

SHUXUE JIAOXUE YU
MOSHI CHUANGXIN

数学教学与模式创新

马作炳 段彦玲 刘英辉 主编

吉林人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学教学与模式创新 / 马作炳, 段彦玲, 刘英辉主编. —
长春: 吉林人民出版社, 2017.4

ISBN 978-7-206-13658-0

I. ①数… II. ①马… ②段… ③刘… III. ①中学数学课—教学研究
IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 099547 号

数学教学与模式创新

编 者: 马作炳 段彦玲 刘英辉

责任编辑: 郭 威

封面设计: 海星传媒

吉林人民出版社出版发行 (长春市人民大街 7548 号 邮政编码: 130022)

印 刷: 长春市昌信电脑图文制作有限公司

开 本: 787mm × 1092mm 1/16

印 张: 25.75 字数: 390 千字

标准书号: ISBN 978-7-206-13658-0

版 次: 2017 年 6 月第 1 版 印次: 2017 年 6 月第 1 次印刷

定 价: 32.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与印刷厂联系调换。

把一个什么样的高等教育带入 21 世纪，是近几年我国高等教育界讨论的热点。我国高等教育在过去几十年取得了很大的成绩，为我国培养了大批科学技术人才。但是面对 21 世纪日益激烈的国际竞争，我国高等教育与知识经济时代对人才的要求相比，与发达国家的高等教育相比，在人才培养的数量和质量方面都还存在着较大的差距。为了深化高等工程教育改革，培养面向 21 世纪的高素质创新人才，1995 年年底国家教委决定全面实施面向 21 世纪高等工程教育教学内容与课程体系改革计划，并设立若干个面向 21 世纪的改革项目。1996 年年底，国家教委又决定建设国家工科基础课程教学基地，并批准在全国部分高校设立了包括工科数学、物理、化学、力学、机械制图、机械基础、电子电工七类课程在内的 45 个国家工科基础课程教学基地建设单位。国家教委这两项重大举措，全面推动和深化了高等工程教育改革。

把一个什么样的数学教育带入 21 世纪，同样是我国数学教育界共同关心与探讨的问题。近年全国数学课程教学指导委员会颁布了《关于数学系列课程教学改革的建议》，这个指导性文件拉开了全国数学课程教学改革的序幕。国家教委“面向 21 世纪数学系列课程教学内容与课程体系改革的研究与实践”项目的启动和国家数学课程教学基地建设的开展，全面推动了数学课程的教学改革。

在一般人的心目中，数学往往是与自然科学、国民经济管理、社会问题调查等联系在一起的，而对其在语言研究中的应用还比较陌生。其实，在语言研究中，统计学也大有用武之地，对于定量研究尤其如此。定量研究从确定研究问题到提出研究假设，再到研究的实施和结果的分析，遵循一套严格

的程序，其中一个重要环节就是对获取的数据进行统计分析（归纳整理、分析推断等），以便对其作出有意义的解释，发现带有普遍性的规律，或检验所提出的研究假设，等等。统计学知识不仅对统计分析本身是十分必要的，对研究设计等方面也具有重要的指导作用。

在语言研究中，我们经常需要参阅大量的文献，对于涉及统计分析的文献，一定的数学知识将会有助于我们对其质量与价值作出恰如其分的评判。例如，所选取的统计手段是否合适，其使用条件是否得到了满足，得出的结论与概括是否有效合理，等等。

对于从事语言研究的人，尤其是数学功底不很厚实的人，在初次接触统计学时，往往望而却步。我们认为，这主要是因为他们还没有充分认识到统计学在语言研究中的重要作用，因而缺乏足够的动力。另一个重要原因是，不少统计学论著针对性和实践性不够强，大都十分庞杂，而且偏重于数学原理的论证和计算公式的推导，读起来艰深晦涩，令人望而生畏，数学基础差的人更是不敢问津。

