

内江师范学院“国培计划”
——四川省中小学数学骨干教师培训成果系列丛书

CHUZHONG SHUXUE

JIAOXUE YANJIU YU ANLI FENXI

初中数学

教学研究与案例分析

潘 超 赵思林 编著



四川大学出版社



赵思林

内江师范学院名师、数学教育教研室主任，教授，硕士，硕士生导师。四川省中青年学科带头人后备人选，四川省高中数学新课程改革学科专家。全国初等数学研究会常务理事，全国数学教育研究会常务理事，四川省中学数学教育专委会常务理事、学术委员，内江市数学学会常务理事、秘书长。主持四川省高等教育教学改革项目1项，主持“2011年四川省高等教育‘质量工程’数学与应用数学专业综合改革”项目的子项目1项，主持“教育部‘本科教学工程’四川省地方属高校第一批本科专业综合改革试点项目——内江师范学院数学与应用数学‘专业综合改革试点’项目（ZG0464）”的子项目1项，主持校级重点科研项目1项、校级教改项目2项。出版学术专著1部，编著教材2部，参编“十一五”国家级规划教材1部、其他教材6部。主讲省级精品课程1门，主持校级精品课程1门。在《数学教育学报》《数学通报》等刊物发表论文140余篇，2篇论文分别获内江市人民政府自然科学优秀论文一、二等奖，核心期刊20余篇，人大复印资料全文转载4篇。长期主持并参与国家级、省级中小学数学骨干教师培训等重大项目，担任“国培计划”培训项目学科首席专家。2012年被评为“国培计划”优秀首席专家。研究方向为初等数学、高考数学和数学教育。



潘超

内江师范学院数学与信息科学学院副教授，硕士，毕业于西南大学。主要从事《数学教学论》《数学课堂教学技能》《数学教育概论》《中学数学教材与课例分析》《竞赛数学》等课程的教学工作，获校级教学成果奖2项。曾获学校第三届青年教师讲课比赛一等奖，被评为内江师范学院第四批“重点人才工程”优秀青年骨干教师。主持“教育部‘本科教学工程’四川省地方属高校第一批本科专业综合改革试点项目——内江师范学院数学与应用数学‘专业综合改革试点’项目（ZG0464）”的子项目1项，主持或参研厅级、校级科研（教改）项目10余项。在《教育探索》《教学与管理》《中学数学教学参考》《教学月刊》《中国成人教育》《继续教育研究》《教育导刊》《中学数学》《中学数学杂志》《福建中学数学》等刊物发表论文40余篇，其中核心期刊10余篇，人大复印全文转载1篇，1篇获内江市人民政府自然科学优秀论文二等奖。编著教材2部。研究方向为课程与教学论和教师教育研究。

资助项目（基金）：

- “国培计划（2013）”——四川省农村中小学教师置换脱产研修项目（初中数学）
- 教育部“本科教学工程”四川省地方属高校本科专业综合改革试点项目——内江师范学院数学与应用数学“专业综合改革试点”项目（ZG0464）
- 内江师范学院2013年四川省高等教育“质量工程”项目（01249）
- 四川省教育厅人文社会科学重点研究基地“四川中小学教师专业发展研究中心”科研项目(PDTR2013-007)
- 内江师范学院教材出版基金

CHUZHONG SHUXUE

JIAOXUE YANJIU YU ANLI FENXI

初中数学

教学研究与案例分析

编著 潘 超 赵思林

编委 兰 昆 赵晓林 李建军



四川大学出版社

责任编辑:毕 潜
责任校对:蒋 琦
封面设计:墨创文化
责任印制:王 炜

图书在版编目(CIP)数据

初中数学教学研究与案例分析 / 潘超, 赵思林编著.
—成都: 四川大学出版社, 2014. 7
ISBN 978-7-5614-7855-4

I. ①初… II. ①潘… ②赵… III. ①中学数学课—
教学研究—初中 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 150494 号

书名 初中数学教学研究与案例分析

编 著	潘 超 赵思林
出 版	四川大学出版社
地 址	成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发 行	四川大学出版社
书 号	ISBN 978-7-5614-7855-4
印 刷	四川盛图彩色印刷有限公司
成品尺寸	148 mm×210 mm
印 张	12
字 数	357 千字
版 次	2014 年 8 月第 1 版
印 次	2014 年 8 月第 1 次印刷
定 价	42.00 元

