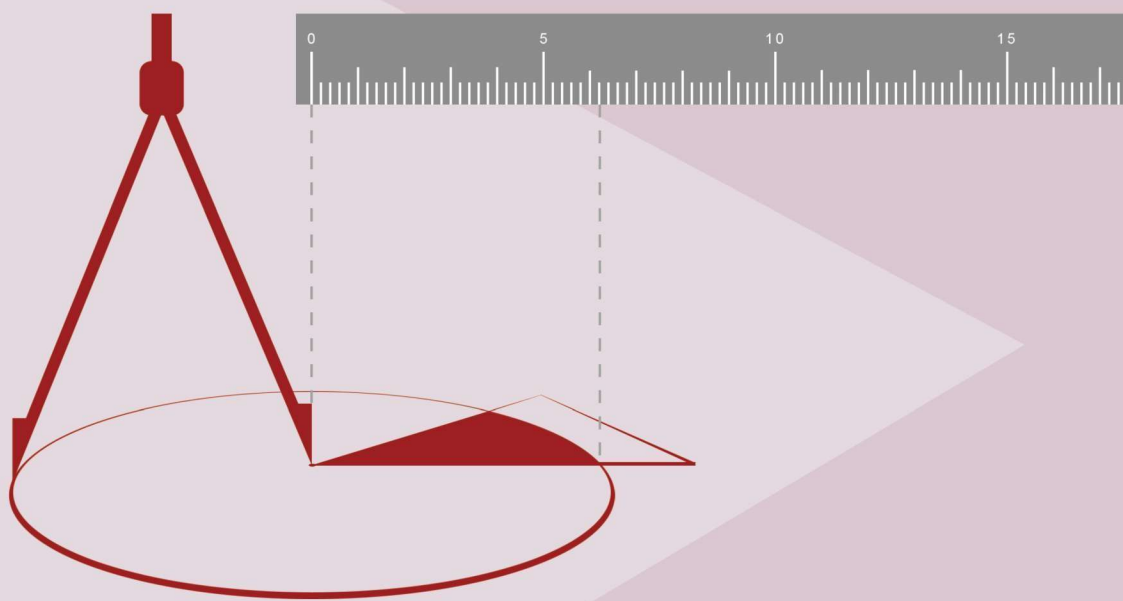


爱上数学

陈少旭 著



黄河出版传媒集团
阳光出版社



陈少旭，1959年4月出生。陕西师范大学数学教育专业本科毕业，北京师范大学教育经济与管理专业研究生毕业，华东师范大学教育部中学校长培训班结业。中学数学特级教师，省级优秀教师、骨干教师，313学术带头人，中国数学奥林匹克高级教练员，享受国务院特殊津贴，全国首届“书香之家”获得者。

从教四十余年，先后在宁夏中宁渠口中学，银川市第六中学，银川唐徕回民中学，银川二中，银川二中西校区，银川二十中，青铜峡市一中，北大附中深圳南山分校，深圳道尔顿新华公学从事教育教学和管理工作。发表论文、编写著作20余篇（部），两项研究成果获省级基础教育科研成果一等奖，两项课题获省级优秀课题一等奖。

