

我的能量超乎你想象

课堂点睛

主编 高明俊 加玉杰

一本点睛·点亮一生

数学 | 九年级
»下册



四川大学出版社



我的能量超乎你想象



主编 高明俊 加玉杰

一本点睛·点亮一生

数学 | 九年级
»下册



四川大学出版社

项目策划：唐 飞
责任编辑：唐 飞
责任校对：蒋 玥
封面设计：湖北梯田文化传播有限公司
责任印制：王 炜

图书在版编目（CIP）数据

课堂点睛·数学九年级·下册 / 高明俊，加玉杰主编. — 成都 : 四川大学出版社, 2019.9
ISBN 978-7-5690-3131-7

I . ①课… II . ①高… ②加… III . ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV . ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 232841 号

书名 课堂点睛·数学九年级·下册

KETANGDIANJIING · SHUXUEJIUNIANJI · XIACE

主 编 高明俊 加玉杰
出 版 四川大学出版社
地 址 成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发 行 四川大学出版社
书 号 ISBN 978-7-5690-3131-7
印 刷 沈阳市新天龙印刷有限公司
成品尺寸 210mm×295mm
印 张 10
字 数 342 千字
版 次 2019 年 11 月第 1 版
印 次 2019 年 11 月第 1 次印刷
定 价 43.80 元

版权所有 ◆ 侵权必究

- ◆ 读者邮购本书，请与本社发行科联系。
电话：(028) 85408408 / (028) 85401670 /
(028) 86408023 邮政编码：610065
- ◆ 本社图书如有印装质量问题，请寄回出版社调换。
- ◆ 网址：<http://press.scu.edu.cn>



四川大学出版社
微信公众号

C 目录

CONTENTS

| 经 | 典 | 教 | 辅 |
JINGDIANJIAOFU

第 24 章 圆

24.1 旋转	(1)
第 1 课时 图形的旋转	(1)
第 2 课时 中心对称	(3)
第 3 课时 图形在平面直角坐标系中的旋转(阅读与欣赏)	(5)
滚动小专题(一) 平面图形旋转的分类探究	(7)
24.2 圆的基本性质	(9)
第 1 课时 圆的有关概念	(9)
第 2 课时 垂径定理	(11)
第 3 课时 弦、弧、圆心角、弦心距之间的关系	(13)
第 4 课时 圆的确定	(15)
24.3 圆周角	(17)
第 1 课时 圆周角定理及其推论	(17)
第 2 课时 圆内接四边形	(19)
24.4 直线与圆的位置关系	(21)
第 1 课时 直线与圆的位置关系及切线的性质	(21)
第 2 课时 切线的判定	(23)
第 3 课时 切线长定理	(25)
24.5 三角形的内切圆	(27)
24.6 正多边形与圆	(29)
第 1 课时 正多边形与圆	(29)
第 2 课时 正多边形的性质	(31)
24.7 弧长与扇形面积	(33)
第 1 课时 弧长与扇形面积	(33)
第 2 课时 圆锥的侧面积	(35)
24.8 综合与实践 进球线路与最佳射门角	(37)
滚动小专题(二) 求与圆有关的面积方法探索	(38)
滚动小专题(三) 在圆中构造直角解题的方法探索	(39)
滚动小专题(四) 判定切线的两种方法	(40)
滚动小专题(五) 圆中多解问题的分类讨论	(41)
滚动小专题(六) 圆与相似的综合应用	(43)
滚动小专题(七) 圆与函数的综合应用	(45)
滚动小专题(八) 圆与运动的综合探索	(47)





第 25 章 投影与视图

25. 1	投影	(49)
25. 2	三视图	(51)
	第 1 课时 三视图的画法	(51)
	第 2 课时 由三视图确定几何体	(53)
	滚动小专题(九) 投影与视图中的计算	(55)



第 26 章 概率初步

26. 1	随机事件	(57)
26. 2	等可能情形下的概率计算	(59)
	第 1 课时 较简单的概率计算	(59)
	第 2 课时 用树状图和列表法求概率	(61)
	第 3 课时 概率在实际生活中的应用	(63)
26. 3	用频率估计概率	(65)
26. 4	综合与实践 概率在遗传学中的应用	(67)
	滚动小专题(十) 摸球试验中概率分类求法探索	(69)
	滚动小专题(十一) 概率的综合应用	(71)

双休专练(可以单独拆开使用)

双休作业(一) (24. 1)	(72)
双休作业(二) (24. 2)	(74)
双休作业(三) (24. 3~24. 4)	(76)
双休作业(四) (24. 5~24. 8)	(78)
双休作业(五) (25. 1~25. 2)	(80)
双休作业(六) (26. 1~26. 4)	(82)
第 24 章综合测试卷	(84)
第 25 章综合测试卷	(90)
第 26 章综合测试卷	(96)
期中综合测试卷	(102)
期末综合测试卷	(108)



九年级全册期末复习专项训练

专项训练卷(一) 二次函数与反比例函数	(114)
专项训练卷(二) 相似形与解直角三角形	(120)
专项训练卷(三) 圆	(126)
专项训练卷(四) 概率初步与投影视图	(132)
九年级全册综合测试卷	(138)
参考答案	(144)



第24章 圆

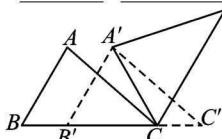


24.1 旋转

名师讲解

名题引路

例1 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4$, $BC=6$, $\angle B=60^\circ$,将 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移,得到 $\triangle A'B'C'$,再将 $\triangle A'B'C'$ 绕点 A' 逆时针旋转一定角度后,点 B' 恰好与点 C 重合,则平移的距离和旋转角的度数分别为_____,_____.



分析:由平移的性质可得 $A'B'=AB=4$, $\angle A'B'C'=\angle ABC=60^\circ$,由旋转的性质可得 $A'B'=A'C$, $\therefore \triangle A'B'C$ 是等边三角形, \therefore 平移的距离 $BB'=BC-B'C=6-4=2$,旋转角 $\angle B'A'C=60^\circ$.
答案:2;60°

名师点睛

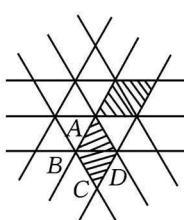
经过旋转,图形上的每一点都绕着旋转中心沿相同方向转动了相同的角度,旋转后的对应线段相等,对应角相等,图形的形状与大小都没有发生变化.



