-新课标文理通用-

高考数学导航

郑有礼 / 编著

飞天出版传媒集团
甘肃文化出版社

郑有礼，男，藏族，生于1975年11月，中共党员，本科学历，1998年8月参加工作，甘肃天祝人。

参加工作以来，一直从事中学数学教学及班主任工作，十数次被授予校县级优秀教师、优秀班主任、“读书标兵”、优秀共产党员等荣誉称号，骨干教师。《妙用括号》《巧用因式分解方法妙解分式计算》《活用“△”》《巧作弦心距解题》《浅谈初中生数学兴趣的培养途径》等论文在省级刊物上发表并获奖。由于教学方法独特，数学高考成绩突出，深受广大师生好评。

图书在版编目（CIP）数据

高考数学导航 / 郑有礼编著．--兰州：甘肃文化出版社，2015.3
ISBN 978-7-5490-0826-1

Ⅰ.①高… Ⅱ.①郑… Ⅲ.①中学数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ.①G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字（2015）第053469号

高考数学导航
郑有礼 | 编著

出 版 人 | 王　奕
责任编辑 | 郧军涛
封面设计 | 陈晓燕

出版发行 | 甘肃文化出版社
网　　址 | http://www.gswenhua.cn
投稿邮箱 | press@gswenhua.cn
地　　址 | 兰州市城关区曹家巷 1 号　730030（邮编）

营销中心 | 王　俊　贾　莉
电　　话 | 0931-8454870　8430531（传真）

印　　刷 | 甘肃同济彩色制版印刷有限责任公司
开　　本 | 787 毫米 ×1092 毫米 1/16
字　　数 | 210 千
印　　张 | 11.375
印　　数 | 1-3000
版　　次 | 2015 年 3 月第 1 版
印　　次 | 2015 年 3 月第 1 次
书　　号 | ISBN 978-7-5490-0826-1
定　　价 | 28.00 元

序

教研是教师专业成长不可或缺的翅膀，教师应不断地进行教学研究，以促进自身不断进步，只有这样才能提高教育教学质量. 为此，教师要善于学习、善于思考、善于创新、善于积累，更要善于总结、善于教研，郑有礼老师就是这样做的.

郑有礼是天祝藏族自治县第二中学的一名数学教师. 自 1998 年参加工作以来，他一直坚守在高中教学第一线，在三尺讲台上默默地奉献着自己的才智，甚至生命的一切. 前段时间郑老师因患胆结石住院手术治疗，一个月后，尚未完全痊愈的他放心不下自己的学生就来上班了. 我们见面时我询问他的病情，他只是轻轻一笑算是回答了. 此时他拿出一本书让我看一下，这是一本有 150 多页的高中数学考点归类和整合的资料，书名叫《高考数学导航》，他详细介绍了这本书的来龙去脉、编写和整理这本书的意图和所花的心血，他的敬业精神超乎我的想象. 最后他请我为这本书写个序，这让我十分为难，因为我清楚自己虽然也是中学数学教师，但毕竟不在教学一线十多年了，尤其是对近年来的高考数学生疏了许多，让我写序，真是惶恐之极. 然又不忍推辞，只好勉强为之了！我想，这件事实际上对我校教师的教研工作是一次有力的支持，也是对我校教师队伍专业成长的一次助推，我愿尽绵薄之力！

做一位好老师，要有理想信念，要有高尚师德，要有扎实学识和仁爱之心，郑老师就是这样的一位好老师. 每所学校、每个家庭、每位学生都希望有一批这样的好老师. 我校是 2010 年 8 月新组建的一所完全中学，并且青年教师占大多数，更是迫切需要这样一批师德高尚、业务精湛、敬业爱岗的教师来引领，才能使大多数青年教师迅速成长. 一个人遇到一位好老师是人生的幸运，一个学校拥有好老师是学校的光荣，一个民族源源不断涌现出一批又一批的好老师则是民族的希望！

在我的脑海中始终有这样一种理念：教师的成长主要是自觉自愿的主动成长和发展，并在此基础上追求自主和超越. 如果一个教师只是将教学工作当作一种谋生的职业，一切工作都是在学校领导的督促中、在各项制度的约束下去完成，那就只能注定是走不远的一种教学行为. 因而，我校的办学愿景是“一切为了师生的自主发展”. 建校以来我们一直在积极倡导着、在努力践行着这一愿景. 郑老师的这一做法其实就是一个最好的诠释或者说是一种积极的践行，我们应该大力提倡和积极支持，使其在全体教师中形成一种正能量.