版权所有◆侵权必究

◆读者邮购本书,请与本社发行科联系。

电话:(028)85408408/(028)85401670/
(028)85408023 邮政编码:610065

◆本社图书如有印装质量问题,请
寄回出版社调换。

◆网址:<http://www.scup.cn>

前 言

数学课堂是数学教师工作的主阵地，数学课堂教学研究是每一位数学教师专业成长的必经之路，是提高数学教师专业水平和研究能力的有效方式。基于课标理念和实践基础对课堂中出现的疑难问题、典型问题进行研究，有利于认清课堂现状，把握教学问题的本质，从而采取有效的解决措施，对提高教学质量和深化课改有促进作用。本书汇集了众多的学习者、思考者、实践者和改革者的智慧和努力才得以完成。本书分别从学习心理、教师专业成长、学情分析、教学设计、教学技能、教学模式与方法、课堂问题与解决、教学案例等多个角度对初中数学课堂教学相关的热点、难点、困惑问题进行了探讨，共分三部分六章，每章中又分若干专题。

本书在编写过程中力求体现如下特点：

(1) 案例性。本书遴选了一些初中数学教学设计、教学实录、教学现象的典型示例加以辅证或说明，力求让读者对书中的理论和案例进行学习、比较和深入研究，引发读者对初中数学教学中有价值的问题进行反思。

(2) 理论性。本书对数学思维的培养、感受的心理机制、学习评价、教材分析、课堂教学的有效性等有关理论进行了论述，达到了一定的理论深度，对课堂教学的设计、教学实施的方法与策略、教学资源、数学解题等方面进行了较为全面的阐述。

(3) 问题性。本书研究的问题主要来源于当前初中数学一线课堂，针对焦点、热点问题以及课改中的一些困惑进行讨论，研究的结果往往是一线教师的经验总结和教育专家多年的考察、研究成果，因此能很好地用于指导学习。



(4) 启发性. 本书在理论的论述和问题的探讨上力求提供一种视角、展示一些方法、阐明一点看法, 让读者想一线教师所想, 思教育专家所思. 在案例展示上, 尽可能详尽再现, 为启发读者而抛砖引玉.

本书吸收了近年来《数学教育学报》《教学与管理》《教育探索》《中学数学教学参考》《教学月刊》等期刊的一些最新研究成果.

本书适合于高等师范院校数学教育专业学生作为教材使用, 也可以作为初中数学教师的培训用书, 希望书中的内容对专家、教师、高师数学专业学生有一定帮助.

本书的出版得到了四川省内江师范学院数学与信息科学学院的大力支持, 得到了内江师范学院教材出版基金、“国培计划(2013)”——四川省农村中小学教师置换脱产研修项目(初中数学)、教育部“本科教学工程”四川省地方属高校本科专业综合改革试点项目——内江师范学院数学与应用数学“专业综合改革试点”项目(ZG0464)、内江师范学院2013年四川省高等教育“质量工程”项目(01249)和四川省教育厅人文社会科学重点研究基地“四川中小学教师专业发展研究中心”科研项目(PDTR2013-007)的资助. 对为本书的出版提供了许多帮助的四川大学出版社和被引用的一些初中数学教学研究成果的作者致以衷心的感谢, 同时, 也深深感谢工作在一线的四十余位初中数学骨干教师的倾力合作和支持, 感谢关心、支持本书出版的所有同行和朋友们.

限于水平和时间仓促, 疏漏在所难免, 希望读者与同仁对其中的问题不吝指导, 使之趋于完善.