基于这一指导思想，本书强调针对性，突出实践性，力求简繁得当，深入浅出，明了易学，使读者在较短的时间内轻松地学到能够满足一般研究最基础的数学知识。因此，本书将不涉及诸如因素分析、多元回归分析、类集分析这类不太常用而又十分复杂且多变的数学分析技术。同时，在介绍必要的统计概念和术语以及统计原理时，我们也将尽量使用通俗易懂的语言（尽管这样做有时可能显得不够严密）。此外，我们所举的例子也大都局限于读者比较熟悉的内容，比如外语教学，虽然本书的适用范围远不止于此。对于书中的计算公式，我们也尽量不涉及其推导过程，而是将重点放在公式的意义、计算过程和计算结果的解释等方面。

目 录

MULU

第一章 数学学科性质与文化价值	1
第一节 数学学科的研究对象及学科性质	3
第二节 数学学科的文化价值及学科地位	8
第二章 小学数学学科性质及其任务	15
第一节 数学及其数学学科	17
第二节 对小学数学的再认证	22
第三节 小学数学教育的基本任务	26
第三章 小学数学课程的结构与目标	37
第一节 小学数学课程及其发展	39
第二节 小学数学课程目标的变革与发展	48
第四章 小学数学教学内容	59
第一节 小学数学课程内容的基本构成与组织	61
第二节 小学数学课程内容的变革与发展	75
第五章 小学数学主要学习理论与教学模式的分析	87
第一节 程序教学	89
第二节 发现教学	92
第三节 探究教学	96

第四节 再创造教学	101
第五节 范例教学	105
第六章 小学数学学习的课堂分析	111
第一节 小学数学课堂教学意义	113
第二节 小学数学课堂教学中的师生参与	117
第三节 小学数学课堂学习活动的基本构成	123
第七章 小学数学教学组织及其方法	131
第一节 小学数学课堂学习的教学策略	133
第二节 小学数学课堂学习中的教学组织与方法	136
第三节 小学数学教学手段	144
第八章 高中数学学科课程改革创新与教学目标	161
第一节 高中数学学科课程体系与教材体系	163
第二节 高中数学学科教学创新总目标与分类目标	166
第九章 高中数学学科教学模式创新与教学方法创新	169
第一节 高中数学学科主要教学创新模式	171
第二节 高中数学学科主要教学创新方法	183
第十章 高中数学学科教学创新设计与效果检测	197
第一节 高中数学学科教学创新目标的确定	199
第二节 高中数学教学创新过程设计	203
第三节 高中数学学科教学创新效果检测	210
第四节 高中数学学科教学创新资源库编制案例	214