易错专攻

旋转角的定义理解不透.

例2 万花筒的一个图案如图所示,图中所有小三角形均是全等三角形,其中把菱形 $ABCD$ 以 A 为中心,怎样旋转可得图中另一阴影的菱形



- A. 顺时针旋转 60°
- B. 顺时针旋转 120°
- C. 逆时针旋转 60°
- D. 逆时针旋转 120°

学生解答:



自主预习

梳理要点

- 在平面内,一个图形绕着某一定点(如点 O)____一定的角度(如 θ),得到另一个图形的变换叫做旋转,定点 O 叫做_____,转动的角度叫做_____.
- 旋转变换的性质:①对应点到旋转中心的距离_____;②对应点与旋转中心的连线所成的角相等,都等于_____;③旋转前后的两个图形_____;
- ④旋转中心是唯一_____.
- 在平面内,一个图形绕着某一定点旋转一定的角度后,能够与原图形重合,这样的图形叫做_____,这个定点就是旋转中心.

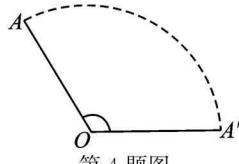


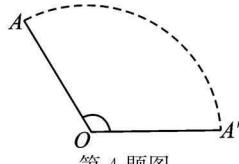
随堂过关

夯实基础

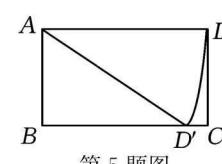
- 下列运动形式属于旋转的是 ()
 A. 钟表上钟摆的摆动 B. 投篮过程中球的运动
 C. “神十”火箭升空的运动 D. 传送带上物体位置的变化
- (合肥市二十八中月考)下列图形中,是旋转对称图形的是 ()

- 一个图形经过旋转,有以下说法:①对应线段相等;②对应角相等;③不改变图形的形状和大小.其中正确的有 ()
 A. ①②③ B. ①② C. ①③ D. ②③

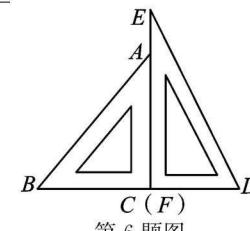
- (教材变式题)如图,将线段 OA 绕 O 点顺时针旋转一定的角度后得到线段 OA' ,则旋转中心是点_____,旋转角是_____,点 A 的对应点是点_____.




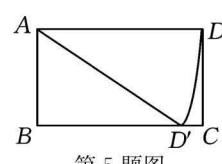
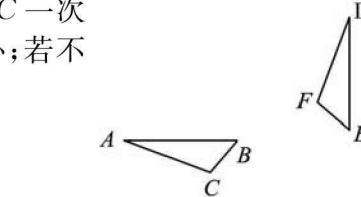
第4题图



第5题图



第6题图

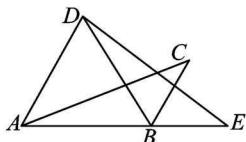
- 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=1$, $AD=2$, AD 绕着点 A 顺时针旋转,当点 D 落在 BC 上点 D' 时,则 $AD'=$ _____, $\angle AD'B=$ _____.

- (上海市中考)一副三角尺按如图的位置摆放(顶点 C 与 F 重合,边 CA 与边 FE 叠合,顶点 B 、 C 、 D 在一条直线上),将三角尺 DEF 绕着点 F 按顺时针方向旋转 n° 后($0 < n < 180$),如果 $EF \parallel AB$,那么 n 的值是_____.

- 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\triangle DEF$ 能否通过 $\triangle ABC$ 一次旋转得到,若能,请用直尺和圆规画出旋转中心;若不能,请简要说明理由.


第7题图

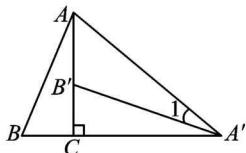

巩固强化 —— 提升能力

8. (天津市中考)(易错题)如图,将 $\triangle ABC$ 绕点B顺时针旋转 60° 得 $\triangle DBE$,点C的对应点E恰好落在AB延长线上,连接AD,下列结论一定正确的是 ()

- A. $\angle ABD = \angle E$
B. $\angle CBE = \angle C$
C. $AD \parallel BC$
D. $AD = BC$



第8题图

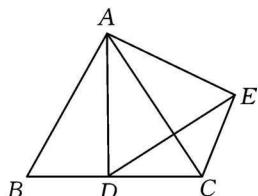


第9题图

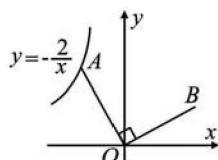
9. (菏泽市中考)如图,将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕直角顶点C顺时针旋转 90° ,得到 $\triangle A'B'C$,连接 AA' ,若 $\angle 1=25^\circ$,则 $\angle BAA'$ 的度数是 ()

- A. 55° B. 60° C. 65° D. 70°

10. 如图,在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$,D是BC的中点,将 $\triangle ABD$ 绕点A旋转后得到 $\triangle ACE$,那么线段DE的长度为_____.



第10题图

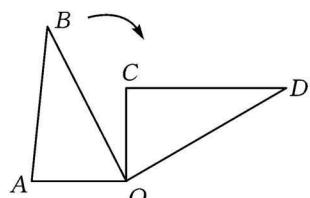


第11题图

11. (扬州市中考)如图,已知点A是反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象上的一个动点,连接OA,若将线段OA绕点O顺时针旋转 90° 得到线段OB,则点B所在图象的函数表达式为_____.

12. 如图, $\triangle AOB$ 绕O点按顺时针方向旋转得到 $\triangle COD$,当 $OA \perp OC$ 时,在这个旋转过程中:

- (1)旋转中心是什么? 旋转角是什么? 为多少度?
(2)试用旋转知识说明 $\triangle AOB \cong \triangle COD$.
(3)AB与CD在位置和大小上有何关系?

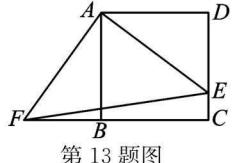


第12题图

班级: _____ 姓名: _____



13. 如图,四边形ABCD是正方形,E,F分别是DC和CB的延长线上的点,且 $DE=BF$,连接AE,AF,EF.
(1)求证: $\triangle ADE \cong \triangle ABF$;
(2)填空: $\triangle ABF$ 可以由 $\triangle ADE$ 绕旋转中心_____点,按顺时针方向旋转_____度得到;
(3)若 $BC=8$, $DE=6$,求 $\triangle AEF$ 的面积.

