

小学数学

教学技能实训

XIAOXUE SHUXUE
JIAOXUE JINENG SHIXUN

李国强 主编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

小学数学

教学技能实训

李国强 主编

图书在版编目(CIP)数据

小学数学教学技能实训 / 李国强主编. —杭州:
浙江大学出版社, 2017.10

ISBN 978-7-308-15561-8

I. ①小… II. ①李… III. ①小学数学课—教学研究
IV. ①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 016332 号

小学数学教学技能实训

李国强 主编

责任编辑 武晓华

责任校对 陈 杨

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州林智广告有限公司

印 刷 浙江新华印刷技术有限公司

开 本 710mm×1000mm 1/16

印 张 22

字 数 430 千

版 印 次 2017 年 10 月第 1 版 2017 年 10 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-15561-8

定 价 58.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行中心联系方式 (0571) 88925591; <http://zjdxcbbs.tmall.com>

编委会名单

主 编 李国强

编写人员 (按姓氏笔画排序)

王永峰	王林英	任敏龙	朱咏芳
张央林	张亦斐	李国强	杜红梅
邵汉民	祝东应	赵丽丽	徐建星
魏 巍			

序

杭州师范大学初等教育学院是一所百年老院,有着悠久的办学历史和教育传统。学院小学教育专业为全国最早开始培养本科学历层次小学教师的院校之一,为国家级特色专业,浙江省首批重点专业和优势专业。“小学教师专业提升”丛书由《小学语文教学技能实训》(吕映主编)、《小学数学教学技能实训》(李国强主编)、《数学教师素养基础》(汪一敏主编)、《课程与教学:新手教师的视角》(袁德润主编)、《儿童发展心理学》(刘瑛主编)五本教材组成。本丛书的编写成员均为小学教育专业建设项目团队成员,长期从事小学教育专业的相关课程的教学与研究。

大家经过历时两年的研讨认为,本科层次的小学教育专业自1998年办学至今,各级各类教材繁多,但是,许多都只是加了小学教育案例而已,针对小学教育专业师范生教与学技能与素养的教材还是有些欠缺,本丛书正是基于这种专业建设的现实需求,本着不求大而全,但求有需要、有特色的指导思想编写出版的,希望对小学教育专业的教材体系做出必要的补充和尝试创新。

本丛书定位于提高四年制本科小学教育专业师范生的教与学的技能与素养。通过本丛书前两本教材的学习,能够掌握作为未来的小学教师所必需的小学语文、小学数学学科的备课、上课、听课、说课、评课和教研技能,形成小学语文、数学教学的实际能力。通过丛书后三本教材的学习,能够提升未来小学教师所必需的心理素养、课程与教学素养、数学素养。而后三本教材是前两本小学语文、小学数学学科技能实训的基础,反之,前两本教材是后三本心理、课程与教学、数学素养的具体体现,五本教材在培养小学教育专业师范生教与学的技能与素养方面,相辅相成,互为促进。

在教材编写过程中,作者力求凸显以下几个特点。

1.鲜明的时代特色。随着时代的发展,对于小学语文教师、小学数学教师的教



学技能提出了许多新的要求。特别是2011年《语文课程标准》、《数学课程标准》的修订和颁布,又提出了一系列新的课程理念,要求教师转变课程观念,形成、掌握新的教学技能。本丛书针对时代对于语文教师、数学教师的新要求,依据新课程标准的精神,重新建构小学语文、小学数学教学技能结构体系,培养适应时代需求的新型小学语文和小学数学教师。

2.整合的理论基础。小学教师需要综合的知识结构和理论素养,所以,本丛书在突破单一学科体系,整合小学教师所需的理论知识方面做了有益的尝试。例如,《数学教师素养基础》将作为一个小学数学教师所需的数学知识进行了整合,这里所讲的数学知识,以往是作为纯数学知识而授的,这里是作为一种“教育数学”而强调的,突出了它们在数学教学中的地位与作用。《课程与教学:新手教师的视角》对课程与教学论的系统理论进行修剪,从历史的角度梳理课程与教学发展的脉络和追求,给读者提供一条理性看待和理解课程与教学问题的线索,并从新手教师专业发展需求的视角出发安排教材内容。《儿童发展心理学》的编排内容,按照儿童在不同领域的发展来划分章节,这与大多数同类教材按儿童的年龄阶段分章节有所区别,有利于相关知识的整合。