潘 超 赵思林

2014 年 3 月

目 录

第一部分 学习心理与教师专业成长

第一章 学习心理与教师专业成长	(3)
专题一 学习心理	(3)
数学直觉思维的培养策略	赵思林 朱德全 (3)
感受的心理过程对数学教学的启示	赵思林 (14)
专题二 教师专业成长	(27)
教师专业自我成长及其发展模型	潘 超 (27)

第二部分 初中数学课堂教学研究

第二章 初中学生学情分析与对策	(39)
初中生数学学习分化探因及对策	赵 英 (39)
农村初中生数学成绩两极分化原因及对策探究	
徐克江 彭运秀	(47)
初中生数学学习两极分化的原因及解决对策	胡雪梅 (52)
农村初中数学学困生的成因及转化策略	
吴银安 冯光群 徐 城	(59)
家庭因素对农村初中学困生的影响	
喻 霞 黄 茜 王先刚	(65)



第三章 初中数学教学技能与艺术·····	(71)
专题一 情境创设·····	(71)
初中数学课堂情境导入的方法 ·····	涂春柳 赵 英 (71)
初中数学情境创设的误区分析 ·····	韦正伦 王书连 (77)
专题二 提问技能·····	(84)
初中数学课堂提问的预设与调控 ·····	杨 军 (84)
初中数学课堂有效提问的策略 ·····	王先刚 钟良平 喻 霞 (90)
初中数学课堂教师提问之“五要” ·····	张 霞 (96)
专题三 教学幽默·····	(102)
初中数学课堂教学幽默的应用 ·····	赵小兵 李 益 (102)
专题四 反馈技能·····	(108)
初中数学课堂有效反馈策略 ·····	杨国华 (108)
初中数学课堂反馈信息处理策略 ·····	刘茂华 (114)
第四章 初中数学教学模式与方法·····	(120)
专题一 课堂教学模式·····	(120)
农村初中数学高效课堂教学模式的探索 ·····	刘利平 袁维忠 张华莉 (120)
农村初中数学课堂分层教学的实施策略 ·····	赵楚荣 程 凤 (129)
专题二 概念教学策略·····	(136)
初中数学概念教学的一般策略 ·····	唐 毅 (136)
专题三 例题教学策略·····	(142)
数学例题教学要做好“五讲” ·····	潘 超 姜志远 (142)
重视例题教学,提高数学能力 ·····	童 浩 (149)
专题四 习题教学策略·····	(156)
初中数学习题教学的“四导”策略 ···	张仕蒲 兰盛堂 (156)
变有限 意无穷 ——基于“几何画板”的变式探究策略 ·····	潘 超 (163)

变式法在初中数学问题设计中的运用	谢宗海 (174)
初中数学习题的变式探究	王志飞 (181)
初中数学习题讲评教学探究	陈 君 (185)
专题五 作业设计策略	(192)
农村初中生数学家庭作业的设置	黄 茜 (192)
新课改下初中数学课外作业的优化设计	胡建军 (198)
专题六 数学解题策略	(205)
数学的对称性在初中数学解题中的应用	彭运秀 徐克江 (205)
初中数学教学中“转化思想”的应用	万春平 丁 莉 (212)
含参方程的解法探讨	张 卫 李 波 (218)
提高有理数混合运算正确率的方法	沈太平 (228)
专题七 数学能力培养	(230)
引导学生积极思考的六个“触发点”	潘 超 吴立宝 (230)
几何直观的基本认识及其能力培养途径	符 灵 崔吉兵 (240)
基于《几何画板》工具的几何直观能力培养 ...	王文海 (249)
初中生数学自学能力培养方法	王 凯 (260)
初中学生数学思维的培养	祝茂山 王先融 刘中华 杨世钊 (263)
初中数学应用意识的培养	蔡 明 (267)
第五章 初中数学课堂问题与解决	(273)
专题一 校本研究问题	(273)
农村初中数学教师如何开展校本教研	张家英 (273)
专题二 有效教学问题	(278)
提高初中数学教学有效性之“三清”	白江艳 刘玉敏 (278)