郑老师根据自己多年教学的经验，尤其是这几年连续担任高三年级高考辅导工作

的心得体会，对新课程数学考点进行了认真的盘点，结合教学实际，科学整合和归纳，形成了十七章的考点知识集，虽然他的总结并不十分完美，但却紧贴学生实际，是很好的一本高考备考资料．其实，他对教育事业的不懈追求，这种自觉的专业成长，其意义远远超越了这本书自身的价值．我深深的感到，他在教学过程中总结、梳理、归纳和整合的过程就是对高中数学知识的内化过程，也是他专业成长的自觉过程，这个过程具有很强的引领作用和导向作用，我们必须要加以保护，也要广泛推广和运用．我们也看到，在郑老师整合的考点知识后还需要配套一定量的题型来加以巩固，因为数学高考就是通过解题过程来展示应考者的思维风采，也是利用解题这种形式来选拔人才的．我们希望郑老师的这种个人行为能转化成我校教师的集体行动，在他的带领下形成集体教研的合力，共同开发校本教材，为我校全体师生提供更好更适用的高考辅导．

每个人的世界都是一个圆，学习是半径，半径越大，拥有的世界就越广阔．教师的职业像蜡烛，我们在燃烧时，不仅要照亮别人，还要成就自己．愿郑有礼老师及所有奋战在教学一线的人民教师像红烛一样永远闪亮！

朱敬祖

（朱敬祖，中学数学高级教师，省级骨干教师，天祝藏族自治县第二中学校长）

浅谈高考数学的备考方略

备战高考，不仅是高中学生面 临的人生大事，也是高中教师面对的长期而重大的教研课题．本人在多年的中学数学教育教学中边教学、边学习、边思考、边归纳，总结了备考方略、盘点了高考考点、整合了解析方略，将其整理到这本《高考数学导航》中．现将数学高考备考方略总结如下，以供备考师生参考．

一、从高考真题中紧抓备考重心．从逐年的数学高考真题可以看出，考查基本知识、基本技能、基本方法已成为高考命题的主旋律．备考中，如果能以近年高考真题为载体，在“新三基”训练上下功夫，备好“新三基”，就抓住了备考的重心，把准了备考的动脉，不同层次的学生就会得到最大程度的进步．

二、从扎根课本中巩固基础知识．高考源于课本，又高于课本．高考复习中，尤其是第一轮复习，必须扎根于课本，回到基础中去．对课本中的概念、法则、性质、公理、定理、公式等进行梳理，要理清知识发生的本源，掌握知识之间的内在联系与规律，构建知识网络，形成完整的知识体系．另外，高考不仅是高三老师和学生的事，从高一开始老师就应有高考备考意识，让学生重视课本，巩固好基础知识．

三、从核心考点中强化重点知识．高考突出的考察对象是数学的主干知识，这些知识点实际上就是高考的核心考点．“对重点知识的考察要保持较高的比例，并达到必要的深度”，这一高考命题思想是永远不会改变的．因此在备考中要加大对这些核心考点的复习力度，强化重点知识．

四、从典型题目中提炼通性通法．从新课标理念和近几年的高考中不难看出，数学高考淡化了“怪”“偏”“难”的题目，也淡化了特殊技巧解答的题目，而是更加重视对“新三基”的考查．所以，要提炼通性通法，熟练掌握典型题目的解析方法和策略．例如，复合函数的单调性与最值的研究方法、解决函数的零点问题的策略、求概率的策略、数列的通项公式的求法、解三角形的策略等都是通性通法的问题，现在高考比较重视的就是这种具有普遍意义的方法和相关的知识．我们要在学习中不断地归纳总结，并在具体解题中细心体会．

五、从时常练习中规范解析过程．通过高考我们了解到，学生答题过程中往往会出现“会而不全”的现象，而且这种现象非常普遍．出现这种现象的一个重要原因是解析过程不规范．良好的解析习惯不是一蹴而就的，而是日积月累形成的自然行为．时常练习中，一定要注意解析的规范性，这一点应从高考备考开始就要很好地落实，

始终把良好的解析习惯放在备考的每一个环节中. 教学中, 老师要带头示范, 学生要努力学习, 力争一个解析过程能书写规范, 结构合理, 详略得当, 短小精悍, 逻辑严密, 给人以数学美的享受.