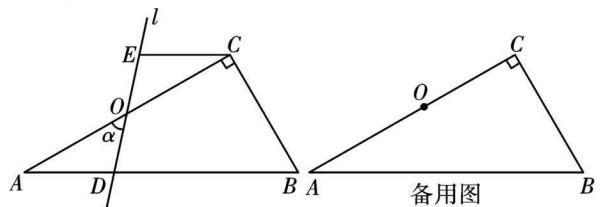


第13题图

拓展创新 —— 尖子生挑战

14. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle B=60^\circ$, $BC=2$.点O是AC的中点,过点O的直线l从与AC重合的位置开始,绕点O作逆时针旋转,交AB边于点D,过点C作 $CE \parallel AB$ 交直线l于点E,设直线l的旋转角为 α .

- (1)①当 $\alpha=$ _____度时,四边形EDBC是等腰梯形,此时 AD 的长为_____;
②当 $\alpha=$ _____度时,四边形EDBC是直角梯形,此时 AD 的长为_____.
- (2)当 $\alpha=90^\circ$ 时,判断四边形EDBC是否为菱形,并说明理由.



第14题图



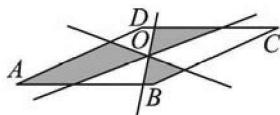
第2课时 中心对称

名师讲解



名题引路

例1 如图,点O是菱形ABCD两条对角线的交点,过O点的三条直线将菱形分成六个部分,当菱形的对角线的长分别为6和8时,则阴影部分的面积是_____.



分析:由菱形的面积公式可求得 $S=\frac{1}{2} \times 6 \times 8=24$,又因为菱形是中心对称图形,点O是其对称中心,根据中心对称性质可知阴影部分面积为 $\frac{1}{2} \times 24=12$.

答案:12



名师点睛

- 首先要判定此图形是否是中心对称图形,然后再根据其性质求解.
- 经过对称中心的直线将中心对称图形分成面积相等的两部分.



易错专攻

没有掌握中心对称图形的概念导致出错.

例2 下列图形:①平行四边形;②等边三角形;③正方形;④线段;⑤圆.其中是中心对称图形的是_____ (只填序号).

学生解答:

自主预习

——梳理要点

- 把一个图形绕着某一个点旋转 180° ,如果它能与另一个图形重合,那么就说这两个图形关于这个点_____,这个点叫做_____,这两个图形中的对应点叫做关于中心的_____.
- 成中心对称的两个图形,对应点的连线经过_____,且被对称中心所_____.
- 把一个图形绕某一个点旋转 180° ,如果旋转后的图形能和原来的图形互相重合,那么这个图形叫做_____,这个点就是它的_____.

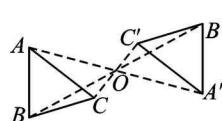


随堂过关

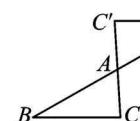
——夯实基础

- (张掖市中考)下面四个手机应用图标中,属于中心对称图形的是()
- A. B. C. D. ()
- 下列说法中,正确的是
 - 形状和大小完全相同的两个图形成中心对称
 - 成中心对称的两个图形必重合
 - 成中心对称的两个图形形状和大小完全相同
 - 旋转后能重合的两个图形成中心对称
- 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是成中心对称,下列说法不正确的是()

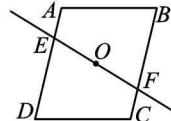
A. $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle A'B'C'}$	B. $AB=A'B', AC=A'C', BC=B'C'$
C. $AB//A'B', AC//A'C', BC//B'C'$	D. $S_{\triangle ACO}=S_{\triangle A'B'O}$



第3题图



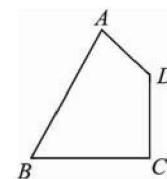
第4题图



第5题图

- 如图是一个以点A为对称中心的中心对称图形,若 $\angle C=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, $AC=1$,则 BB' 的长为_____.
- 如图,直线EF经过平行四边形ABCD的对角线的交点O,若 $AE=3cm$,四边形AEFB的面积为 $15cm^2$,则 $CF=$ _____,四边形EDCF的面积为_____.
- (教材变式题)如图,四边形ABCD绕D点旋转 180° ,请作出旋转后的图案,并回答下列问题:

- 这两个图形是成中心对称的图形吗?如果是,对称中心是哪一点?如果不是,请说明理由.
- 如果是中心对称,那么点A,B,C,D关于对称中心的对称点是哪些点?



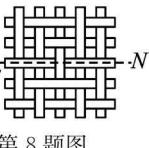
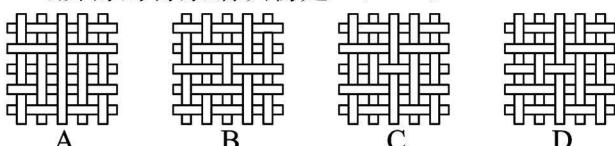
第6题图


巩固强化
提升能力

7. 下列图形中,既是轴对称又是中心对称图形的是()

A. 菱形 B. 等边三角形
C. 平行四边形 D. 等腰梯形

- 8.(义乌市中考)一块竹条编织物,先将其按如图所示绕直线 MN 翻转 180° ,再将它按逆时针方向旋转 90° ,所得的竹条编织物是()

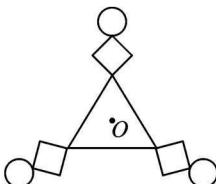


第 8 题图

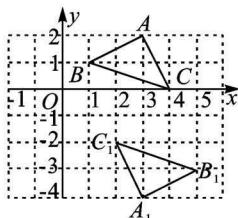
- 9.(宁夏回族自治区中考)在平面直角坐标系中,点 $(3, -2)$ 关于原点对称的点是()

A. $(-3, 2)$ B. $(-3, -2)$
C. $(3, -2)$ D. $(3, 2)$

- 10.(易错题)如图是两张全等的图案,它们完全重合地叠放在一起,按住下面的图案不动,将上面图案绕点 O 顺时针旋转,至少旋转____度后,两张图案构成的图形是中心对称图形.



