轴上的抛物线都满足一般表达式 $y=a(x+h)^2$(其中 $a\neq0$,h 为任何数).
2. 抛物线 $y=a(x+h)^2$ 可由抛物线 $y=ax^2$ 平移得到,当 $h>0$ 时,向左平移 h 个单位长度;当 $h<0$ 时,向右平移$|h|$个单位长度.

易错专攻

平移方向混淆不清.

例2　在同一坐标系中,把抛物线 $y=2(x-1)^2$ 平移到 $y=2(x+1)^2$ 的位置,其具体平移方法为________.

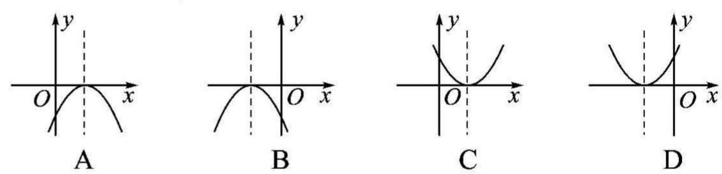
学生解答:

自主预习——梳理要点

1. 抛物线 $y=a(x+h)^2$ 的对称轴是____________,顶点为__________;当 $a>0$ 时,抛物线开口向______,顶点位置最______,函数有最______值;当 $a<0$ 时,抛物线开口向______,顶点位置最______,函数有最______值.
2. 抛物线 $y=a(x+h)^2(a>0)$,当 x ________时,y 随 x 的增大而增大;当 x ______时,y 随 x 的增大而减小;当 x ______时,y 有最小值______.
3. 抛物线 $y=a(x+h)^2$ 可由抛物线 $y=ax^2$ 向左或向右平移______个单位得到.

随堂过关——夯实基础

1. 把二次函数 $y=3x^2$ 的图象向右平移1个单位,得到新的函数表达式是(　　)
   A. $y=3x^2+1$　B. $y=3x^2-1$　C. $y=3(x-1)^2$　D. $y=3(x+1)^2$
2. 抛物线 $y=-2(x-3)^2$ 的顶点坐标和对称轴分别是(　　)
   A. $(-3,0)$,直线 $x=-3$　B. $(3,0)$,直线 $x=3$
   C. $(0,-3)$,直线 $x=-3$　D. $(0,3)$,直线 $x=3$
3. 下列图中是二次函数 $y=-(x-1)^2$ 的大致图象的是(　　)



4. 抛物线 $y=x^2$ 向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位得到的抛物线的解析式为______________,它的顶点为________,对称轴为直线________,当 $x=$______时,它有最小值_____.
5. 抛物线 $y=-3x^2$ 向左平移2个单位后,当 x ________时,y 随 x 的增大而减小.
6. 已知抛物线 $y=a(x+h)^2$ 的顶点是$(-3,0)$,它是由抛物线 $y=-4x^2$ 平移得到的,则 $a=$______,$h=$_____.
7. 已知二次函数 $y=\frac{1}{2}(x-3)^2$.
   (1)指出该函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标;
   (2)画出此函数的图象;
   (3)说明该函数图象与二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图象的关系.

巩固强化——提升能力

8. 已知抛物线 $y=2x^2$，若抛物线不动，把 y 轴向右平移 3 个单位，那么在新坐标系下，抛物线的表达式为（　）

A. $y=2(x-3)^2$　　B. $y=2x^2-3$

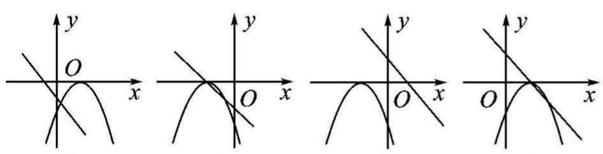
C. $y=2(x+3)^2$　　D. $y=2x^2+3$

9. （宿州市九中月考）抛物线 $y=3(x-1)^2$ 上有三点 $A(-1,y_1)$，$B(\sqrt{2},y_2)$，$C(2,y_3)$，则 y_1、y_2、y_3 的大小关系是（　）

A. $y_1<y_2<y_3$　　B. $y_2<y_3<y_1$

C. $y_3<y_1<y_2$　　D. $y_3<y_2<y_1$

10. 在平面直角坐标系中，函数 $y=-x+1$ 与 $y=-\frac{3}{2}(x-1)^2$ 的图象大致是（　）



A　B　C　D

11. 抛物线 $y=a(x+h)^2$ 向左平移 3 个单位后与抛物线 $y=4(x-3)^2$ 关于 x 轴对称，则 $a=$________，$h=$________.