3.明确的实践取向。本丛书体现了鲜明的实践取向,通过鲜活的教学案例的分析,帮助师范生和新手教师掌握各项教学技能,并通过有针对性的应用练习使师范生和新手教师逐步形成教学设计能力、实施能力和评价能力。

4.优化指导的体例导向。本丛书编写体例完整有序,体现优化指导自学的原则。每一章前面有内容提要、关键问题,后面有案例评析、应用练习,并安排有拓展阅读,引导学生由课内向课外拓展延伸。这样的编写体例,便于教师教学,更便于学生学习,有利于学生的自主学习、探究学习和拓展学习,在“教材”向“学材”的转变方面做了新的尝试。

在本丛书教材编写、出版过程中,始终得到了杭州师范大学攀登工程“人文振兴计划”项目和“本科教学创一流”项目的大力支持,得到了浙江大学出版社的领导、编辑的悉心指导和帮助,在此表示衷心地感谢!

徐丽华

前言

教师不仅是一份职业,更是一门专业。教师既要拥有广博的专业知识,还必须具有教学技能和实践能力。教学技能是教师专业标准的重要组成部分,是提高教学质量的基本要素。

师范院校的主要任务就是培养合格的满足基础教育要求的准教师。教学技能训练是师范教育的重要内容,也是实现师范生从学生向教师角色转化的有效路径。近年来,国家鼓励综合性大学参与培养中小学教师工作,教师培养不再是师范院校独享的地盘。非师范院校学生的加入,使得师范生就业竞争更趋激烈。在此背景下,师范院校只有加大对学生教学技能的训练力度,通过严格的、系统的专业培训,凸显其“师范性”,才有可能继续在教师培养领域占据主导地位。

有资料表明:教师达到或超出一定的智力或知识水平后,影响其教学效果的重要因素就是教师教学技能的水平。特别是对于小学数学教师而言,教学对象大多是6—12岁的小学生。由于年龄限制,其认知能力非常有限,良好的学习习惯和学习自觉性尚未完全形成,而数学又是一门抽象、逻辑性较强的学科,小学生在学学习数学的过程中,需要不断地进行分析、综合、比较、概括、抽象、具体化,需要不断地对数学对象进行判断和推理。而小学生在具体思维向抽象逻辑思维的过渡中,存在不平衡性,既有个性差异,又有思维对象的差异,这些都给小学生的数学学习带来困难。小学生学习数学过程中的兴趣激发、方法指导、过程调控等都需要教师的启迪、组织与引导,教师的教学技能很大程度上影响着学生的数学学习效果。因此,小学数学教师除了要深入理解教学内容,还要认真思考采取什么方式让学生学会、会学、乐学。也就是说,在小学数学教学中,“怎么教”与“教什么”同样重要。



目前,我国的师范生教学技能培养模式大多以理论教学为主,对教学实践能力培养重视不足。在不少开设小学教育专业院校的课程设置中,教学技能训练要么被纳入“学科课程与教学论”,要么由竞赛、评比等课外活动代替。有的学校即便开设了教学技能训练课,由于缺乏切实可用的教材,教学效果并不理想。师范生教学技能训练不足导致有些学生在教师招考中屡屡受挫,步入小学教育第一线的学生暴露出来的主要问题是不能很好地将所学理论应用到教学实践中,不知道该怎么教会学生。这一现象也触发了部分小学管理者与老教师的恋旧情怀,倡导、弘扬“老中师”教育模式的文章常见诸报端。强化师范生教学技能训练势在必行,提高教学技能训练效果是师范教育的当务之急。为此,针对小学数学教学技能实训,我们组织一批高校从事小学数学教学研究的学者、小学数学优秀教研员及小学数学教学一线经验丰富的骨干教师编写了《小学数学教学技能实训》一书,希望能为更好地开展师范生教学技能实训提供支持和帮助。