责任编辑：朱双云

封面设计：周 琴

音乐能激发或抚慰情怀，
绘画使人赏心悦目，
诗歌能动人心弦，
哲学使人获得智慧，
科技可以改善物质生活，
但数学却能提供以上一切。

—— 克莱因

π

ISBN 978-7-5525-4463-3



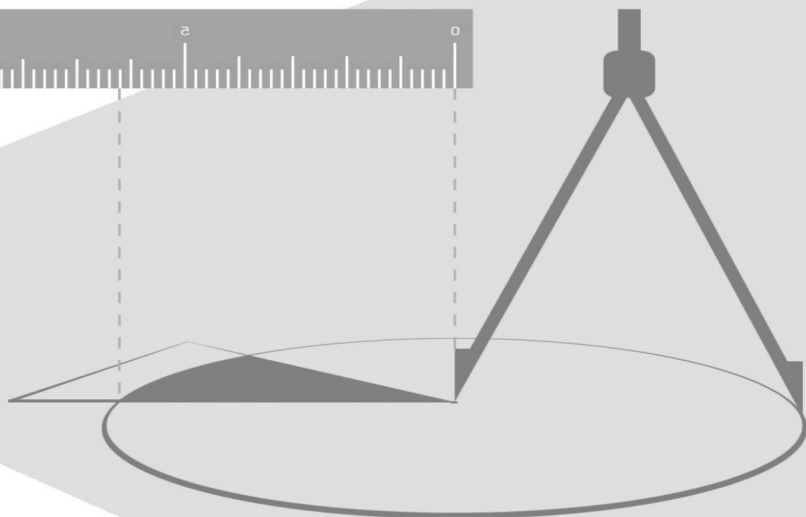
定价：58.00元

爱上数学

AI SHANG SHU XUE



陈少旭 著



黄河出版传媒集团
阳光出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

爱上数学 / 陈少旭著. -- 银川: 阳光出版社,
2018.8
ISBN 978-7-5525-4463-3

I. ①爱… II. ①陈… III. ①数学-普及读物 IV.
①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第211403号

爱上数学

陈少旭 著

责任编辑 朱双云
封面设计 周 琴
责任印制 岳建宁



黄河出版传媒集团
阳光出版社 出版发行

地 址 宁夏银川市北京东路139号出版大厦 (750001)
网 址 <http://www.ygchbs.com>
网上书店 <http://shop129132959.taobao.com>
电子信箱 yangguangchubanshe@163.com
邮购电话 0951-5014139
经 销 全国新华书店
印刷装订 银川金利丰彩色印刷有限责任公司
印刷委托书号 (宁) 0010653

开 本 720mm×980mm 1/16
印 张 26.5
字 数 360千字
版 次 2018年9月第1版
印 次 2018年9月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-5525-4463-3
定 价 58.00元

版权所有 翻印必究

爱上数学

中国著名数学家华罗庚说：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，无处不用数学。”由此可知数学的普遍性、广泛性和重要性。同时，数学王子高斯也说：“数学是科学之王”，也就是说一切科学都离不开数学，尤其是当今科学技术飞速发展。数学虽然很重要，可在现实生活中很多同学一提数学就头疼，害怕数学，导致对数学不感兴趣，数学成绩也不理想。数学成绩的好坏，在一定程度上会对一个人综合素质的全面提升产生影响。现实一点讲，数学成绩不理想，会直接影响学生的中考和高考成绩，会限制学生对理想学校的选择。那么如何爱上数学又能学好数学呢？同学们可以尝试从以下五个方面做起，相信你会爱上数学，并能很快学好数学。

一、建立对数学的兴趣是学好数学的前提

中国科学家童第周说：“天才就是强烈的兴趣和顽强的入迷。”歌德也说：“哪里没有兴趣，哪里就没有记忆。”因此，了解数学，热爱数学，建立对数学的浓厚兴趣是学好数学的前提。一旦你对数学的兴趣得到激发，被数学的无穷魅力所吸引，那么学好数学就成为比较容易的事情。历史上有很多著名的数学家实际上都是业余数学家，自身并不是数学专业毕业或从事专门的数学研究，但他们的研究成果不亚于当时的专业数学家。比如费马（Fermat），职业是律师，但是他十分热爱数学，在数学研究上，尤其是数论上的贡献是世界级的，是当时最著名的业余数学家。还有中国的业余数学家陆家羲，1961年毕业于吉林师范大学物理系，历任内蒙古包头市第二十四

中学、第九中学物理教师。陆家羲虽是物理教师,但对数学情有独钟,长期从事组合数学研究。1961 年完成《柯克曼四元组系列》论文,后专攻“斯坦纳系列”,创造出独特的引入素数因子的递推构造方法,完成总题目为《不相交的斯坦纳三元系大集》等七篇论文,解决了国际上组合设计理论研究中多年未解决的难题,在组合数学领域取得了重大成就,被迫授 1987 年国家自然科学奖一等奖。