专题三 课前预习问题·····	(283)
初中数学预习的有效策略 ·····	王书连 韦正伦 (283)
初一数学学困生的预习问题及五步走策略 ·····	李文江 (288)
专题四 方程列解问题·····	(296)
初中生列方程的“1+5”模式 ·····	李 益 赵小兵 (296)
专题五 学习评价问题·····	(302)
学习评价的类型及其特征分析 ·····	王新民 (302)
初中数学“课题学习”的评价策略 ·····	李建兵 (311)
专题六 资源利用问题·····	(319)
利用“错误”资源,引领学生成长 ·····	邓 红 郭明春 张仕蒲 (319)
专题七 作业批改问题·····	(326)
初中数学作业批改方式的探索 ·····	曾燕春 (326)

第三部分 初中数学教学设计与课例赏析

第六章 初中数学教学设计案例·····	(337)
专题一 教学设计的探讨·····	(337)
中学数学教材的分析策略 ·····	吴立宝 (337)
基于“数学思想”立意的教学设计 ·····	程剑玺 (349)
专题二 教学设计的案例·····	(358)
《画轴对称图形》教学设计·····	李建兵 (358)
《有理数的乘法》教学设计·····	邓 红 (366)
专题三 课例赏析与反思·····	(369)
基于顶层设计的教学尝试 ——“因式分解公式法(完全平方公式)”课例与点评 ·····	程剑玺 (369)



第一部分

学习心理与教师专业成长



初中数学

教学研究与案例分析



第一章 学习心理与教师专业成长

专题一 学习心理

数学直觉思维的培养策略

赵思林^[1] 朱德全^[2]

(^[1]内江师范学院数学与信息科学学院;^[2]西南大学教育学部)

2003年4月,教育部颁布的《普通高中数学课程标准(实验)》(以下简称《标准》),确立了十条“课程的基本理念”,其中第四条“注重提高学生的数学思维能力”是基本理念,并指出,“注重提高学生的数学思维能力”是数学教育的基本目标之一.在《标准》中,共用了十个词组(直观感知、观察发现、归纳类比、空间想象、抽象概括、符号表示、运算求解、数据处理、演绎证明、反思与建构)描述人们在学习数学和运用数学解决问题时所经历的思维过程.这十个词组中前五个词组(直观感知、观察发现、归纳类比、空间想象、抽象概括)与直觉思维直接相关,而把曾经非常强调的“演绎证明”排在第九的位置,这令人深思.由此易见,《标准》对培养学生的数学直觉思维是非常重视的. Raidl 和 Lubart 的研究表明,直觉与创造力呈正相关^①.因此,培养学生的

^① Raidl M H, Lubart T I. An empirical study of intuition and creativity [J]. Imagination, Cognitive and Personality, 2000/2001, 20 (3): 217—230.



数学直觉思维有助于提高学生的创造力. 在数学探究和发展的过程中, 直觉思维对数学概念的形成、理论的建立、方法的总结、思想的凝练和规律的发现等方面具有重要的作用. 直觉思维可以帮助学生分析数学现象、猜想数学命题、顿悟解题思路、缩短思维过程、培育数学灵感等. 数学直觉以其高度省略、简化、浓缩的方式洞察数学问题的实质, 它对培养学生思维能力、提高创造力极为宝贵. 正如爱因斯坦所说, “直觉是头等重要的”, 布鲁纳也说“学校的任务就是引导学生‘掌握直觉这种天赋’”. 在数学教学中, 注意培养学生的直觉思维能力, 是一项重要而又困难的工作. 基于此, 本文拟对数学直觉思维能力的培养策略作一些探讨.