12. 写出一个二次函数，使它的顶点在 x 轴上且当 $x>\frac{1}{2}$ 时 y 随 x 增大而减小，当 $x<\frac{1}{2}$ 时 y 随 x 增大而增大，它可以是________________.

13. 抛物线 $y=a(x-m)^2$ 的顶点在 y 轴左侧，则 m 的取值范围为________.

14. 已知抛物线 $y=a(x-h)^2$ 的对称轴为直线 $x=-2$，且过点 $(1,-3)$.

(1)求抛物线的解析式.

(2)画出该函数的图象.

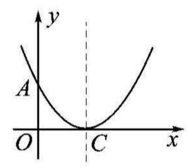
(3)从图象上观察，当 x 取何值时，y 随 x 的增大而增大？当 x 取何值时，函数有最大值(或最小值)？

15. 已知直线 $y=x+1$ 与 x 轴交于点 A，抛物线 $y=-2x^2$ 平移后的顶点与点 A 重合.

(1)求平移后的抛物线 l 的函数表达式；

(2)若点 $B(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$ 在抛物线 l 上，且 $-\frac{1}{2}<x_1<x_2$，试比较 y_1、y_2 的大小.

16. 二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象如图所示，已知 $a=\frac{1}{2}$，$OA=OC$，试求该抛物线的解析式，并说明此函数的增减性.



第 16 题图

拓展创新——尖子生挑战

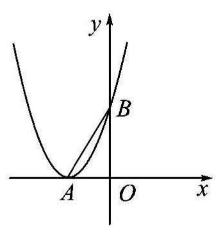
17. 如图，已知二次函数 $y=(x+2)^2$ 的图象与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B.

(1)求点 A 和点 B 的坐标.

(2)求 $S_{\triangle AOB}$.

(3)求对称轴.

(4)在对称轴上是否存在一点 P，使以 P、A、O、B 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，求出 P 点的坐标；若不存在，请说明理由.



第 17 题图

第4课时　二次函数 $y=a(x+h)^2+k$ 的图象和性质

名师讲解

名题引路

例1　已知二次函数的图象的对称轴为直线 $x=1$，最低点到 x 轴的距离为2，其图象经过点 $(0,3)$，求此函数的表达式.

分析：由已知得顶点的纵坐标为2或 -2，再由对称轴可得顶点坐标为 $(1,2)$ 或 $(1,-2)$，于是可由待定系数法分类设函数表达式予以解决.

解：∵抛物线对称轴为直线 $x=1$，最低点到 x 轴的距离为2，∴顶点坐标为 $(1,2)$ 或 $(1,-2)$.

(1)当顶点坐标为 $(1,2)$ 时，可设函数的解析式为 $y=a(x-1)^2+2(a\neq0)$. ∵函数的图象经过点 $(0,3)$，∴$3=a(0-1)^2+2$，解得 $a=1$. ∴二次函数的解析式为 $y=(x-1)^2+2$，即 $y=x^2-2x+3$.

(2)当顶点坐标为 $(1,-2)$ 时，可设函数的解析式为 $y=a(x-1)^2-2(a\neq0)$.

∵函数的图象经过点 $(0,3)$，

∴$3=a(0-1)^2-2$，解得 $a=5$. ∴二次函数的解析式为 $y=5(x-1)^2-2$，即 $y=5x^2-10x+3$. 综上，此函数的关系式为 $y=x^2-2x+3$ 或 $y=5x^2-10x+3$.

名师点睛

若已知抛物线的顶点，就设抛物线的顶点式：$y=a(x+h)^2+k(a\neq0)$，再用已知的或所求的点的坐标代入求出 a、h、k 的值，即得所求函数表达式.

易错专攻

忽视分类思考而出错.

例2　已知点 $(m-1,a)$，$(m+1,b)$ 均在抛物线 $y=2(x-2)^2+3$ 上，试比较 a 与 b 的大小.