本教材包括小学数学教学的课前、课中与课后各个环节的主要技能,比如课前的教材分析技能、教学设计技能,课堂上的导入技能、讲解技能、提问技能、组织技能、板书技能、结课技能及多媒体使用技能,课后的课外辅导技能与检测命题技能等。本教材不仅重视小学数学教学专项技能实训,还注重综合技能训练。考虑到师范生小学数学教学技能实训的实际情况及近年来教学技能比赛、教师招聘的开展情况,本教材设有说课、模拟上课,训练学生在一定的情境下综合运用教学技能,查找专项教学技能上存在的问题,有针对性地改进提高。我们认为,若要学生掌握某种教学技能,必须清楚这种教学技能的含义,为此每章中首先介绍教学技能的概念、运用原则、注意事项等,随后再给出运用策略;章末设有“反思与练习”,引导学生思考、巩固所学技能。每章中都穿插了一些典型教学案例,拉近理论与实践的距离,凸显小学数学学科特点,增强每项教学技能的针对性与实用性。

本书共分为十三章,具体编写分工如下:第一章,任敏龙(杭州市上城区教育学院);第二章,王永峰(绍兴市新昌县实验小学);第三章,赵丽丽(杭州市萧山区任伯年小学);第四章,朱咏芳(杭州市求知小学);第五章,祝东应(杭州市余杭区实验小学);第六章,杜红梅(杭州濮家小学教育集团);第七章,巍巍(网易杭州网络有限公司);第八章,王林英(杭州市四季青小学);第九章,徐建星(扬州大学);第十章,邵汉民(杭州市萧山区所前镇第二小学);第十一章,张亦斐(绍兴市北海小学教育

集团);第十二章、张央林(杭州市嘉绿苑小学);第十三章,李国强(杭州师范大学)。全书框架由李国强设计,最后由李国强统稿、修改与完善。

杭州师范大学的徐丽华教授对教材编写给予了大力支持,并提出许多具体建议,我们对徐丽华教授的悉心指导表示诚挚谢意!感谢所有参与书稿校对、查找资料的研究生和本科生!

本书可作为小学教育专业的数学教学技能训练教材,也可作为一线教师教学参考用书、教研人员参考资料及小学数学教师在职培训教材。由于本书编写者的水平有限,书中疏漏或不当之处在所难免,欢迎广大读者批评指正。

李国强

第一章	小学数学教材分析技能	1
▶ 第一节	整体解读,分析教材的编排体系	1
▶ 第二节	综合解读,分析教材的重点难点	6
▶ 第三节	过程解读,分析教材的教学思路	12
▶ 第四节	批判解读,分析教材的优化空间	18
第二章	小学数学教学设计技能	26
▶ 第一节	小学数学教学设计概述	26
▶ 第二节	小学数学教学设计的基本要求	29
▶ 第三节	小学教学设计的基本过程	37
第三章	数学课堂导入技能	62
▶ 第一节	导入技能概述	62
▶ 第二节	课堂有效导入的原则	67
▶ 第三节	课堂导入的策略	75
第四章	小学数学课堂组织技能	91
▶ 第一节	小学数学课堂组织概述	91
▶ 第二节	小学数学课堂组织训练	97



第五章 小学数学课堂提问技能	111
▶ 第一节 课堂提问概述	111
▶ 第二节 小学数学课堂提问功能	116
▶ 第三节 小学数学课堂提问存在的问题	119
▶ 第四节 小学数学课堂提问有效策略	122
第六章 小学数学教学教育技术技能	139
▶ 第一节 教育技术的发展回顾	139
▶ 第二节 小学数学教学中常见的教育技术	141
▶ 第三节 教育技术在小学数学教学中的作用及 使用原则	145
▶ 第四节 小学数学教学中教育技术使用举例	159
第七章 小学数学练习题设计技能	173
▶ 第一节 练习题的含义与意义	173
▶ 第二节 练习题的类型与设计原则	174
▶ 第三节 练习题设计中存在的问题	181
▶ 第四节 练习题设计的基本策略	187
第八章 小学数学课堂板书技能	201
▶ 第一节 板书技能的内涵与功能	201
▶ 第二节 板书设计的原则	206
▶ 第三节 板书的设计方式	211
第九章 小学数学课堂小结技能	217
▶ 第一节 小学数学课堂小结的内涵	217
▶ 第二节 小学数学课堂小结的类型与教学要求	221
▶ 第三节 小学数学课堂小结技能的训练	229