一、数学直觉思维的概念

思维是人脑对客观事物的本质属性及其内在规律性的概括和间接的反映. 数学思维, 就是以数量关系和空间形式为思维对象, 以数学语言和符号为思维载体, 并以认识和发现数学规律为目的的一种思维^①. 直觉是不经过逻辑的、有意识的推理而识别或了解事物的能力^②. 认知心理学的研究发现, 人脑中并存着两种不同的信息加工系统, 即意识加工与无意识加工. 其中, 无意识加工是一种基于技能与经验的、自动化的、无须意志努力的加工. 这些特征与直觉的特征非常相似, 或者是一致的, 因为直觉就是一种无意识的认知加工. 认知心理学关于无意识认知活动的研究有助于我们理解直觉的本质. 数学直觉思维是以一定的知识经验为基础, 通过对数学对象作总体观察, 在一瞬间顿悟到对象某方面的本质, 从而迅速做出估计判断的一种思维. 数学直觉思维是一种非逻辑思维活动, 是一种由下意识(潜意识)活动参与, 不受固定逻辑规则约束, 由思维主体自觉领悟事物本质的思维活动^③. 数学直觉思维简称直觉思

① 郑君文, 张恩华. 数学学习论 [M]. 南宁: 广西教育出版社, 2003: 101.

② 周治金, 赵晓川, 刘昌. 直觉研究述评 [J]. 心理科学进展, 2005, 13 (6): 745—751.

③ 陆书环, 傅海伦. 数学教学论 [M]. 北京: 科学出版社, 2004: 217.



维或直觉.

二、数学直觉思维的心理机制

大量实验研究和临床证据表明,人的大脑分左右两个半球,左半球主管语言、计算和逻辑推理,具有连续性、有序性、分析性等特点;右半球主管想象、创造和形象思维,具有不连续性、弥散性、整体性等特点.左右脑的使用是相互补充、协同工作的^①.

现代生理学也证明,人的大脑由胼胝体连接着,分为左脑与右脑,左脑以言传方式进行线性的逻辑思维,右脑以意会方式进行非线性的直觉思维.在左脑与右脑之间有几千万个细胞存在,有多达10亿个神经通路,负责大脑左脑和右脑之间的信息传递,人们无论做什么工作和思考什么问题,都需要大脑两半球之间的自由沟通.直觉思维同其他一切心理现象一样,也是人脑的机能.虽然目前人们对直觉的生理机制尚了解不多,但是脑科学的最新研究结果已初步表明,直觉主要是右脑的功能^②.心理学的实验研究结果已证明,右脑以并行性方式思维,采取的是同时进行整体分析的策略,这就是为什么直觉无须推理就能直接地对事物及其关系做出迅速识别和理解的原因所在.因此,培养学生数学直觉思维应同开发右脑结合起来.

三、学生数学直觉思维的培养策略

人的心智有数学直觉.重视“数学直觉映象”与“主客观同构关系”是培养具有创新能力的人才的一条有用原则^③.因此,探究数学直觉思维的培养策略具有重大的教育价值.著名心理学家费吉鲍姆认为,“智能行为包括两个因素:知识和策略”“通过一系列的

① 俞国良.创造力心理学 [M]. 杭州:浙江人民出版社,1996:94.

② 万琰.直觉思维的心理机制及其在教育中的发展和培养 [J].教学与管理,2006(10):60—61.

③ 徐利治.数学中的现代柏拉图主义与有关问题 [J].数学教育学报,2004,13(3):1—5.