学生解答：

自主预习——梳理要点

1. 抛物线 $y=a(x+h)^2+k$ 的对称轴是直线________，顶点为________，若 $a>0$，当 x________时，y 随 x 的增大而增大；当 x________时，y 随 x 的增大而减小；当 x________时，y 有最小值______.
2. 抛物线 $y=a(x+h)^2+k$ 为顶点坐标式，它由抛物线 $y=ax^2$ 平移而得，平移的方法是：左右平移有“左______右______”，上下平移有“上______下______”.
3. 抛物线 $y=2(x-1)^2+3$ 可由抛物线 $y=2x^2$ 向右平移______个单位，再向______平移______个单位得到.

随堂过关——夯实基础

1. 若将抛物线 $y=x^2$ 向右平移2个单位，再向上平移3个单位，则所得抛物线的解析式为　　(　　)

   A. $y=(x+2)^2+3$　　B. $y=(x-2)^2+3$

   C. $y=(x+2)^2-3$　　D. $y=(x-2)^2-3$
2. 抛物线 $y=(x-1)^2-3$ 的对称轴是直线　　(　　)

   A. y 轴　　B. $x=1$　　C. $x=-1$　　D. $x=-3$
3. 对于二次函数 $y=(x-1)^2+2$ 的图象，下列说法正确的是　　(　　)

   A. 开口向下　　B. 对称轴是直线 $x=-1$

   C. 顶点坐标是 $(1,2)$　　D. 与 x 轴有两个交点
4. 把抛物线 $y=-3(x-1)^2+2$ 向左平移2个单位，再向下平移1个单位后，顶点坐标为________.
5. 对于二次函数 $y=-2(x-3)^2+1$，当 x______3时，y 随着 x 的增大而减小；当 x______3时，函数 y 有最大值1.
6. 抛物线 $y=-4(x+1)^2-2$ 关于 x 轴对称的抛物线为____________，关于 y 轴对称的抛物线为____________.
7. 将二次函数 $y_1=-\frac{2}{3}x^2$ 的图象向左平移3个单位，再向上平移4个单位，得到函数 $y_2=a(x+h)^2+k$ 的图象.

   (1)写出 a,h,k 的值；

   (2)写出函数 $y_2=a(x+h)^2+k$ 图象的开口方向、对称轴方程、增减性，以及 x 为何值时，y_2 有最大(或最小)值，这个值是多少？

班级:________ 姓名:________

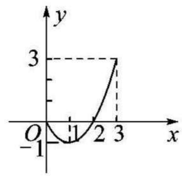
巩固强化——提升能力

8. 若抛物线 $y=(x-m)^2+(m+1)$ 的顶点在第一象限,则 m 的取值范围是 ( )

A. $m>1$　　B. $m>0$

C. $m>-1$　　D. $-1<m<0$

9. **(亳州市风华初级中学一模)** 已知二次函数 $y=(x-1)^2-1$ 的部分图象($0\leqslant x\leqslant 3$)如图所示,关于该函数在所含的自变量取值范围内,下列说法正确的是 ( )



第 9 题图

A. 有最小值 0,有最大值 3

B. 有最小值 -1,有最大值 0

C. 有最小值 -1,有最大值 3

D. 有最小值 -1,无最大值

10. 当 $-2\leqslant x\leqslant 1$ 时,二次函数 $y=-(x-m)^2+m^2+1$ 有最大值 4,则实数 m 的值为 ( )

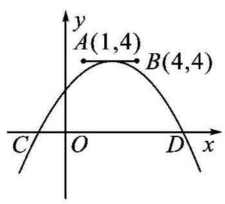
A. $-\frac{7}{4}$　　B. $\sqrt{3}$或$-\sqrt{3}$

C. 2 或$-\sqrt{3}$　　D. 2 或$\sqrt{3}$或$-\frac{7}{4}$

11. 已知 $A(-2,y_1)$,$B(1,y_2)$,$C(2,y_3)$在抛物线 $y=a(x+1)^2+k(a<0)$上,用"<"连接,则 y_1、y_2、y_3 的大小关系为____________.

12. 无论 k 为何实数值,抛物线 $y=a(x+k)^2+k$ 的顶点都在直线__________上.

13. 如图,点 A,B 的坐标分别为(1,4)和(4,4),抛物线 $y=a(x-m)^2+n$ 的顶点在线段 AB 上运动,与 x 轴交于 C、D 两点(C 在 D 的左侧),点 C 的横坐标最小值为 -3,则点 D 的横坐标最大值为_____.



第 13 题图

14. 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象对称轴为直线 $x=-2$,函数的最小值为 -3,且函数的图象与 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 的形状相同,开口方向相反.