第 10 题图

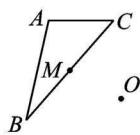


第 11 题图

11. 如图,在平面直角坐标系中,若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 E 点成中心对称,则对称中心 E 点的坐标是_____.

12. 如图,已知点 M 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中点,点 O 是 $\triangle ABC$ 外一点.

- (1)画 $\triangle A'B'C'$,使 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 关于点 M 成中心对称;
(2)画 $\triangle A''B''C''$,使 $\triangle A''B''C''$ 与 $\triangle ABC$ 关于点 O 成中心对称.



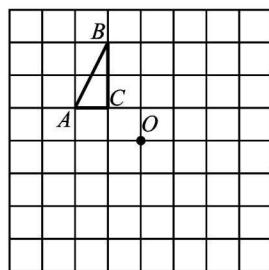
第 12 题图

班级: _____ 姓名: _____



- 13.(阜阳市十五中期中)如图,每个小方格都是边长为 1 个单位长度的小正方形.

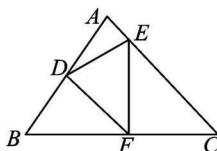
- (1) 将 $\triangle ABC$ 向右平移 3 个单位长度,画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$;
(2) 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 旋转 180° ,画出旋转后的 $\triangle A_2B_2C_2$;
(3) 画出一条直线将 $\triangle AC_1A_2$ 的面积分成相等的两部分.



第 13 题图


拓展创新
尖子生挑战

14. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 边的中点,点 E 、 F 分别在 AC 、 BC 上,你能得到 $\triangle ADE$ 、 $\triangle BDF$ 的面积之和与 $\triangle DEF$ 的面积大小关系吗? 说说你的理由.



第 14 题图

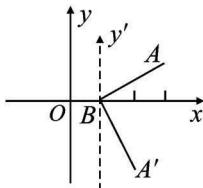


第3课时 图形在平面直角坐标系中的旋转(阅读与欣赏)

名师讲解

名题引路

例1 如图,在平面直角坐标系中,点A,B的坐标分别为(3,1),(1,0),若将线段BA绕点B顺时针旋转90°得到线段BA',则点A'的坐标为_____.



分析:将y轴向右平移使原点与B重合,则A(2,1),根据绕原点旋转规律知,新坐标系下的A'坐标为(1,-2), $\therefore A'$ 在原坐标系中的坐标为(2,-2).

答案:(2,-2)

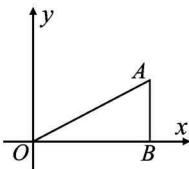
名师点睛

本题方法有两种:一是将坐标原点移至旋转中心转化为绕原点旋转,再根据其规律求解;二是直接利用图形性质求点坐标.

易错专攻

旋转方向没确定易产生漏解

例2 如图,在 $\triangle ABO$ 中, $AB \perp OB$, $OB = \sqrt{3}$, $AB = 1$,将 $\triangle ABO$ 绕O点旋转90°后得到 $\triangle A_1B_1O$,则点 A_1 的坐标为_____.



学生解答:

自主预习——梳理要点

1. 把一个图形绕原点(0,0)旋转一定角度,旋转后的坐标与原坐标有如下关系:

原图上一点 的坐标	以原点为旋转中心按逆时针方向旋转后对应点的坐标			
	旋转90°	旋转180°	旋转270°	旋转360°
(x,y)				

2. 把(x,y)变换成(x,y)的变换叫做恒等变换,一个图形绕原点作_____旋转是一个恒等变换.

随堂过关——夯实基础

1. 在平面直角坐标系中,把点P(-3,2)绕原点O顺时针旋转180°,所得到的对应点P'的坐标为_____ ()

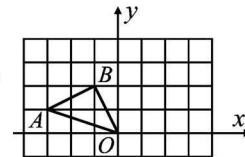
A. (3,2) B. (2,-3) C. (-3,-2) D. (3,-2)

2. 在平面直角坐标系中,将线段OA绕原点O逆时针旋转90°,记点A(-1, $\sqrt{3}$)的对应点为A₁,则A₁的坐标为_____ ()

A. ($\sqrt{3}$,1) B. (1, $\sqrt{3}$) C. (- $\sqrt{3}$,-1) D. (-1,- $\sqrt{3}$)

3. (教材变式题)如图,在方格纸上建立的平面直角坐标系中,将 $\triangle ABO$ 绕点O按逆时针方向旋转270°,得 $\triangle A'B'O'$,则点A'的坐标为_____ ()

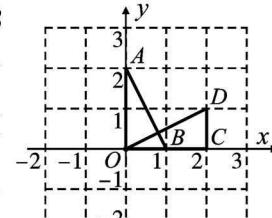
A. (3,1) B. (3,2) C. (2,3) D. (1,3)



第3题图

4. 若 $a < 0$,则点P(- a^2 , - $a+1$)关于原点的对称点P₁在第_____象限.

5. (北京市中考)如图,在平面直角坐标系xOy中, $\triangle AOB$ 可以看作是 $\triangle OCD$ 经过若干次图形的变化(平移、轴对称、旋转)得到的,写出一种由 $\triangle OCD$ 得到 $\triangle AOB$ 的过程:

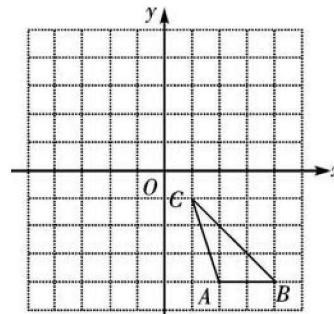


第5题图

6. 如图,正方形网格中,每个小正方形的边长都是一个单位长度,在平面直角坐标系内, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为A(2,-4),B(4,-4),C(1,-1).

(1)画出 $\triangle ABC$ 关于y轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$,直接写出点A₁的坐标_____.

(2)画出 $\triangle ABC$ 绕点O逆时针旋转90°后的 $\triangle A_2B_2C_2$.