六、从长期训练中提升运算能力. 对于很大一部分学生而言, 数学高考时往往会产生时间不够以及“会而不对”的现象, 出现上述现象的一个重要原因是学生运算能力不高. 由于运算能力不高, 导致一道题目前面运算错误, 后面就跟着出错, 既浪费时间又严重影响正确率. 运算能力的提高, 不是一朝一夕的事, 而是靠长期的训练形成的. 在平时, 一定要把运算能力的提高放在一个突出的位置.

七、从课程标准中熟悉新增内容. 新课标体现了课程改革的基本思想和新时期的培养目标, 使之能与现代生活及科技发展相适应. 新课标新增加的内容与现实生活密切联系, 试题的原型在生活中随手可得, 具有很强的应用性. 为实现新课标的 目标, 体现新课标新增加内容的必要性,新课标新增加的内容一般都会在高考题中呈现.因此, 在备考中要关注新课标, 熟悉新课标新增加的内容.

八、从解析题型中融汇数学思想. 备考中, 要养成学中有思、思中有学、学思有机结合的良好习惯. 首先, 从具体题目的解析中进行反思、总结、体会数学思想方法, 并在新的学习中验证; 其次, 用数学中的思想方法指导对题目的解析, 数学命题的命题形式和知识背景是千变万化的, 但其中蕴含的数学思想方法却往往是比较单一的, 把握了它, 就找准了解析的切入点, 抓住了解析的关键. 长期坚持学思有机结合, 在不断解析题型中把数学知识和数学思想方法有机融为一体. 这样, 才能做到举一反三, 事半功倍.

九、从模拟训练中领悟试题构成. 老师要清楚高考试卷结构、试题组成及题型, 并让学生领会掌握. 备考中, 所模拟的试卷结构、试题组成及题型要与高考试卷的结构、试题组成及题型保持一致, 针对高考考点所训练的题型要直接服务于高考, 少做或不做高考题型以外的题型, 如果能这样做, 就会在备考中少走弯路, 少做无用功.

总之, 数学高考的备考方略很多, 不仅要备知识、备能力、备方法, 还要备心理、备身体、备环境等. 这本《高考数学导航》以“新三基”和“新课标”为导向, 详尽盘点高考考点, 科学整合解析方略, 希望能给广大师生的高考备考带来实效. 由于时间仓促, 纰漏难免, 不足之处, 谨请指正.

郑有礼

目　录

第一章　集合与常用逻辑用语

考点一　集合

1．集合的概念

一般地，把某些指定对象集在一起就成为一个集合，其中每一个对象叫集合的元素，元素与集合的关系是属于或不属于，分别用“$\in$”或“$\notin$”表示．

2．集合中元素的三大特性

无序性、互异性、确定性．

3．集合的记法与常见数集的记法

集合常用大写拉丁字母或花括号来记，一些常见数集用特定大写拉丁字母来记．

(1) 整数集：Z；　(2) 非负整数集(自然数集)：N；　(3) 正整数集：N^*或N_+；

(4) 有理数集：Q；　(5) 实数集：R；　(6) 复数集：C．

4．集合的表示方法

(1) 列举法：把集合中元素一一列举在花括号内表示集合的方法；

(2) 描述法：用集合所含元素的共同特征表示集合的方法；

(3) 图示法：用一条封闭的曲线和它的内部表示集合的方法，这个图叫 Venn 图．

5．有限集、无限集、空集

含有有限个元素的集合叫有限集；含有无限个元素的集合叫无限集；不含任何元素的集合叫空集，空集用“Φ”表示．

考点二　区间

区间是集合的一种表示方法，具体情况如表 1-1 所示($a<b$，a 和 b 是区间的端点)．

定义	名称	符号	数轴表示
$\{x\mid a<x<b\}$	开区间	$(a,\ b)$	
$\{x\mid a\le x\le b\}$	闭区间	$[a,\ b]$	
$\{x\mid a\le x<b\}$	左闭右开区间	$[a,\ b)$	
$\{x\mid a<x\le b\}$	左开右闭区间	$(a,\ b]$	
$\{x\mid x\in R\}$	开区间	$(-\infty,\ +\infty)$	
$\{x\mid x<a\}$	开区间	$(-\infty,\ a)$	
$\{x\mid x>a\}$	开区间	$(a,\ +\infty)$	
$\{x\mid x\le a\}$	左开右闭区间	$(-\infty,\ a]$	
$\{x\mid x\ge a\}$	左闭右开区间	$[a,\ +\infty)$	

表 1-1

考点三　集合之间的基本关系

1．子集

若集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素，则称集合 A 是集合 B 的子集，记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$，读作"A 包含于 B"或"B 包含 A".