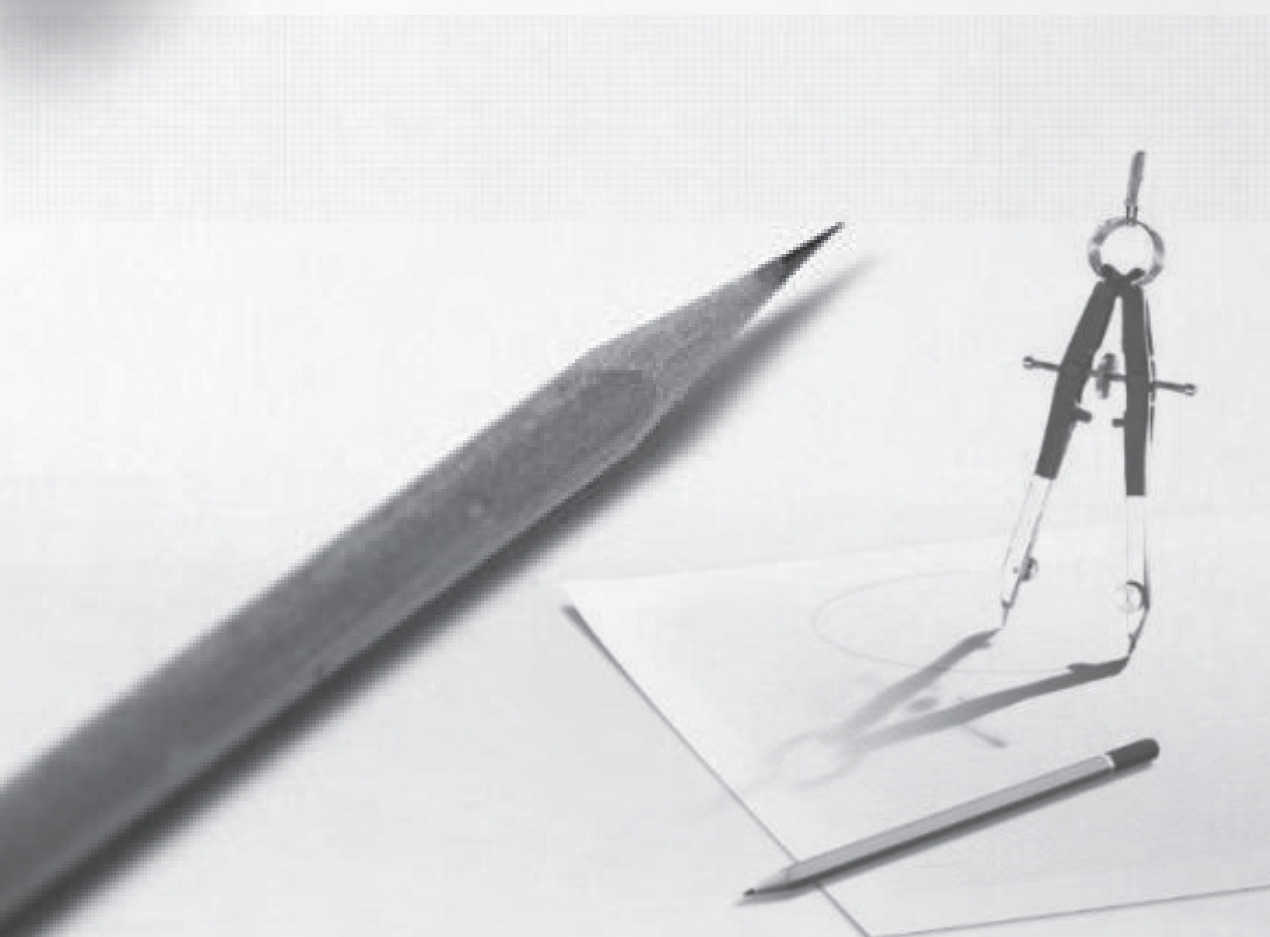
第十一章 高中数学新课程实验创新研究	227
第一节 高中数学课程实验研究的实验纲领	229
第二节 高中数学课程实验与教师职业发展	242
第三节 加强新课程研究,探索新课程实施	251
第四节 高中数学新课程实验内容的定位及分析	252
第五节 高中数学新课程实验的回顾	258
第十二章 数据的初步处理——统计图表	261
第一节 范畴型数据的整理	263
第二节 数据型数据的整理	264
第十三章 集中趋势与集中量数	281
第一节 平均数	283
第二节 中数	285
第三节 众数	285
第十四章 离中趋势与差异量数	291
第一节 离中趋势与差异量数	293
第二节 两极差	294
第三节 四分差	306
第四节 平均差	307
第五节 标准差与方差	308
第十五章 概率与概率分布	315
第一节 概率的基本概念	317
第二节 随机变量及其概率分布	318
第三节 正态分布	320

第十六章 从样本统计量估计总体参数	329
第一节 点估计	331
第二节 区间估计	332
第十七章 假设检验	343
第一节 实验研究	346
第二节 假设	348
第三节 假设检验	355
第十八章 t 检验	363
第一节 t 检验的用途	365
第二节 独立样本与成对样本	365
第三节 两独立样本平均数的差异检验	381
第十九章 F 分布及其应用	383
第一节 F 分布	385
第二节 方差同质性检验	385
第三节 方差分析	387
第二十章 卡方检验	391
第一节 卡方分布	393
第二节 卡方检验	394
第三节 卡方检验的用途	395
参考文献	399

A black and white photograph of a spiral-bound notebook, with the spiral binding visible on the left side. The notebook is open, and the pages are slightly blurred.