第十章 小学数学社团活动的构建与运行的技能	241
▶ 第一节 小学数学社团的内涵	242
▶ 第二节 小学数学社团活动内容的选择	251
▶ 第三节 小学数学社团的建设	264
第十一章 小学数学试题编制技能	278
▶ 第一节 小学数学命题改革趋势	278
▶ 第二节 小学数学试卷命题的意义及原则	282
▶ 第三节 小学数学命题中存在的问题	289
▶ 第四节 数学试卷命题的步骤及注意事项	293
第十二章 小学数学说课	303
▶ 第一节 何谓说课	303
▶ 第二节 如何说课	305
▶ 第三节 说课的范式	309
第十三章 小学数学模拟上课	324
▶ 第一节 何谓模拟上课	324
▶ 第二节 模拟上课的流程	326
▶ 第三节 模拟上课中的师生互动	330

第一章 小学数学教材分析技能

教材广义上泛指一切与教学相关的材料,包括教科书(习惯上称课本)、练习册、学具等;狭义上教材特指教科书。本章讨论的重点是教科书,兼及其他。如无特别说明,本章所指的小学数学教材即是指小学数学教科书。

小学数学教材是编者根据《义务教育数学课程标准(2011版)》(以下简称《课标》),结合数学本身的特点和学生的认知规律精心编写而成的,是编者综合广大教师、教育教学研究工作者长期积累的教学经验和研究成果的智慧结晶。因此,无论是新教师还是老教师在教学前都要认真分析领会编者的编写意图,在此基础上科学地甚或创造性地组织教学内容,选用教法,精心编写教案,实施教学,以圆满达成教学目标,完成教学任务。所以说,教材分析是教师的一项重要基本功,是教师备好课、上好课的前提。

我们常说,教师的教学不应是“教教材”——就教材照本宣科,而应该是“用教材”——在理解的基础上创造性地使用教材教学,其前提就是要准确地理解教材,如何才能做到这一点呢?本章拟给出教材分析的四个基本策略,即第一,整体解读,分析教材的编排体系;第二,综合解读,分析教材的重点难点;第三,过程解读,分析教材的教学思路;第四,批判解读,分析教材的优化空间。帮助教师通过掌握一定的程序和方法,逐步熟悉教材、把握教材进而驾驭教材。下面作具体的说明。

第一节 整体解读,分析教材的编排体系

小学数学教材的内容体系是以数与代数领域的教学内容为主线,将图形与几何、统计与概率、综合与实践等领域的教学内容有机地结合起来编排。小学数学的教学内容是由《课标》规定的,因此,分析教材的编排体系必须要弄清《课标》的课程内容体系设计。小学数学的教学内容是数学的,《课标》所规定的是作为教学任务的数学,它与作为学科知识体系的数学有着千丝万缕的联系。因此,分析教材的编



排体系,教师还必须要有一定的数学知识背景,要能在高观点下整体把握小学数学知识的逻辑结构。在此两者基础上,才能进一步分析厘清教材的编排体系。

一、解读《课标》,整体把握中小学阶段的衔接过渡

前文中已经就如何解读《课标》做了说明,尤其是关于教学理念的解读,这里不再赘述,只就《课标》的课程内容解读作进一步的说明。

按目前国内的办学体制,《课标》第一、二学段的内容属于小学数学的教学内容,第三学段属于初中教学内容。很显然,九年义务教育数学教学内容应作为一个整体来考察。为便于从整体上把握小学数学教学的重点和难点,指导教材分析和教学实践,我们把小学数学知识内容按其与初中学习之间的关系分成四类:

一是小学学了,初中不再学,但在小学、初中及以后的学习与生活中都有广泛应用,其概念、原理、方法和理论体系对初中数学学习有重要支撑作用的知识。这类知识主要包括数与代数领域中“数的认识”与“数的运算”两个部分。“数学”之所以被称为“数学”,乃是因为数的概念与运算是这门学科的根基之所在,所以,这两个部分一定要扎实学好。自然数(包括整除性)、分数(百分数)与小数的概念、运算与应用问题既是初中学习有理数、实数的概念、运算及解决应用问题的基础,又是在此基础上,把数的运算一般化,学习关于字母的代数运算的重要基础,更是今后学习更抽象的数学的基础。如:在数的运算中,最重要的是运算意义、数与计数单位的概念和运算律(包括加法交换律、结合律,乘法交换律、结合律、分配律),在应用问题中,最重要的是基本的三量关系,传统教学中有 11 类基本应用问题:部分数、部分数、总数三量关系应用问题 2 类;每份数、份数、总数三量关系应用问题 3 类(具体包括单价、数量、总价,速度、时间、路程,工作效率、工作时间、工作总量等三量关系);大数、小数、相差数三量关系应用问题 3 类;1 倍数、倍数、几倍数三量关系 3 类(当倍数小于 1 时,就是分数应用问题)。随着数系扩充,这些要素不断被用于新的数系中加以应用和考察,不断形成新的、包容性更大的数学体系。进而,整数的概念、性质与运算被一般化为整式的概念、性质与运算,分数的概念、性质与运算被一般化为分式的概念、性质与运算,等等。