⑴ 空集是任何集合的子集，$\Phi\subseteq A$；⑵ 含有 n $(n\in N)$ 个元素的集合有 2^n 个子集；

⑶ 任一集合是它本身的子集，$A\subseteq A$；⑷ A，B，C 是三个集合，若 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$.

2．真子集

设 A，B 是两个集合，若 $A\subseteq B$，且 B 中至少有一个元素不属于 A，则称 A 是 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$，读作"A 真包含于 B"或"B 真包含 A".

⑴ 空集是任何非空集合的真子集；⑵ A，B，C 是三个集合，若 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，则 $A\subsetneqq C$；

⑶ 一个集合不是它本身的真子集；⑷ 含有 n $(n\in N_+)$ 个元素的集合有 (2^n-1) 个真子集.

3．集合相等

一般地，A，B 为两个集合，若 $A\subseteq B$，$B\subseteq A$，则 A，B 两个集合相等，记作 $A=B$.

考点四　集合之间的运算

1．交集

一般地，由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合叫 A 与 B 的交集，记作 $A\cap B$，$A\cap B=\{x\,|\,x\in A$，且 $x\in B\}$．笼统地说，两个集合的所有公共元素组成的集合就是这两个集合的交集．用图示法可表示为图 1-1．$A\cap A=A$，$A\cap\Phi=\Phi$，$A\cap B=B\cap A$.

2．并集

一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合叫 A 与 B 的并集，记作 $A\cup B$，$A\cup B=\{x\,|\,x\in A$，或 $x\in B\}$．笼统地说，两个集合的所有元素合在一起形成的集合就是这两个集合的并集．用图示法可表示为图 1-2．$A\cup A=A$，$A\cup\Phi=A$，$A\cup B=B\cup A$.

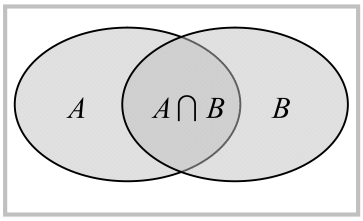

图 1-1

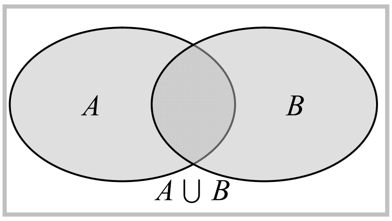

图 1-2

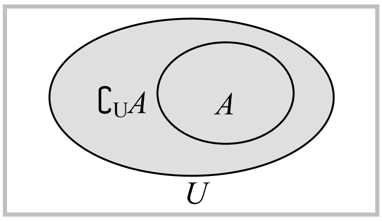

图 1-3

3．补集

一般地，设 A，U 为两个集合，A 是 U 的子集，即 $A\subseteq U$，由 U 中所有不属于 A 的元素构成的集合叫 U 中 A 的补集，记作：$\complement_U A$，此时 U 叫全集，$\complement_U A=\{x\,|\,x\in U$ 且 $x\notin A\}$．用图示法可以表示为图 1-3．$A\cup(\complement_U A)=U$，$A\cap(\complement_U A)=\Phi$，$\complement_U(\complement_U A)=A$.

考点五　不等式的解法

详见第八章《不等式及其选讲》.

考点六　命题与逻辑联结词

1．命题与命题的形式

能够判断真假的陈述语句叫命题．判断正确的叫真命题，判断错误的叫假命题．任何命题都可以写成“若 p 则 q”的形式，p 为命题的条件，q 为命题的结论．我们也可以用小写英文字母表示命题，如：命题 p，命题 q 等．

2．逻辑联结词与复合命题

有些命题含有“或”“且”“非”等词，这些词叫逻辑联结词．不含逻辑联结词的命题叫简单命题，简单命题与逻辑联结词构成的命题叫复合命题．含有“或”的复合命题可以表示成“$p \vee q$”的形式；含有“且”的复合命题可以表示成“$p \wedge q$”的形式；含有“非”的复合命题可以表示成“$\neg p$”的形式．“$\neg p$”也叫命题 p 的否定，命题的否定实际上是命题的条件不变，只将结论进行否定．