第一章

数学学科性质与文化价值



第一节 数学学科的研究对象及学科性质

一、数学学科的研究对象

从广义上讲，数学是关于量的科学，其研究对象十分广泛，对于哲学的十大范畴均有相应的数学研究。如原因与结果：数理逻辑方法；局部与整体：拓扑方法；可能与现实：控制论方法等。不仅如此，逻辑学抽象思维、形象思维、直觉思维等也均在它的研究范围内。甚至，人类自身的思维能力（思维限度与思维的可靠性）也是数学的研究对象。

历史上，关于什么是数学的说法更是五花八门。有人说，数学就是关联。也有人说，数学就是逻辑，“逻辑是数学的青年时代，数学是逻辑的壮年时代。”那么，究竟什么是数学呢？伟大的革命导师恩格斯，站在辩证唯物主义的理论高度，通过深刻分析数学的起源本质，精辟地做出了一系列科学的论断。恩格斯指出：“数学是数量的科学，纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系。”根据恩格斯的观点，较确切的说法就是：数学是研究现实世界的数量关系和空间形式的科学。

数学可以分成两大类：一类叫纯粹数学，一类叫应用数学。纯粹数学也叫基础数学，专门研究数学本身的内部规律。中小学课本里介绍的代数、几何、微积分、概率论知识，都属于纯粹数学。纯粹数学的一个显著特点，就是暂时撇开具体内容，以纯粹形式研究事物的数量关系和空间形式。例如研究梯形的面积计算公式，至于它是梯形稻田的面积，还是梯形机械零件的面积，都无关紧要，大家关心的只是蕴含在这种几何图形中的数量关系。应用数学则是一个庞大的系统，有人说，它是我们的全部知识中凡是能用数学语言来表示的那一部分。

应用数学着眼于说明自然现象，解决实际问题，是纯粹数学与科学技术之间的桥梁。大家常说现在是信息社会，专门研究信息的“信息论”就是

应用数学中一门重要的分支学科。数学有三个最显著的特征，高度的抽象性是数学的显著特征之一。数学理论都具有非常抽象的形式，这种抽象是经过一系列的阶段形成的，所以大大超过了自然科学中的一般抽象，而且不仅概念是抽象的，连数学方法本身也是抽象的。例如，物理学家可以通过实验来证明自己的理论，而数学家则不能用实验的方法来证明定理，非得用逻辑推理和计算不可。现在，连数学中过去被认为是比较“直观”的几何学，也在朝着抽象的方向发展。根据公理化思想，几何图形不再是必须知道的内容，它是圆的也好，方的也好，都无关紧要，甚至用桌子、椅子和啤酒杯去代替点、线、面也未尝不可，只要它们满足结合关系、顺序关系、合同关系，具备相容性、独立性和完备性，就能够构成一门几何学。

体系的严谨性是数学的另一个显著特征。数学思维的正确性表现在逻辑的严谨性上。早在 2000 多年前，数学家就从几个最基本的结论出发，运用逻辑推理的方法，将丰富的几何学知识整理成一门严密系统的理论，它像一根精美的逻辑链条，每一个环节都衔接得丝丝入扣。所以，数学一直被誉为“精确科学的典范”。

广泛的应用性也是数学的一个显著特征。宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，无处不用数学。在 20 世纪，随着应用数学分支的大量涌现，数学已经渗透到几乎所有的科学分支。不仅物理学、化学等学科仍在广泛地享用数学的成果，连过去很少使用数学的生物学、语言学、历史学等，也与数学结合形成了内容丰富的生物数学、数理经济学、数学心理学、数理语言学、数学历史学等边缘学科。各门科学的“数学化”，是现代科学发展的一大趋势。