因此,兴趣是最好的老师。培养对数学的浓厚兴趣应从以下几个方面着手。

1. 首先要了解数学的重要意义,寻找一些数学名言来鞭策自己。如:加里宁的“数学是锻炼思维的体操”,培根的“数学是打开科学大门的钥匙”,牛顿的“没有大胆的猜想,就做不出伟大的发现”等,理解数学和数学方法的重要性。

2. 搜集一些数学谜语与同伴和家人分享。如:“四去八进一(打一个字)”,“除了二,还是二百五(打一数字)”,“全部歼灭(打一数学名词)”等(谜底分别是:日,500,整除)。

3. 了解一些趣味数学与算式,如

(1)今天是星期天,再过 10^{100} 天是星期几?

此题是一道智力题,既普通又深奥,普通的是只要会除法运算就可以解决此问题。深奥的是本题也会涉及很多的数学知识,如:周期、同余、进位制,甚至是二项式定理等。而且本题有多种解法,且不会很难,同学们不妨一试。(答案是星期四)

(2)数学还有很多奇妙的算式,有规律而且很美,如:

$$9 \times 9 + 7 = 88$$

$$98 \times 9 + 6 = 888$$

$$987 \times 9 + 5 = 8888$$

$$9876 \times 9 + 4 = 88888$$

$$98765 \times 9 + 3 = 888888$$

$$987654 \times 9 + 2 = 8888888$$

$$9876543 \times 9 + 1 = 88888888$$

$$98765432 \times 9 + 0 = 888888888$$

又如：

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$11111 \times 11111 = 123454321$$

$$111111 \times 111111 = 12345654321$$

$$1111111 \times 1111111 = 1234567654321$$

$$11111111 \times 11111111 = 123456787654321$$

$$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$$

4. 搜集一些数字成语、数字地名、数字诗、数字与民俗等，了解数学的广泛应用，体会数学的文化内涵，增强自己对数学的认识，感悟数学与文化生活的密切关系。

如数字地名：一垛山，二道桥，三门峡，四川省，五大连池，六盘山，七里河，八达岭，九寨沟，十堰市，百色市，千阳县，万盛区等。

如数字成语：一元复始，二度梅开，三阳开泰，四通八达，五官端正，六根清静，七情六欲，八面玲珑，九霄云外，十全十美，百发百中，千钧一发，万马奔腾等。

再如清朝陈沆用数字做的诗：

“一帆一桨一渔舟，一个渔翁一钓钩，
一俯一仰一顿笑，一江明月一江秋。”

又如数字对联：“七鸭游湖，数数三双一只；

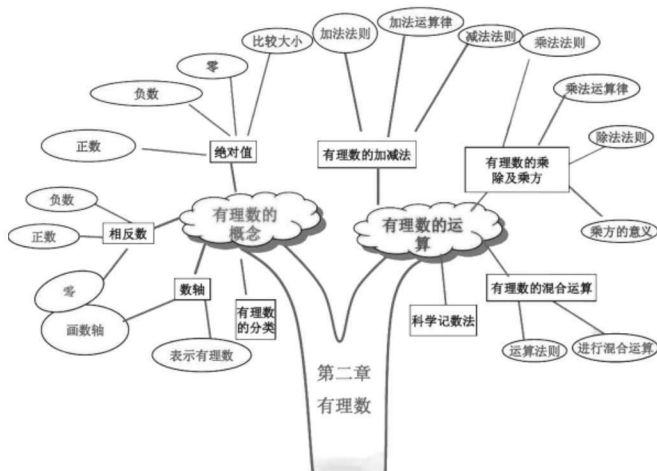
尺蛇出洞，量量九寸十分。”