3．复合命题的真值表

复合命题的真假可以通过表 1-2 来判断，记忆方法是：一真“或”为真，一假“且”为假．

$\neg p$	p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
假	真	真	真	真
假	真	假	假	真
真	假	真	假	真
真	假	假	假	假

表 1-2

4．四种命题及其关系

⑴ 四种命题

一般地，若一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论和条件，则这两个命题叫互逆命题，其中一个叫原命题，另一个叫原命题的逆命题；若一个命题的条件和结论分别是另一个命题的条件的否定和结论的否定，则这两个命题叫互否命题，其中一个叫原命题，另一个叫原命题的否命题；若一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论的否定和条件的否定，则这两个命题叫互为逆否命题，其中一个叫原命题，另一个叫原命题的逆否命题．若原命题为“若 p 则 q”，则它的逆命题为“若 q 则 p”；否命题为“若 $\neg p$ 则 $\neg q$”；逆否命题为“若 $\neg q$ 则 $\neg p$”．

⑵ 四种命题之间的相互关系(如图 1-4 所示)

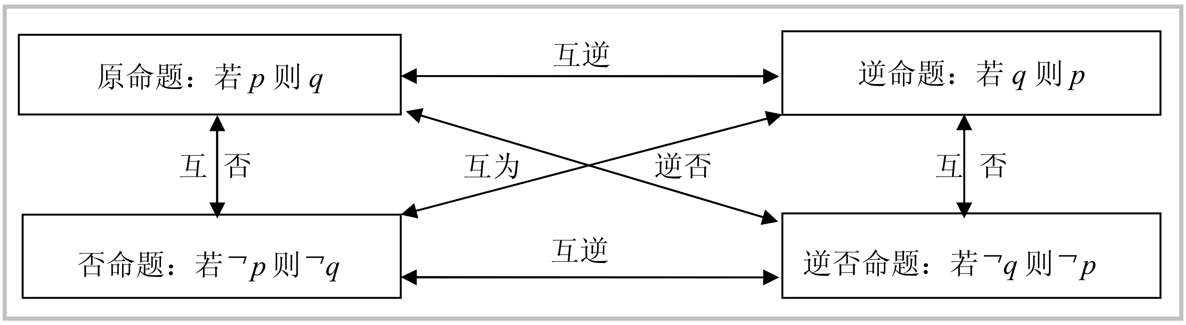

图 1-4

原命题的真假与它的逆命题的真假无关，也与它的否命题的真假无关，但原命题与它的逆否命题同真同假．原命题的逆命题与否命题互为逆否命题，它们也同真同假，我们可以利用原命题的逆否命题的真假来判断原命题的真假．

5．命题的否定与否命题

命题的否定是命题的条件不变，只将结论进行否定；命题的否命题是将命题的条件与结论同时进行否定．我们在写命题的否定或否命题时要注意一些常见词的否定词，常见词的否定词详见表 1-3．

原　词	$\in$	$>$	$\neq$	或	能	是	全是	都是	全部	任意两个	任意的	至少有一个	至多有 n 个
否定词	$\notin$	$\leqslant$	$=$	且	不能	不是	不全是	不都是	某些某个	某两个	某个	一个也没有	至少有 $(n+1)$ 个

表 1-3

6．反证法

反证法的理论依据是一个命题与它的逆否命题同真同假，它是从命题结论的否定入手证明原命题为真的一种证明方法，其步骤是：

“一假设”——即为命题结论的否定；

“二推理”——在假设的基础上进行推理，把假设当成已知条件进行推理；

“三矛盾”——推出与已知条件或数学真命题之间的矛盾，也可以从两个不同方向推出的自相矛盾；

“四肯定”——矛盾说明假设错误，原命题正确．

考点七　全称命题与特称命题

1．全称量词与全称命题

短语“所有的”“任意的”“每一个”“全部”等表示全部对象，在逻辑中叫全称量词，用“$\forall$”表示，含有全称量词的命题叫全称命题．全称命题“对 M 中任意一个 x，有 $p(x)$ 成立”可用符号简记为：$\forall x\in M$，$p(x)$．