(1)确定该二次函数的表达式.

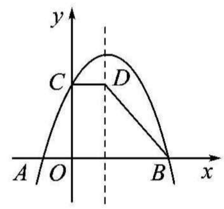
(2)该函数的图象经过原点吗?若不经过,把此抛物线向上平移多少个单位,图象经过原点?

15. 已知抛物线的顶点坐标是(2,1),若点(−1,4)也在该抛物线上,试确定此抛物线的对应的二次函数表达式.

16. 如图,抛物线 $y=a(x-1)^2+4$ 与 x 轴交于点 A、B,与 y 轴交于点 C,过点 C 作 $CD\parallel x$ 轴交抛物线的对称轴于点 D,连接 BD. 已知点 A 的坐标为(−1,0).

(1)求抛物线对应的函数表达式;

(2)求梯形 $COBD$ 的面积.



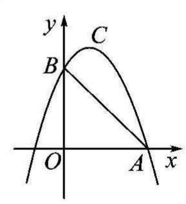
第 16 题图

拓展创新——尖子生挑战

17. **(芜湖二十七中二模)** 如图,已知抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ 与 x 轴的一个交点为 $A(3,0)$,与 y 轴的交点为 $B(0,3)$,其顶点为 C,对称轴为直线 $x=1$.

(1)求抛物线对应的函数表达式;

(2)已知点 M 为 y 轴上的一个动点,当$\triangle ABM$ 为等腰三角形时,求点 M 的坐标.



第 17 题图

第5课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质

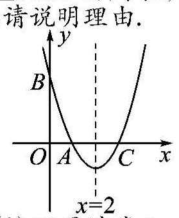
名师讲解

名题引路

例1 如图，抛物线 $y=x^2-bx+c$ 交 x 轴于点 $A(1,0)$，交 y 轴于点 B，对称轴是直线 $x=2$.

(1)求抛物线对应的函数表达式.

(2)点 P 是抛物线对称轴上的一个动点，是否存在点 P，使△PAB 的周长最小？若存在，求出点 P 的坐标和△PAB 的周长；若不存在，请说明理由.



分析：(1)可通过代入，用方程组知识解决；

(2)利用几何对称、线段基本性质和二次函数图象性质等知识综合解决.

解：(1)由已知得：$0=1-b+c$，$b=4$，∴$c=3$，∴抛物线对应的函数表达式为：$y=x^2-4x+3$.

(2)存在. 连接 BC，交直线 $x=2$ 于点 P，则 $PA+PB=BC$，此时△PAB 的周长最小. 由 $A(1,0)$，$B(0,3)$，$C(3,0)$，可求直线 BC 为 $y=-x+3$，从而可得点 $P(2,1)$，由勾股定理可得 $AB=\sqrt{10}$，$BC=3\sqrt{2}$，∴△PAB 的周长最小值 $=\sqrt{10}+3\sqrt{2}$.

名师点睛

1. 对于抛物线 $y=ax^2+bx+c$，通常利用它与两坐标轴的交点进行解题.
2. 抛物线的对称性有时是抛物线问题解决的题眼.
3. 在解决函数与几何图形问题时，数形结合是常用的思考方法.

易错专攻

错判对称轴的位置出错.

例2 已知二次函数 $y=x^2+(m-1)x+1$ 上，当 $x>1$ 时，y 随着 x 的增大而增大，则 m 的取值范围是 ( )

A. $m=-1$　B. $m=3$

C. $m\leqslant-1$　D. $m\geqslant-1$

学生解答：

自主预习——梳理要点

1. 将二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的关系式配方，得 $y=a(x+$________$)^2+$________，抛物线的对称轴是________，顶点坐标是(________，________).
2. 二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$，若 $a<0$，当 $x>$________时，函数值 y 随 x 的增大而______；当 $x<$______时，函数值 y 随 x 的增大而________；当 $x=$________时，函数 y 取最大值，$y_{最大值}=$________.
3. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 y 轴交点坐标为________.