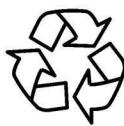
第6题图


巩固强化 —— 提升能力

7. 在以下绿色食品、回收、节能、节水四个标志中,是由某个基本图形经过旋转得到的是 ()



A



B



C



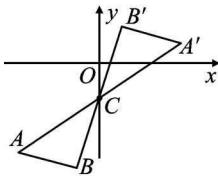
D

8. 已知点 $P(a, a+2)$ 在直线 $y=2x-1$ 上, 则点 P 关于原点的对称点 P' 的坐标可表示为 ()

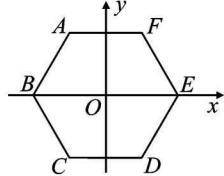
- A. (3, 5) B. (-3, 5)
C. (3, -5) D. (-3, -5)

9. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 $C(0, -1)$ 旋转 180° 得到 $\triangle A'B'C$, 设点 A' 的坐标为 (a, b) , 则点 A 的坐标为 ()

- A. (- a , - b) B. (- a , - b -1)
C. (- a , - b +1) D. (- a , - b -2)



第 9 题图

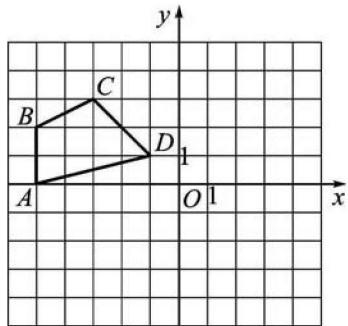


第 10 题图

10. (咸宁市中考) 如图, 边长为 4 的正六边形 $ABCDEF$ 的中心与坐标原点 O 重合, $AF \parallel x$ 轴, 将正六边形 $ABCDEF$ 绕原点 O 顺时针旋转 n 次, 每次旋转 60° , 当 $n=2017$ 时, 顶点 A 的坐标为 _____.

11. (易错题) 已知直线 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 把 $\triangle AOB$ 绕点 A 旋转 90° 后得到 $\triangle AO'B'$, 则点 B' 的坐标是 _____.

12. 如图, 四边形 $ABCD$ 各顶点坐标分别为 $A(-5, 0)$, $B(-5, 2)$, $C(-3, 3)$, $D(-1, 1)$, 作出与四边形 $ABCD$ 关于原点 O 对称的图形四边形 $A'B'C'D'$.



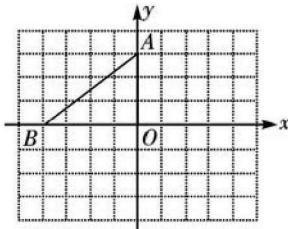
第 12 题图

班级: _____ 姓名: _____



13. 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标是 $(0, 3)$, 点 B 在 x 轴上, 将 $\triangle AOB$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle AEF$, 点 O 、 B 的对应点分别是点 E 、 F .

- (1) 若点 B 的坐标是 $(-4, 0)$, 请在图中画出 $\triangle AEF$, 并写出点 E 、 F 的坐标.
(2) 当点 F 落在 x 轴的上方时, 试写出一个符合条件的点 B 的坐标.



第 13 题图


拓展创新 —— 尖子生挑战

14. (河池市中考) 直线 l 的解析式为 $y=-2x+2$, 分别交 x 轴、 y 轴于点 A 、 B .

- (1) 写出 A 、 B 两点的坐标, 并画出直线 l 的图象;
(2) 将直线 l 向上平移 4 个单位得到 l_1 , l_1 交 x 轴于点 C , 作出 l_1 的图象, l_1 的解析式是 _____;

- (3) 将直线 l 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到 l_2 , l_2 交 l_1 于点 D , 作出 l_2 的图象, 求 $\tan \angle CAD$ 的值.



滚动小专题(一)

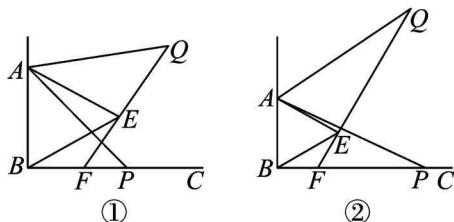
平面图形旋转的分类探究

类型 1 点的旋转

- 将点 $P(2,8)$ 绕着原点按逆时针方向旋转 270° 得到点 N , 则点 N 的坐标是_____.
- 已知点 $A(a-2b,-2)$ 与 $A'(-5,2a+b)$ 是关于原点 O 的对称点, 则 $a=$ _____, $b=$ _____.
- (芜湖市九中月考) 已知点 $A(-2,1)$ 与点 B 关于点 $(2,1)$ 对称, 则点 B 的坐标为_____.

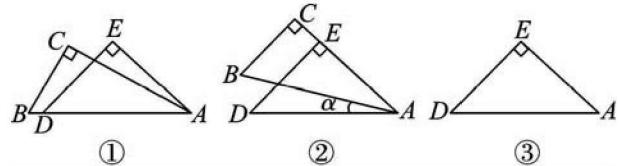
类型 2 线的旋转

- 如图, 已知 $\angle ABC=90^\circ$, $\triangle ABE$ 是等边三角形, 点 P 为射线 BC 上任意一点(点 P 与点 B 不重合), 连接 AP , 将线段 AP 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AQ , 连接 QE 并延长交射线 BC 于点 F .
 - 如图①, 当 $BP=BA$ 时, $\angle EBF=$ ____°, 猜想 $\angle QFC=$ ____°;
 - 如图②, 当点 P 为射线 BC 上任意一点时, 猜想 $\angle QFC$ 的度数, 并说明理由.



第 4 题图

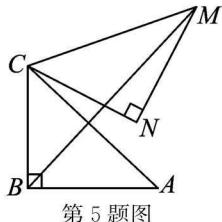
- (2) 请在图③中再画一种符合要求的图形, 标出 $\angle \alpha$, 并指出此时平行的边与 $\angle \alpha$ 的度数.



第 6 题图

类型 3 三角形的旋转

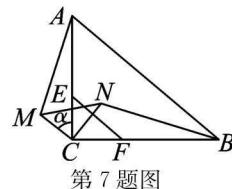
- 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=BC=\sqrt{2}$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 60° , 得到 $\triangle MNC$, 连接 BM , 则 BM 的长是_____.
- 一副直角三角板如图①叠放, 现将含 45° 角的三角板 ADE 固定不动, 把含 30° 角的三角板 ABC 绕顶点 A 顺时针旋转 $\angle \alpha$ ($\angle \alpha=\angle BAD$ 且 $0^\circ < \angle \alpha < 180^\circ$), 使两块三角板至少有一组边平行.
 - 如图②, $\angle \alpha=$ ____°时, $BC \parallel DE$;



第 5 题图

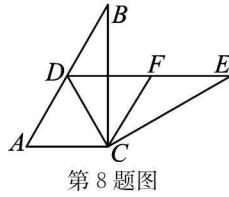
- 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CA=CB$, $\angle ACB=90^\circ$, E, F 分别是 CA, CB 边的三等分点, 将 $\triangle ECF$ 绕点 C 逆时针旋转 α 角($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 得到 $\triangle MCN$, 连接 AM, BN .