2．存在量词与特称命题

短语“存在一个”“至少有一个”“某些”“某几个”等表示部分对象或一个对象，在逻辑中叫存在量词，用“$\exists$”表示，含有存在量词的命题叫特称命题．特称命题“存在 M 中的一个 x_0，使 $p(x_0)$ 成立”可用符号简记为：$\exists x_0\in M$，$p(x_0)$．

3．全称命题与特称命题的否定

全称命题的否定为特称命题，特称命题的否定为全称命题．

全称命题 p：$\forall x\in M$，$p(x)$ 的否定为 $\neg p$：$\exists x_0\in M$，$\neg p(x_0)$，是特称命题．

特称命题 p：$\exists x_0\in M$，$p(x_0)$ 的否定为 $\neg p$：$\forall x\in M$，$\neg p(x)$，是全称命题．

4．命题的三段论

给出命题：$\forall a$，$b\in R$，若 $ab>0$，则 $a>0$．这一命题是由三段构成的，它的最前面的一段“$\forall a$，$b\in R$”是命题的大前提，高中数学中的许多命题由三段构成，我们在改写这些命题的

逆命题、否命题、逆否命题、命题的否定时命题的大前提千万不能变．该命题的

逆命题是：$\forall a$，$b\in R$，若 $a>0$，则 $ab>0$；逆否命题是：$\forall a$，$b\in R$，若 $a\le 0$，则 $ab\le 0$；

否命题是：$\forall a$，$b\in R$，若 $ab\le 0$，则 $a\le 0$；命题否定是：$\forall a$，$b\in R$，若 $ab>0$，则 $a\le 0$.

考点八　充分条件与必要条件

1．定义

若 $p\Rightarrow q$，则 p 是 q 的充分条件；q 是 p 的必要条件.

2．四种条件

⑴ 若 $p\Rightarrow q$，$q\Rightarrow p$(简记为“$p\Leftrightarrow q$”)，则 p 是 q 的充分必要条件(简称 p 是 q 的充要条件)，　此时 q 也是 p 的充要条件；

⑵ 若 $p\Rightarrow q$，$q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的充分不必要条件，q 是 p 的必要不充分条件；

⑶ 若 $p\nRightarrow q$，$q\Rightarrow p$，则 p 是 q 的必要不充分条件，q 是 p 的充分不必要条件；

⑷ 若 $p\nRightarrow q$，$q\nRightarrow p$，则 p 是 q 的既不充分又不必要条件，q 也是 p 的既不充分又不必要条件.

3．充分条件、必要条件的判断方法

⑴ 定义法

⑵ 集合法

构造集合 A 为条件 p 所对应的集合，B 为条件 q 所对应的集合.

① 若 $A\subseteq B$，则 $p\Rightarrow q$，p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件；

② 若 $A=B$，则 $p\Leftrightarrow q$，p 是 q 的充要条件，q 也是 p 的充要条件；

③ 若 $A\subsetneqq B$，则 $p\Rightarrow q$，$q\nRightarrow p$，p 是 q 的充分不必要条件，q 是 p 的必要不充分条件；

④ 若 $A\nsubseteq B$，$B\nsubseteq A$，则 $p\nRightarrow q$，$q\nRightarrow p$，p 是 q 的既不充分又不必要条件，q 也是 p 的既不充分又不必要条件.

⑶ 逆否法

命题若 p 则 q 为真，从而 $p\Rightarrow q$；若 p 则 q 为假，从而 $p\nRightarrow q$．因而可以用命题的真假来判断充分条件、必要条件．原命题与它的逆否命题等价，所以可以通过逆否命题来判断原命题的真假．于是，可以用逆否命题来做条件的判断.

① 若 $\neg p\Rightarrow\neg q$，则 p 是 q 的必要条件，q 是 p 的充分条件；

② 若 $\neg p\Leftrightarrow\neg q$，则 p 是 q 的充要条件，q 也是 p 的充要条件；

③ 若 $\neg p\Rightarrow\neg q$，$\neg q\nRightarrow\neg p$，则 p 是 q 的必要不充分条件，q 是 p 的充分不必要条件；

④ 若 $\neg p\nRightarrow\neg q$，$\neg q\nRightarrow\neg p$，则 p 是 q 的既不充分又不必要条件，q 也是 p 的既不充分又不必要条件.

4．原命题、逆命题的真假与充分条件、必要条件