此联看似数字游戏，其实显示了撰联者的精妙构思，三双加一只正是“七”，九寸加十分正合“尺”。

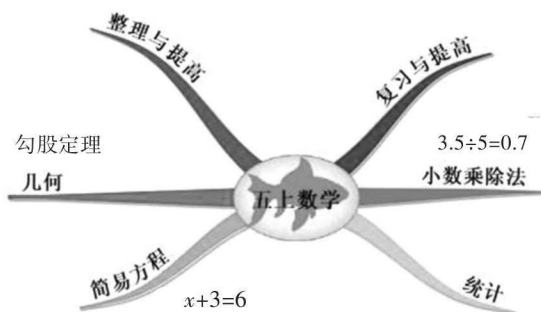
二、学会画知识树或思维导图,让知识像一棵树结满知识的果实,或像珍珠一样串起来形成美丽的饰品

华罗庚说“要打好数学基础有两个必经过程:先学习,接受‘有薄到厚’,再消化,提炼‘由厚到薄’”。知识的学习是一个不断积累的过程,而知识的积累要靠提炼才能升华。尽量使所学的知识系统化、条理化、网络化,这样才能牢固掌握数学基础知识。如学完一个单元,或一个章节,或一本书,经常画一画知识树图或思维导图,梳理一下知识结构,理解知识的从属关系,对巩固所学知识意义非常重大。

知识树:



思维导图:



三、学会用数学思维处理问题

什么是数学思维呢？往大里说，就是理解现实世界的数量关系、空间形式和抽象结构等。往小处说，就是对某个数学问题的理解，如某个数学概念的本质属性是什么，某几个数学知识之间具有什么样的关系，要解决某个数学问题要用到哪些数学知识等。而具体的数学思维又包括数学思维方法、数学思想方法、数学基本方法三类。而数学思维方法具体又有归纳法、类比法、分析法、综合法、抽象法和概括法等。下文列举两个例子予以说明。

例 1：计算： $1+2+3+\cdots+99+100=?$

大家都知道，数学王子高斯大约在 10 岁时，就用比较简单的方法快速给出了答案。高斯的想法是，把这个式子倒过来写看看有什么变化，结果发现了“倒写相加”的方法，即：

$$S = 1+2+3+\cdots+98+99+100$$

$$S = 100+99+98+\cdots+3+2+1$$

$$\begin{aligned} 2S &= (1+100)+(2+99)+(3+98)+\cdots+(99+2)+(100+1) \\ &= 100 \times 101 = 10100 \end{aligned}$$

所以， $S=5050$ 。

这明显是思维的结果，如果直接计算将费时费力。

我们再来看一个例子：

计算： $1^3+2^3+3^3+\cdots+99^3+100^3=?$

同样，要直接计算结果，显然将更加费时费力。我们可以通过思维，用“归纳”的方法，寻找其是否有规律可循。

所谓归纳的方法就是从特殊到一般的方法，先从几个简单的例子开始，再找出一般的规律：

$$1^3=1=1^2$$

$$1^3+2^3=9=3^2$$

$$1^3+2^3+3^3=36=6^2$$

$$1^3+2^3+3^3+4^3=100=10^2$$

.....

由此可以猜想, $1^3+2^3+3^3+\cdots+99^3+100^3$

$$=(1+2+3+\cdots+99+100)^2=5050^2$$

大胆的猜想,也是一种重要的数学思维方法,也是数学创新的源泉。当然,猜想的结果还需经过严格的证明,才能知道其结论是否正确。

可以证明,上面的猜想是正确的(证明略)。由此我们得到一个完美的结论:

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=(1+2+3+\cdots+n)^2$$

例 2:一艘轮船航行于两码头之间,顺水航行需要 4 小时,逆水航行需要 5 小时。已知水速为每小时 2 千米,求轮船在静水中的速度。

我们可以采用“分析”的方法来解决上述问题。分析法就是要想知道结果,它的上一步是什么?它的上上一步是什么?最后找出已知的条件,也叫作“由果索因”或“刨根问底”。

设轮船在静水中的速度为每小时 x 千米。

等量关系为:顺水航程=逆水航程(E)。

要求出顺水航程,只要求出顺水的航速(C_1)和航行的时间($A_1=4$ 小时);