- 求证: $AM=BN$;
- 当 $MA \parallel CN$ 时, 试求旋转角 α 的余弦值.



第 7 题图

8. (咸宁市中考)如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 n 度后, 得到 $\triangle DEC$, 点 D 刚好落在 AB 边上.
(1)求 n 的值;
(2)若 F 是 DE 的中点, 判断四边形 ACFD 的形状, 并说明理由.

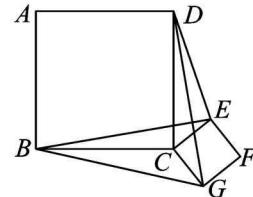


第 8 题图

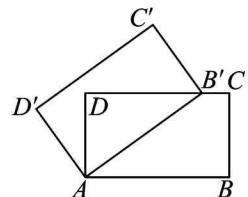
班级: _____ 姓名: _____

**类型 5 四边形的旋转**

11. (南充市中考)如图, 正方形 ABCD 和正方形 CEFG 边长分别为 a 和 b , 正方形 CEFG 绕点 C 旋转, 给出下列结论: ① $BE=DG$; ② $BE \perp DG$; ③ $DE^2+BG^2=2a^2+b^2$. 其中正确结论是 _____. (填序号)



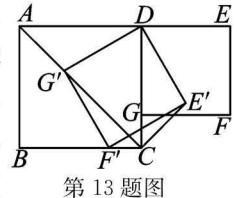
第 11 题图



第 12 题图

12. (吉林市中考)如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=5$, $AD=3$, 矩形 ABCD 绕着点 A 逆时针旋转一定角度得到矩形 $AB'C'D'$. 若点 B' 的对应点 B' 落在边 CD 上, 则 $B'C$ 的长为 _____.

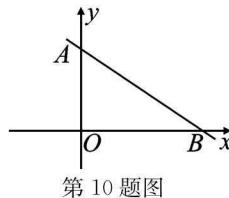
13. (兰州市中考)如图, 在正方形 ABCD 和正方形 DEFG 中, 点 G 在 CD 上, $DE=2$, 将正方形 DEFG 绕点 D 顺时针旋转 60° , 得到正方形 $DE'F'G'$, 此时点 G' 在 AC 上, 连接 CE' , 则 $CE'+CG'=_____$.



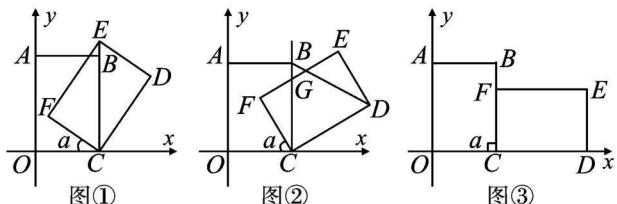
第 13 题图

14. 把边长分别为 4 和 6 的矩形 ABCO 如图放在平面直角坐标系中, 将它绕点 C 顺时针旋转 a 角, 旋转后的矩形记为矩形 EDCF. 在旋转过程中:

- (1)如图①, 当点 E 在射线 CB 上时, E 点坐标为 ____;
(2)当 $\triangle CBD$ 是等边三角形时, 旋转角 a 的度数是 ____ (a 为锐角时);
(3)如图②, 设 EF 与 BC 交于点 G, 当 $EG=CG$ 时, 求点 G 的坐标;
(4)如图③, 当旋转角 $a=90^\circ$ 时, 请判断矩形 EDCF 的对称中心 H 是否在以 C 为顶点, 且经过点 A 的抛物线上.



第 10 题图



第 14 题图



24.2 圆的基本性质

第1课时 圆的有关概念

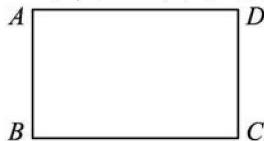
名师讲解

名题引路

例1 如图所示,已知在矩形ABCD中,AB=3,BC=4.

(1)若以点A为圆心,4为半径作 $\odot A$,请判断点B、点C、点D与 $\odot A$ 的位置关系.

(2)若以点A为圆心作 $\odot A$,使B、C、D三点至少有一点在圆内且至少有一点在圆外,试确定 $\odot A$ 的半径r的取值范围.



答案:(1)因为 $AB=3<4$,所以点B在 $\odot A$ 内.因为 $AC=\sqrt{3^2+4^2}=5>4$,所以点C在 $\odot A$ 外.因为 $AD=4$,所以点D在 $\odot A$ 上.

(2)因为 $AB<AD<AC$,所以满足条件的 $\odot A$ 的半径r的取值范围是 $3 < r < 5$.

点拨:判断位置关系,划归为各点到A点的距离的数量关系,又是数形结合的体现,本题难在“至少有一点在 $\odot A$ 内,至少有一点在 $\odot A$ 外”即最近点B在 $\odot A$ 内,最远点C在 $\odot A$ 外.

名师点睛

- 理解圆的概念时,要注意“圆指的是圆周,而不是圆面”.
- 判断点与圆的位置关系时,一般先求出该点到圆心的距离,再利用数量关系与位置关系作出判断即可.
- 注意直径与弦、半圆与弧都是既有联系又有区别的概念.

易错专攻

忽视问题的多种情况而出错.

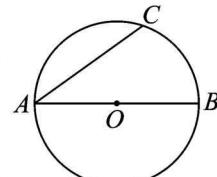
例2 若 $\odot O$ 所在平面内一点P到 $\odot O$ 上的点最大距离为a,最小距离为b($a>b$),则此圆的半径为_____.

学生解答:

自主预习

梳理要点

- 在平面内,线段OP绕着它固定的一个端点O_____,则另一个端点P所形成的_____叫做圆;圆也可以看成平面内到定点的距离等于_____的所有点组成的图形.以点O为圆心的圆,记作“_____”,读作“圆O”.
- 点P与 $\odot O$ 的位置关系:(1)点P在 $\odot O$ 内 $\Leftrightarrow OP$ _____;
(2)点P在 $\odot O$ 上 $\Leftrightarrow OP$ _____;(3)点P在 $\odot O$ 外 $\Leftrightarrow OP$ _____.
- 如图,在 $\odot O$ 中,因为圆心O在AB上,因此AB为 $\odot O$ 的_____,AC为 $\odot O$ 的_____,劣弧为_____.