从数学自身的研究对象来看，数学包括三个方面：模式、结构和模拟现实世界。它不光是理论，也是能力，是文化，是素质。

（一）数学分类

数学可分为五大学科：纯粹（基础）数学、应用数学、计算数学、运筹与控制、概率论与数理统计。

应用数学则以上数学学科为综合理论基础，可分为：价值数学、运筹学、数理统计学、系统科学、决策论等。目前又发展出混沌、小波变换、分

形几何等。

(二) 算术

由自然数开始，人类逐步有了数的概念。由于人有十个手指，所以多数民族建立了十进位制的自然数表示方法。二十个一组的太多、太大，不能一目了然，还要用上脚趾，五个一组又太少，使组数太多，十个一组是比较会让人喜爱的折中方法。其中有古巴比伦记数法、希腊记数法、罗马记数法、中国记数法，发展进步了5000年后，印度人第一次发明了零，零加自然数称为整数，传入伊斯兰世界后形成目前通用的阿拉伯数字。计算机的出现又需要二进位制，就是近几十年的事了。

算术运算起步只需要有加法的概念，乘是多次加的简化运算，减是加的逆运算，除是乘的逆运算，这就是四则运算。除法很快导致了分数的出现，以十、百等为分母的除法，简化表达就是小数和循环小数。不是拥有钱而是欠人的钱如何表示，这就出现了负数，以上这些数放在一起，就是有理数，可以表示在一条数轴上。

很长时间内，人们曾经以为数轴上的数都是有理数，后来有人发现，正方形的边长是1，它的对角线长度就无法用有理数表示，用圆规在数轴上找到的那个对应点就是无理数的点，这是第一次数学危机。德国物理学家和数学家兰伯卢格严格证明了 π 也是一个无理数，这样把无理数纳入之后，有理数与无理数统称为实数，数轴也称之为实数轴。后来人们发现，如果在实数轴上随机地抽取，得到有理数的概率几乎是零，得到无理数的概率几乎是1，无理数比有理数多得多。为什么会如此？因为我们生活的这个客观世界，本来就是无理的多过有理的。

为了解决负数的开平方是什么，16世纪出现了虚数 i ，虚轴与实轴垂直交叉形成一个复平面，数也发展成为由虚部和实部组成的复数。数的概念会不会继续发展，我们拭目以待。

(三) 代数

对实数的运算进入代数学阶段，有“加、减、乘、除、乘方、开方、指数、对数”八则，用符号代表数，列出方程，求解方程成了比算术更有力的武器。这个时期称为初等数学，从5世纪一直到17世纪，持续了1000多年

的时间。初等数学是常量的数学。对一组数群体性质的研究就导致了线性代数。

(四) 几何

以上是研究数的，在研究形方面也平行地发展着，古希腊的欧几里得用公理化的方法，构建了几何学最辉煌的成就。2000多年前的平面几何成就已经与目前中学几何教科书几乎一样了。他们还了解了众多曲线的性质，在计算复杂图形的面积时，接近了高等数学，并初步了解到三角函数的值。在几何学方面，后来进一步发展出非欧几何，包括罗巴切夫几何、黎曼几何、图论和拓扑学等分支。

17世纪，笛卡尔终于把平行发展的代数与几何联系起来，除建立了平面坐标系之外，还完善了目前通行的符号运算系统。

(五) 函数

变量数学变化着的量以及它们之间的依赖关系，产生了变量与函数的概念，研究函数的领域叫数学分析，其主要内容是微积分。牛顿由物理力学推动了微积分的产生，莱布尼兹从数学中求曲线多边形的面积出发推动了微积分的发现，两人的工作殊途同归。目前的微积分符号的记法，是莱布尼兹最先采用的。牛顿和莱布尼兹都运用了极限的概念和无穷小的分析方法。

有了微积分，一系列分支也随之出现了，如级数理论、微分方程、偏微分方程、微分几何等。级数是无穷项数列的求和问题，微分方程是另一类方程，它们的解不是数而是函数，多元的情况下就出现了偏微分概念和偏微分方程。微分几何是关于曲线和曲面的一般理论，将实数分析的方法推广到复数领域中就产生了复变函数论。

(六) 概率论和数理统计

前面涉及的数量，无论是常量还是变量，都是确定的量，但自然界中存在大量的随机现象，其中存在很多不确定的、不可预测的量是具有偶然性的量，这就是在赌博中产生的概率论及其统计学等相关分支。