二是小学学了,初中不再学,但在小学、初中及以后的学习与生活中都有广泛应用的知识。主要包括图形与几何领域中关于测量的知识,具体是:长度、周长、面积、体积、容积的概念;相关计量单位的含义、观念与换算;长方形、正方形、圆的

周长、面积计算公式,平行四边形、三角形、梯形的面积计算公式,长方体、立方体、圆柱的侧面积、表面积和体积(容积)计算公式,圆锥的体积计算公式;某些测量、作图的技能与估计方法。另外,还包括比、按比例分配与正反比例(在初中科学学习中有广泛应用)、比例尺以及统计与概率领域中关于统计的知识。这些知识也一定要学好。

三是小学学了,初中还要重新学(更准确、严谨、深入学)的知识。课程设计、教材编写有一个基本的原则叫“螺旋上升”,即某一知识的学习不是一次完成的,而是通过不同阶段逐步深化认识来实现的。这种“螺旋上升”可以在学段内实现,也可以通过跨学段实现。小学数学中这类知识主要包括图形的认识、图形与运动、图形与位置、式与方程、随机现象发生的可能性与事件的概率等。往往由于既无必要或者也无可能把这些知识一次教学到位,因此,教学要注意一个基本原则:混而不错,即可以教得比较含糊,但不错。所以,教学不要“深挖洞”——把后面的知识提前教,但要设法“广应用”——以帮助学生丰富数学理解、积累活动经验、培养应用意识。

四是小学学了,初中不再学,有重要的生活应用或跨学科应用的知识。这类知识可以通过结合生活或其他学科的实践学习或综合学习来进行。主要包括表示方位的前、后、左、右、上、下;货币单位元、角、分;时间单位年、月、日、时、分、秒;质量单位克、千克、吨等知识。

二、解读知识,深刻理解教学内容的数学本质

《课标》规定了小学数学的教学内容,其核心是数学知识。这就要求教师必须很好地把握教学内容的数学本质、设计符合数学本身发生发展规律而又切合学生学习特点的教学过程,使教师教得轻松,学生学得轻松。要很好地把握教学内容的数学本质,教师必须具备与之相关的深厚的数学学科知识——不仅要理解该知识在学科逻辑体系中的地位和作用,把握与前后知识之间的联系,还要了解该知识发生发展的历史过程,更好地理解我们所教的知识是如何以及为何会成为如今的面貌,为设计与实施自然流畅、清晰易懂的教学奠定扎实的基础。“不谋万世者,不足谋一时;不谋全局者,不足谋一域”,此之谓也。

理解教学内容的数学本质需要有高观点,要善于运用自身良好的数学学科功底“居高临下”地分析所教的教学内容。例如,根据有理数域的概念——全体有理数,如果满足加法和乘法的结合律和交换律,乘法对加法满足分配律,那么方程 $a+x=b$, $ax=b$ 总有解。换句话说,在有理数范围内,所有的有理数运算——加



减乘除——都可以无限制进行,而绝不会超出这个范围,这样一个数的集合叫做一个域,有理数域是最小的数域。可以考虑如下问题^①:

(1) 如果 a, b 是整数, $ax=b$, 则 $x=?$

有 $x=b \div a = \frac{b}{a}$ (分数的除法定义), $x=b : a = \frac{b}{a}$ (分数的比值定义), $x=b \div a = \frac{b}{a}$ (利用等式性质,两边同除以 a)。

(2) 不论 a, b 取什么值? x 总有唯一解吗?