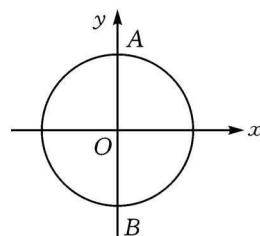


第3题图

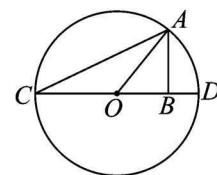
随堂过关

夯实基础

- 以已知点O为圆心,已知线段a为半径作圆,可以作()
A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 无数个
- 如图,以坐标原点O为圆心的圆与y轴交于点A、B,且 $OA=1$,则点B的坐标是()
A. (0,1) B. (0,-1) C. (1,0) D. (-1,0)



第2题图



第6题图

- 若 $\odot O$ 的半径为5cm,点A到圆心O的距离为6cm,那么点A与 $\odot O$ 的位置关系是()
A. 点A在圆外 B. 点A在圆上 C. 点A在圆内 D. 不能确定
- (教材变式题)若 $\odot O$ 的直径为20cm,有一点A(A与圆心O不重合)在 $\odot O$ 内,则OA的取值范围是()
A. $OA>20\text{cm}$ B. $0 < OA < 20\text{cm}$
C. $OA>10\text{cm}$ D. $0 < OA < 10\text{cm}$
- 下列结论正确的是()
A. 长度相等的两条弧是等弧 B. 半圆是弧
C. 半径是弦 D. 弧是半圆
- (芜湖市二十七中模拟)如图,CD是 $\odot O$ 的直径,若 $AB \perp CD$,垂足为B, $\angle OAB=40^\circ$,则 $\angle C$ 等于_____°.

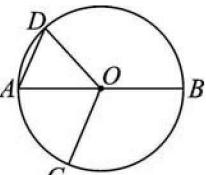

巩固强化 —— 提升能力

7. 有下列四个说法:①半径确定了,圆就确定了;②直径是弦;③弦是直径;④半圆是弧,但弧不一定是半圆. 其中错误的说法个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 如图,AB 是 $\odot O$ 的直径,点 C、D 在 $\odot O$ 上,且点 C、D 在 AB 的异侧,连接 AD、OD、OC. 若 $\angle AOC = 70^\circ$, 且 $AD \parallel OC$, 则 $\angle AOD$ 的度数为 ()

A. 70° B. 60° C. 50° D. 40°



第 8 题图

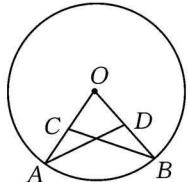
9. $\odot O$ 的半径 $r=5\text{cm}$, 圆心到直线 l 的距离 $OM=4\text{cm}$, 在直线 l 上有一点 P, 且 $PM=3\text{cm}$, 则点 P ()

A. 在 $\odot O$ 内
B. 在 $\odot O$ 上
C. 在 $\odot O$ 外
D. 可能在 $\odot O$ 上或在 $\odot O$ 内

10. (易错题) 某点和 $\odot O$ 上的最近点距离为 4cm , 最远点的距离为 9cm , 则这个圆的周长为 _____.

11. 已知 $\odot O$ 的半径为 4 , 点 P 与圆心 O 的距离为 d , 且方程 $x^2 - 4x + d = 0$ 有实数根, 则点 P 与 $\odot O$ 的位置关系为 _____.

12. 如图, OA 、 OB 为 $\odot O$ 的半径, C 、 D 分别为 OA 、 OB 的中点, 求证: $AD=BC$.

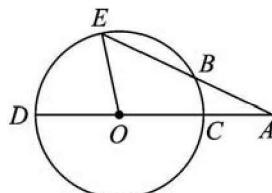


第 12 题图

班级: _____ 姓名: _____



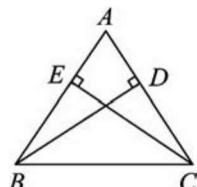
13. 如图,已知线段 AD 过圆心 O 交 $\odot O$ 于 D、C 两点, $\angle EOD=78^\circ$, AE 交 $\odot O$ 于点 B, 且 $AB=OC$, 求 $\angle A$ 的度数.



第 13 题图

拓展创新 —— 尖子生挑战

14. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, BD 、 CE 是两条高线,求证: B 、 C 、 D 、 E 四点在同一个圆上.



第 14 题图



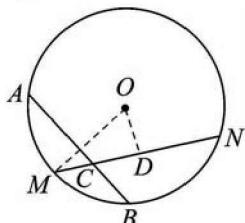
第2课时 垂径定理

名师讲解

名题引路

例1 如图, M 是 \widehat{AB} 的中点, 过点 M 的弦 MN 交 AB 与点 C , 已知 $\odot O$ 的半径为 4cm , $MN=4\sqrt{3}\text{cm}$.

- (1) 求圆心 O 到弦 MN 的距离;
(2) 求 $\angle ACM$ 的度数.



分析: 过 O 点作 $OD \perp MN$, 连接 OM 构造直角三角形求解. 求 $\angle ACM$ 转化为求 $\angle OMD$ 即可.

答案: (1) 连接 OM . \because 点 M 是 \widehat{AB} 的中点, $\therefore OM \perp AB$. 过点 O 作 $OD \perp MN$ 于点 D , 由垂径定理, 得 $MD = \frac{1}{2}MN = 2\sqrt{3}\text{cm}$. 在 $Rt \triangle ODM$ 中, $OM = 4$, $MD = 2\sqrt{3}$,
 $\therefore OD = \sqrt{OM^2 - MD^2} = 2$. 故圆心 O 到弦 MN 的距离为 2cm .
 $(2) \cos \angle OMD = \frac{MD}{OM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,
 $\therefore \angle OMD = 30^\circ$, $\therefore \angle ACM = 60^\circ$.

名师点睛

- 垂径定理中的“垂径”可以是直径或半径, 也可以是过圆心且垂直于弦的直线或线段.
- 圆中半径、弦心距和弦的一半构成直角三角形, 知道其中的两个元素可用勾股定理求出第三个元素.