(七) 模糊数学

前面涉及的数量，无论是常量还是变量，都是“准确”的量，但自然界中存在大量的不准确现象，人为地准确化只能使我们对客观世界的描述变得

不准确。“模糊数学”就是以这种思想观点和方法研究问题的数学。

二、数学学科的学科性质

为了深入了解高中数学学科的学科性质，我们可以从对数学学科本身的分析入手，从以下三个方面来系统解读数学学科的学科性质。

(一) 数学学科是一门严密的理论科学，它以数学概念为基石，以数学定理为主干，建立了经典数学与现代数学及其各分支的严密的逻辑体系。

(二) 数学学科是一门定量的精密科学。从数学概念转变为数学量开始，它利用种种数学表述手段为理论与实践(实验)开辟道路，使数学学科的结论可随时加以严格检验。

(三) 数学学科是一门带有方法论性质的科学。数学从它的早期萌芽到近现代发展，都以丰富的方法论和世界观等充满哲理的数学思想影响着人们的思想、观点和方法，影响着社会思潮和社会生活，因此数学曾被称为“自然哲学”“科学方法论的典范”“辩证唯物主义哲学的科学基础”“现代科学哲学的支柱”等。

在了解数学学科性质的基础上，为了进一步分析高中数学的学科性质，我们有必要对“数学”二字进行深入的解读。数学一词源自古希腊语，其有学习、学问、科学之意，此外还有一个较狭义且技术性的意义——“数学研究”。其形容词的意思是和学习有关的或用功的，有时也会被用来指数学的：其在英语中的复数形式，及在法语中的复数形式，可追溯至拉丁文的中性复数，由西塞罗译自希腊文复数，此一希腊语被亚里士多德拿来指“万物皆数”的概念。

通过对数学语义学的分析，我们可以得出如下认识：数学是研究数量、结构、变化以及空间模型等概念的一门学科，通过抽象化和逻辑推理的使用，在计数、计算、量度和对物体形状及运动的观察中产生。而高中数学课程是以集合、命题、算法为基础，以数学现象、数学概念和规律、数学过程和方法为载体，以科学探究为主线，以提高全体学生科学素养为基本目标的基础型课程。

对“数学”一词的系统解读说明，在高中教育阶段，数学课程的构建应

着力让学生经历从问题到数学、从生活到数学的基本认识过程，经历归纳、总结、推理、演绎的科学探究实践，注重数学学科与其他学科的交叉融合，使学生的科学素质得到全面的提高。这就决定了高中数学不仅应注重科学知识的传授和技能的训练，注重将数学的新成就及其对人类文明的主要影响等纳入课程，而且还应重视培养学生终身学习、科学探究能力、创新意识以及科学精神。

因此，高中数学的学科性质就是让学生充分地学习数学知识和技能，让学生经历归纳、总结、推理、演绎的基本科学探究过程，使学生浸润于科学态度与科学精神的文化熏陶，以提高全体学生的科学素质、促进学生理性思维能力的发展。

第二节 数学学科的文化价值及学科地位

一、数学学科的文化价值

《普通高中数学课程标准（实验本）解读》中指出：“认识数学的文化价值是理解数学文化的重要方面。首先，数学对人的观念、精神以及思维方式的形成具有十分重要的影响。特别是数学的理性精神被看成是西方文明的核心，而这种以理性精神为内核的西方文明现在在全世界产生了重要的影响。其次，数学对人类思维具有重要的训练功能，这是数学所具有的最广泛的文化价值。”除此之外，还应该全面了解数学的科学价值和应用价值，真正从数学对人的精神、对科学发展、对社会进步的促进作用来理解和认识数学文化的价值。

（一）数学是促进人类思想解放的先导

在人类的远古时代，人们相信自然界中的一切现象（包括人的生命和命运）都是由天神操纵的，巫术的祈祷可以让天神大发慈悲，免降灾祸，甚至创造奇迹赐福于人类。由于古希腊数学的兴起和繁荣，人类第一次从数量和逻辑运算的角度来看待世界，从而给世界以一种定量的、精确的、逻辑的描述方式，这是历史上数学第一次促进人类思想的解放与进步，它使人类理性