要求出逆水航程,只要求出逆水的航速(C_2)和航行的时间($A_2=5$ 小时);

要分别求出顺水和逆水的航速,就要知道静水中的航速($B=x$)和水速($A_3=$ 每小时 2 千米);

已知顺水航速和航时、逆水航速和航时,即可分别求出顺水航程($D_1=4(x+2)$)和逆水航程($D_2=5(x-2)$);

而 $D_1=D_2$,故得: $4(x+2)=5(x-2)$ 。

其思维模式是: $E \rightarrow D \left\{ \begin{matrix} D_1 \\ D_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow C \left\{ \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow B \rightarrow A \left\{ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} \right\}$

四、熟练掌握几种基本的数学学习方法

我们经常所说的学习数学“不得要领”“不开窍”“找不到方法”“还没有入门”等,除了我们对数学思维方法了解不够以外,就是对数学学习的基本方法掌握不好。做任何事情,都先要有正确的思维,然后再辅以合适的方法

法,事情就能够有效解决。解决数学问题也一样,必须掌握一些常见的、实践证明是行之有效的学习方法。

1. 预习的方法。上课之前一定要抽时间进行预习,有时预习比做作业更重要,因为通过预习我们可以初步掌握课程的大致内容,听课就能够把握好重点,针对性也比较强。还会带着问题去听课,听课效率自然就会比较高。上课听明白了,完成作业也会更好更快,最终会形成良性循环。

2. 记忆的方法。记忆是掌握知识的重要手段,没有记忆,就没有知识的积累,因而也就没有学习质量。我国桥梁专家茅以升 90 岁高龄还能与小学生同台背诵圆周率小数点后 100 位。人的一切学习都包含有记忆,记忆是智慧的仓库,是智力活动的基础和源泉。一个人记忆得如何,跟是否掌握正确的记忆方法有密切的关系。因此,掌握正确的记忆方法,是数学中的一个重要的、影响深远的环节。记忆的方法很多,常用的有:

(1) 树图法。如前面画的知识树图,可以使我们清楚地记住每个单元的知识内容和逻辑关系。

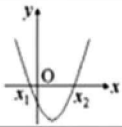
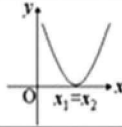
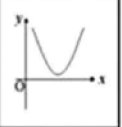
(2) 口诀法。如小学的九九乘法口诀;如初中有理数的加法运算:“同号相加一边倒,异号相加‘大’减‘小’,符号跟着大的跑,绝对值相等‘零’正好”;如有理数相乘“同号相乘得正,异号相乘得负”;如高中三角函数的诱导公式记忆口诀“奇变偶不变,符号看象限”等,类似的还有很多很多。

(3) 谐音法。如记圆周率小数点后的前 22 位,“山巅一寺一壶酒,尔乐苦煞吾,把酒吃,酒杀尔,杀不死,乐尔乐 (3.14159 26535 897 932 384 626)”。

又如:一次绝对值不等式的解集: $|x| > a, x > a$ 或 $x < -a$; $|x| < a, -a < x < a$ ($a > 0$)。

可用谐音法记作:“大鱼取两边,小鱼取中间”。

(4) 图表法。如二次函数、二次方程、二次不等式之间的关系,用一张图表就能清楚地展示出来。

判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的图象			
一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a > 0)$ 的根	有两相异实根 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$	有两相等实根 $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	没有实根
$ax^2 + bx + c > 0 (a > 0)$ 的解集	$\{x x < x_1 \text{ 或 } x > x_2\}$	$\{x \in \mathbb{R} x \neq -\frac{b}{2a}\}$	$\mathbb{R}$
$ax^2 + bx + c < 0 (a > 0)$ 的解集	$\{x x_1 < x < x_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