易错专攻

忽视圆心的位置出错.

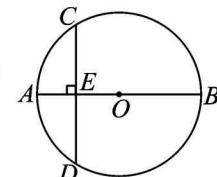
例2 在直径为 50cm 的 $\odot O$ 中, 弦 $AB=40\text{cm}$, 弦 $CD=48\text{cm}$, 且 $AB \parallel CD$, 则 AB 与 CD 之间的距离为 _____.
 学生解答:



自主预习

——梳理要点

- 圆是轴对称图形, 对称轴是 _____.
 (1) 垂直于弦的直径 _____ 弦, 且平分这条弦 _____;
 (2) 平分弦(不是直径)的直径 _____ 于弦, 且平分弦所对的两条弧;
 (3) 圆心到弦的距离叫做 _____.
- 如图, $\odot O$ 的直径 $AB \perp CD$ 于 E , 则下列不成立的是 ()
 A. $CE=DE$ B. $\widehat{AC}=\widehat{AD}$
 C. $\widehat{BC}=\widehat{BD}$ D. $AE=CE$



第3题图



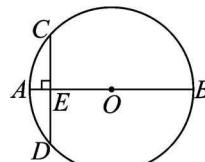
随堂过关

——夯实基础

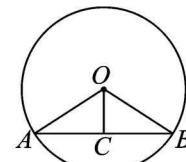
- 下列说法:(1)圆是轴对称图形;(2)圆有无数条对称轴;(3)圆的任意一条直径都是圆的对称轴;(4)经过圆心的任意直线都是圆的对称轴. 其中正确的有 ()
 A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

- (泸州市中考)如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 若 $AB=8$, $AE=1$, 则弦 CD 的长是 ()

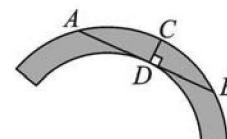
- A. $\sqrt{7}$ B. $2\sqrt{7}$ C. 6 D. 8



第2题图



第3题图



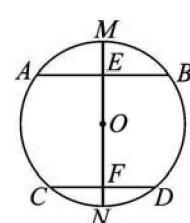
第4题图

- (安庆市四中月考)如图, 在 $\odot O$ 中, 弦 $AB=6$, 圆心 O 到 AB 的距离 $OC=2$, 则 $\odot O$ 的半径长为 _____.
 第5题图

- 如图是一个古代车轮的碎片, 小明为求其外圆半径, 连接外圆上的两点 A 、 B , 并过 \widehat{AB} 的中点 C 作 $CD \perp AB$ 交 AB 于点 D . 测得 $CD=10\text{cm}$, $AB=60\text{cm}$, 则这个车轮的外圆半径为 _____.
 第5题图

- (六安阜城中学模拟)如图, AD 和 AC 分别是 $\odot O$ 的直径和弦, 且 $\angle CAD=30^\circ$, $OB \perp AD$, 交 AC 于点 B , 若 $OB=3$, 则 $BC=$ _____.
 第5题图

- 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 、 CD 为两条弦, 且 $AB \parallel CD$, 直径 MN 经过 AB 中点 E , 交 CD 于 F , 试问: 点 F 是 CD 的中点吗?



第6题图

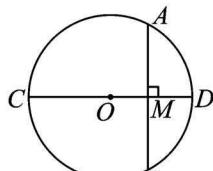


巩固强化

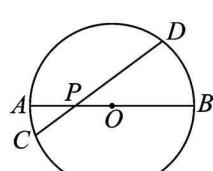
提升能力

7. (呼和浩特市中考)如图,CD为 $\odot O$ 的直径,弦AB $\perp CD$,垂足为M,若AB=12,OM:MD=5:8,则 $\odot O$ 的周长为()

- A. 26π
B. 13π
C. $\frac{96\pi}{5}$
D. $\frac{39\sqrt{10}\pi}{5}$



第 7 题图

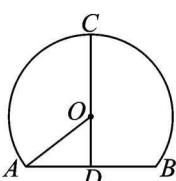


第 8 题图

8. (西宁市中考)如图,AB是 $\odot O$ 的直径,弦CD交AB于点P,AP=2,BP=6, $\angle APC=30^\circ$,则CD的长为()

- A. $\sqrt{15}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{15}$ D. 8

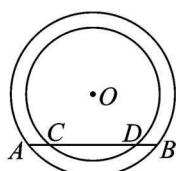
9. 如图是一个单心圆隧道的截面,若路面AB宽为8m,高CD为8m,则此隧道单心圆的半径OA的长是_____m.



10. (襄阳市中考)(易错题)在半径为1的 $\odot O$ 中,弦AB、AC的长分别为1和 $\sqrt{2}$,则 $\angle BAC$ 的度数为_____.

11. 已知在以点O为圆心的两个同心圆中,大圆的弦AB交小圆于点C、D(如图).

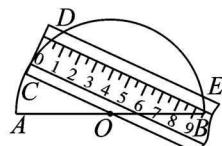
- (1)求证:AC=BD;
(2)若大圆的半径R=10,小圆的半径r=8,且圆心O到直线AB的距离为6,求AC的长.



第 11 题图

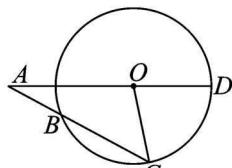
12. 如图,将一个两边都带有刻度的直尺放在半圆形纸片上,使其一边经过圆心O,另一边所在直线与半圆相交于点D、E,量出半径OC=5cm,弦DE=

8cm,求直尺的宽.



第 12 题图

13. (合肥市三十八中模拟)如图,直线AC与圆O交于点B、C,直线AD过圆心O,若圆O的半径是5,且 $\angle DAC=30^\circ$,AD=13,求弦BC的长.

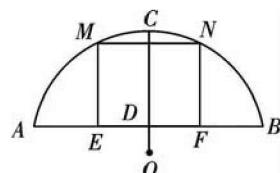


第 13 题图

拓展创新

尖子生挑战

14. 如图,某地有一座圆弧形拱桥,圆心为O,桥下水面跨度为7.2m,过O作OC \perp AB于D,交圆弧于C,CD=2.4m,现有一艘宽3m、船舱顶部为长方形并高出水面AB 2m的货船要经过拱桥,问此货船能否顺利地通过这座拱桥?



第 14 题图