分类讨论: ①当 $a \neq 0, b \neq 0$ 时, x 有唯一解; ② $a \neq 0, b=0$ 时, x 有唯一解, 即 $x=0$; ③当 $a=0, b \neq 0$ 时, x 无解; ④当 $a=0, b=0$ 时, x 有无数解。综上所述, 当 $a \neq 0$ 时, x 有唯一解。

在小学数学中, 规定除法的除数、分数的分母、比的后项不能为 0, 却不能很好地解释这究竟是因为什么。为此, 许多低年级老师在教学除数不能为 0 时, 想了许多办法: 如提出“把一些物品 0 个分一份, 可以分几份?”“把一些物品平均分 0 份, 每份有几个?”这样的问题以解释除数为 0 的不合理性, 这样的解释其实也是颇为牵强的。不如当时直接告知, 待时机成熟, 再来解释其合理性。

(3) 想一想, x 可以是小学里学过的什么数?

就 $x = \frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 分类讨论: ①当 $b < a$ 时, x 是真分数, 真分数 < 1 ; ②当 $b \geq a$ 时, x 是假分数, 假分数 ≥ 1 。就 x 是假分数进一步分类讨论: 当 b 是 a 的倍数时, x 是整数 (由此整数也可以看成分数的一种特殊情况); 当 b 不是 a 的倍数时, x 是可以化成带分数。

就 a, b 是否互素分类讨论: ①当 a, b 是互素数时, x 是最简分数; ②当 a, b 不是互素数时, x 不是最简分数, 通常要化成最简分数或整数。当 $\frac{b}{a}$ 是最简分数, 且 b 不是 a 的倍数时, 分数可以化成小数, 进一步分类讨论: 如果分数的分母中只含有素因数 2、5, 这个分数可以化成有限小数; 否则就化成无限循环小数。小学里学到的无限不循环小数只有一个: π 。

讨论分数化成有限小数的条件: 小数是十进分数的一种特殊形式, 因此有限小数必能化成十进分数, 分母一定是有限个 10 相乘, 分解素因数 $10=2 \times 5$, 分母只含素因数 2、5, 如果把十进分数化成最简分数, 分母中也必定只含素因数 2、5, 因

^① 任敏龙. 用 $ax=b$ 上一节复习课[J]. 小学教学(数学版), 2011(06).

此,如果一个分数的分母中还含有 2、5 以外的其他素因数,必不能化为十进分数(即小数);反之,如果分数的分母只含素因数 2、5,我们总可以通过分子分母同时乘若干个 2、5,使得分母变成有限个 10 的积,化成有限小数。因此,分数化成有限小数的条件是分数的分母中只含素因数 2、5。

(4) 写出一些方程,使它们的解与方程 $12x=9$ 相同。

可以根据同解原理(小学里通常把它叫做等式性质,其实是不同的)写方程,如: $4x=3$ 。

$$\textcircled{1} 12x=9$$

$$4x=3$$

$$x=\frac{3}{4}$$

$$\textcircled{2} 12x=9$$

$$x=\frac{9}{12}$$

$$x=\frac{3}{4}$$

通过分析比较,我们可以发现同解原理与分数基本性质之间的联系:①的等式两边同时除以 3 也就是②的分子分母同时除以 3。进而可以把同解原理与商不变性质、比的基本性质联系起来。进一步:既然小数是十进分数的一种特殊形式,那么,小数的基本性质与分数的基本性质之间又有什么联系呢?研究发现:根据小数的基本性质 $0.2=0.20$,也就是 $\frac{2}{10}=\frac{20}{100}$,可见,小数的基本性质是分数基本性质的一种特殊形式。

理解教学内容的数学本质需要有“大视野”,尤其是知识发生发展的历史视角。H.弗赖登塔尔反复强调,学习数学的唯一正确方法是实行“再创造”,也就是由学生本人把要学的东西自己去发现或创造出来;教师的任务是引导和帮助学生进行这种再创造的工作,而不是把现成的知识灌输给学生。他认为这是一种最自然、最有效的学习方法。说它最自然,是因为生物学上“个体发展过程就是群体发展过程的重现”这条原理在数学学习上也是成立的,即:数学发展的历程也应在个人身上重现,这才符合人的认识规律。仍以前文所述“除数不能为 0”为例,我们知道:除法来源于解决现实生产、生活实际问题的需要,在这样的实际问题中,压根就不会出现除数为 0 的问题,也就没有研究除数能否为 0 的必要性。显然,这一问题的提出是数学研究发展到一定阶段的产物——人们超脱实际问题背景,开始把数和除法运算本身作为研究对象,这就需要考虑除数能否为 0 的问题。根据这样的历史发展逻辑,在低年级对这一命题作教学处置时,或直接告知,或待时机成熟,再引入这一结论,都是可行的选择。