随堂过关——夯实基础

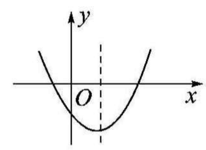
1. 二次函数 $y=-x^2+2x+4$ 的最大值为 ( )

   A. 3　B. 4　C. 5　D. 6
2. 抛物线 $y=x^2-6x+5$ 的顶点坐标是 ( )

   A. $(3,-4)$　B. $(-3,-4)$　C. $(3,4)$　D. $(-3,4)$
3. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则下列结论正确的是 ( )

   A. $a>0,c>0$　B. $a<0,c<0$

   C. $b<0,c>0$　D. $b<0,c<0$



第3题图

4. 把抛物线 $y=x^2-4x+3$ 向右平移2个单位，再向下平移1个单位长度后，得到的新抛物线的顶点坐标为________.
5. 已知二次函数 $y=x^2-6x+m$ 的最小值是-4，则 $m=$________.
6. 把二次函数 $y=2x^2+12x+20$ 化为 $y=a(x-m)^2-n$ 的形式，则代数式 m^n 的值为______.
7. 已知二次函数的图象开口向上，与抛物线 $y=3x^2$ 的图象形状相同，对称轴是直线 $x=-2$，且过点$(0,-5)$.

   (1)求此二次函数的表达式.

   (2)在(1)所求的二次函数中，当 x 为何值时，y 随 x 的增大而减小？当 x 等于多少时，函数有最小值？最小值是多少？

班级：________ 姓名：________

巩固强化——提升能力

8. 二次函数 $y=x^2+bx+c$ 中，若 $b+c=0$，则它的图象一定经过点 ( )

A. $(1,-1)$ B. $(-1,1)$

C. $(-1,-1)$ D. $(1,1)$

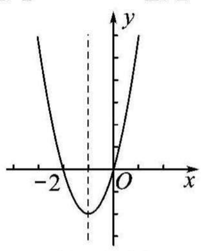
9. 已知 $A(x_1,2017)$，$B(x_2,2017)$ 是二次函数 $y=ax^2+bx+5(a\neq0)$ 图象上的两点，则当 $x=x_1+x_2$ 时，二次函数的值是 ( )

A. $\frac{2b^2}{a}+5$ B. $\frac{-b^2}{4a}+5$

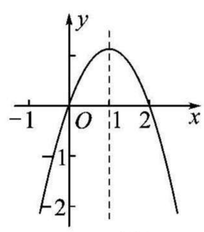
C. 2015 D. 5

10. **(安庆市四中二模)** 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象如图所示，则下列说法：① $c=0$；②该抛物线的对称轴是直线 $x=-1$；③当 $x=1$ 时，$y=2a$；④ $am^2+bm+a>0(m\neq-1)$. 其中正确的个数是 ( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



第 10 题图



第 11 题图

11. 如图，已知二次函数 $y=-x^2+2x$，当 $-1<x<a$ 时，y 随 x 的增大而增大，则实数 a 的取值范围是________.

12. 把抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 先向右平移 3 个单位，再向下平移 2 个单位，得到的抛物线表达式是 $y=x^2-3x-5$，则 $a+b+c$ 的值是______.

13. 已知 $0\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$，那么函数 $y=-2x^2+8x-6$ 的最大值是________.

14. 已知二次函数 $y=x^2-4x+3$.

(1)用配方法求其图象的顶点 C 的坐标，并描述该函数的函数值随自变量的变化情况；

(2)求函数图象与 x 轴的交点 A，B 的坐标和 $\triangle ABC$ 的面积.

15. 若两个二次函数图象的顶点，开口方向都相同，则称这两个二次函数为“同簇二次函数”.

(1)请写出两个为“同簇二次函数”的函数；

(2)已知关于 x 的二次函数 $y_1=2x^2-4mx+2m^2+1$ 和 $y_2=ax^2+bx+5$，其中 y_1 的图象经过点 $A(1,1)$，若 y_1+y_2 与 y_1 为“同簇二次函数”，求函数 y_2 的表达式，并求当 $0\leqslant x\leqslant3$ 时，y_2 的最大值.

拓展创新——尖子生挑战

16. 如果二次函数的二次项系数为 1，则此二次函数可表示为 $y=x^2+px+q$，我们称[p，q]为此函数的特征数，如函数 $y=x^2+2x+3$ 的特征数是[2，3].

(1)若一个函数的特征数为[-2，1]，求此函数图象的顶点坐标.

(2)探究下列问题：

①若一个函数的特征数为[4，-1]，将此函数的图象先向右平移 1 个单位，再向上平移 1 个单位，求得到的图象对应的函数的特征数；

②若一个函数的特征数为[2，3]，问此函数的图象经过怎样的平移，才能使得到的图象对应的函数的特征数为[3，4]？