(5)复现法。就是为强化知识在大脑中的印迹而采取多次复习巩固记忆的方法。

记忆的大敌是遗忘,与遗忘作斗争的良策便是复习,即所谓“一回生、二回熟”。“复现”一般应注意:

a. 及时性。遗忘有先快后慢的特点,因而在学新概念之后,应及时配备目标测试题,当堂的内容当堂复习强化,作业最好当天完成;

b. 反复性。经过研究认为,复习的次数,可遵循先密后疏的规律,当复习到十次以上,记忆的对象就很难忘却了。为此,首先必须充分利用复习的机会。例如课前、课后复习、单元全章复习、期中期末复习、毕业升学复习,滚动式强化,就会很牢固,当然,反复不等于简单重复。

3. 阅读的方法。数学不只是计算和证明,还要善于准确表达出来。因此数学也需要阅读,要学会阅读课本,也就是预习。还要善于阅读数学课外读物,尤其是趣味数学读物、数学科普读物、数学文化读物、数学家的故事等,开阔眼界,培养兴趣,训练表达。当然,阅读要养成良好的习惯,坚持很重要。

4. 掌握一些数学的基本方法。数学思维方法可以帮我们打开思路,找到解决问题的方向,但是具体的运算和推理证明也还需要一些常用的方法。如:多项式的乘法法则,配方法,判别式法,换元法,待定系数法等。现举一例子以说明:

例:若 a, b 是实数, 式子 a^2+ab+b^2 一定是非负数吗?

分析: 答案是肯定的, 我们采用两种方法来处理。

方法一: 配方法, $a^2+ab+b^2=(a+\frac{b}{2})^2+\frac{3}{4}b^2\geq 0$

关键是如何配方, 这里把字母 a 看做未知数, 把 b 看做字母系数, 配方时用 a 加上其一次项系数一半的平方, 问题便得到解决。有些同学配方为 $a^2+ab+b^2=(a+b)^2-ab$, 仍然不能解决问题。

方法二: 判别式法, 把 a^2+ab+b^2 看作关于 a 的二次函数,

$$f(a)=a^2+ba+b^2$$

$$\Delta=b^2-4\times 1\times b^2=-3b^2\leq 0$$

$$\text{所以, } f(a)=a^2+ab+b^2\geq 0$$

掌握了这些方法, 问题就随之迎刃而解。

五、善于分享自己对数学的感悟

分享激发兴趣, 分享树立自信, 分享增进交流, 分享培养能力。分享也就是要敢于给同学讲题, 因为, 能给同学讲明白, 自己则掌握得更牢固, “送人玫瑰手有余香”。还要积极参与老师或班里组织的各种数学活动, 如黑板报、手抄报、数学小竞赛等, 提升自己的数学应用能力。还能经常向老师提出问题, 与老师一道讨论问题, 和数学老师交朋友等。同时也要善于与家长分享数学问题, 与家长一起讨论数学问题, 包括一些趣味数学题和脑筋急转弯等, 分享数学的魅力与奥秘。

数学不只是工具, 也不是只用来应付考试的, 良好的数学素养是现代人的重要标志之一, 也是人生的重要素养之一。数学不只是数学, 数学它能使我们做人严谨, 做事有条理, 思考问题有逻辑, 人格也会变得真诚、直率。相信大家通过以上的努力, 你一定会爱上数学的, 再加上你的刻苦努力, 你的数学成绩也一定会大幅度提升, 数学素养会进一步加强。

本书正是从以上五个方面出发, 对数学发展史、数学文化、数学典故、数学之美、趣味数学、数学思维、数学方法甚至是数学家等做了精心的选择和介绍, 并从科普的角度浅显易懂地介绍了众多的数学经典知识和方法。



相信读者看完此书,一定能对数学有一个更宽泛的了解,或者能重新认识数学的意义,或者从此就爱上了数学,那将是本书真正的功能与作用,也是本人四十余年从事数学教学研究的最好回报。是为自序。

(此文曾参与由中国教育报刊社宣传策划中心联合神州佳教(北京)教育科技有限公司,共同发起的“全国教育工作者众筹一本书”百万大奖首届征文活动(2015年),征文经过大众评委和专家评委的综合评审,最终荣获二等奖。)