研究发现,策略是影响思维过程的最直接和最主要的因素”。^①培养学生数学直觉思维可采用的策略包括优化认知结构、创设直觉思维场情境、训练直觉思维方法、开发元直觉思维等。其中,直觉思维场情境由问题情境、直观情境、审美情境等组成,训练直觉思维的方法有观察法、联想法、归纳法、类比法、猜想法、估算法等。

1. 优化认知结构

数学认知结构是数学知识结构在学习者头脑里的反映,它是学习者在学习的过程中逐步积累起来的在数学方面的观念系统^②。认知结构是直觉思维过程中一个关键因素,这主要是因为认知结构中的观念和丰富的知识组块都是直觉思维的原材料。学生在直觉思维时,都要把已有的经验加以改组,使之适合于当前问题情境的要求。

完善和优化学生的数学认知结构可从以下两方面着手。首先是夯实数学基础知识。直觉是个体先前积累和储备的经验、知识与当前问题碰撞孕育出的思维火花。一般来说,对某一领域的经验越丰富,知识理解得越透彻,就越容易孕育直觉。其次是强化对数学的理解。“理解”在许多国家新课程改革中倍受重视^③。数学是思维的科学,因此,数学学习不是“读而知之”,而是“思而知之”。“思”就是理解。理解的本质是学习者在头脑中形成关于这个知识的内部网络,即建立了该知识的图式^④。数学直觉是对数学问题及其本质属性的直接感悟。数学理解就是对数学知识、方法、思想的感悟。“悟”的原义为觉醒、觉悟。《辞海》的注解是:“悟,领会;觉悟。”对数学的“悟”,是指人在学习和探究数学的活动中突然对数

① 汪安圣,朱祖祥.思维心理学习[M].上海:华东师范大学出版社,1992:325.

② 何小亚.建构良好的数学认知结构的教学策略[J].数学教育学报,2002,11(1):24-27.

③ 王光明,王建蓉.数学教学中促进学生认知理解需要注意的几个问题[J].教学与管理,2004(4):46-48.

④ 喻平.数学教育心理学[M].南宁:广西教育出版社,2004:79.



学对象的本质与规律的某一点或整体上的认识、体验与把握，它是一种非理性的直觉思维。“感悟”，就是受到感动而醒悟，是在某种数学现象或事实的触动下，经过想象、联想而达到的一种不同事物而相似事理的沟通与升华，是认识上的一次飞跃^①。Davis 和 Meknigth 等对理解和迁移的关系作了较深入的研究，指出理解会直接影响迁移^②，而迁移直接影响类比和联想。因此，只有基于理解的数学学习才有利于学生的数学直觉思维能力的提升。

2. 创设直觉思维场情境

“心理的安全”与“心理的自由”是学生进行直觉思维的两个条件。教师要为学生创设一种自由、民主、和谐的课堂氛围，让学生在讨论交流的思维场情境中迸发直觉思维的火花。格式塔学派心理学家苛勒认为，整体的完形是通过场的作用而发生的。1936年，苛勒的学生勒温运用拓扑学原理及物理学中的场、力、区域、边界、向量等概念提出了心理学的场论^③。按照格式塔学派的观点，心理经验不是若干个静态的、孤立的元素的总和，而是包括了经过组织的、动态的、不断变化的、由相互作用着的一些事物构成的场^④，由此便产生了心理场、思维场等概念。思维场情境是形式化思维与非形式化思维的整合意识环境域。思维场情境包括直觉思维场情境。教学过程中，直觉思维场情境的生成依承于问题情境的有效创设，它主要是由外部环境（问题系统）与内部环境（直觉思维期望）相互作用所共同促成的^⑤。创设直觉思维场情境能活化学生问题解决的直觉思维过程，丰富学生直觉思维的最近发展区。直觉思维场情境由问题情境、直观情境、审美情境等组成。

① 吴维山. 重新审视感悟的内涵特质及其培养策略 [J]. 课程·教材·教法, 2008, 28 (4): 33—37.

② 格劳斯. 数学教与学研究手册 [M]. 上海: 上海教育出版社, 1999: 136—140.

③ 徐莉. 论教师发展文化场及其构成 [J]. (人大复印) 教育学, 2008 (4): 103—110.

④ 邵志芳. 思维心理学 [M]. 2版. 上海: 华东师范大学出版社, 2007: 19.

⑤ 朱德全. 试论教学场情境的生成策略 [J]. 高等教育研究, 2004, 25 (6): 71—75.