开启数学王国的钥匙

陈少先

《爱上数学》这本书,是陈少旭老师在数十年的数学研究、教学实践、科普讲座中,积累了大量的资料,并经过认真地筛选写作而汇集成册的。书中讲述了数学的发展、数学的经典、数学的文化、数学的魅力,以及数学与现实生活的紧密联系,学习数学的方法与技巧等,每篇内容由浅入深,由表及里,即介绍数学知识,又讲述数学故事,内容通俗易懂,可读性强,是学生学好数学的良师益友。

数学这门学科,在许多学生眼里是一门枯燥无味的学科,因此,长期以来,很多学生对数学这门学科产生了惧怕心理,但是数学这门学科又是基础学科中最重要的学科之一,也是现代人必备的基本科学素养之一。要提高数学的教学质量,就必须首先解决学生惧怕数学的心理。本书提出,要想学好数学,必须首先爱上数学,必须建立对数学学习的浓厚兴趣,才能很快地学好数学,这种理念是非常正确的。那么如何建立学生对学习数学的兴趣呢?这就要求数学教师,必须挖掘数学本身的魅力,不但让学生知道数学有用,而且知道数学有趣、有情、有美、有历史、有文化、有挑战等,不断培养、激发学生的求知欲,才能使学生爱上数学,喜欢数学,进而学好数学。

下面我分享书中几个实例并提炼成口诀来加以说明。

1. 十位数字是1的两位数乘两位数的速算方法。

口诀是:“一数加上一数尾,两尾相乘紧后随。”

例如 12×13 , 就是 $12+3=15$ (或 $13+2=15$), 两尾相乘为 $2 \times 3=6$, 跟在 15

的后面就是 156, 即 $12 \times 13 = 156$ 。

因为十位数字是 1 的两位数乘两位数只能是三位数, 如果两尾相乘的积是两位数时, 就向前进位。

例如 17×18 , $17 + 8 = 25$ (一数加上一数尾), 两尾相乘 $7 \times 8 = 56$ 是两位数, 就应该向前进一位, 所以紧随其后的应该是 $250 + 56 = 306$, 即 $17 \times 18 = 306$ 。

2. 同头尾和是 10 的两位数乘两位数的速算方法。所谓“同头”是指两位数的十位数字相同, “尾和是 10”是指两个两位数的个位数字之和是 10。

这类题的速算口诀是: “十位加一自相乘, 两尾相乘紧后随。”

例如: 47×43 。

十位数是 4, 加 1 的数是 5, 所以 $4 \times 5 = 20$, 两尾相乘是 $7 \times 3 = 21$ 紧后随, 即, $47 \times 43 = 2021$ 。

特别地, 个位数是 5 的两位数的平方, 也可用此速算方法。

如计算 75^2 , 先算 $7 \times 8 = 56$, 再算 $5 \times 5 = 25$, 并写以后得, $75^2 = 5625$ 。

3. 接近 100 的两位数乘两位数的速算方法, 例如 89×98 。

其速算口诀是: “一数减去一数补, 两补相乘紧后随。”

所谓补数就是两数的和是 10, 或 100, 或 1000 等, 即两数的和是整十、整百、整千等的数, 其中一数叫另一数的补数。

一数减去一数补, 即用 89 减去 98 的补数 2, 结果是 87, 又 98 的补数是 2, 89 的补数是 11, 两补相乘即为 $2 \times 11 = 22$, 所以两补相乘紧后随, 即 $89 \times 98 = 8722$ 。

以上三例的速算方法既准确又迅速, 而且还实用, 学生们一定很好奇, 很想知道为什么会这样计算, 这就激发了学生的求知欲, 从而大大提高了学生学习数学的兴趣。书中这样的例子还有很多, 相信大家在平时的数学学习当中, 也会发现很多这样的实例。只要我们认真钻研, 不断加以总结, 相信就会收到意想不到的效果。

数学这门学科, 在同学们眼里虽然是比较难学的一门学科, 但难和易是相对而言的, 俗话说, 难者不会, 会者不难。如何化难为易, 寻找解决数学问题的规律, 也是学好数学的关键。