



新精活实展平台 翱翔高飞圆梦想

高考领航

高效课堂学案

■ 主编 李成民

GKLT-H

数学
必修 1

成绩怎么提高?



电子科技大学出版社

一书在手 全程无忧

在高中三年里，酸甜苦辣样样俱全，悲笑泣乐时时存在，语音袅袅，意犹未尽。高考领航愿用不断超越的执著信念，陪伴您走过这段非凡旅程，圆满您的大学梦想，成就您的人生辉煌！

品质是高考领航的座右铭，创新是高考领航的恒动力。专家名师编写，打造出扛鼎中国教辅书业的力作，为复习备考注入无穷动力。可编辑教学课件光盘；一课一练，活页课时作业；模拟考场应试体验，单元质量评估；解疑释惑，详解答案……一项项凝聚着高考领航殚精竭虑的智慧，见证了高考领航永无止境的突破，更为您的逐梦之旅带来无限精彩与感动。

图书在版编目(CIP)数据

高考领航. 数学. 1 : 必修 / 李成民主编. — 成都
: 电子科技大学出版社, 2012.6
ISBN 978-7-5647-1196-2

I. ①高… II. ①李… III. ①中学数学课—高中—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第121835号

高考领航 数学 必修1

李成民 主编

出版 电子科技大学出版社(成都市一环路东一段159号电子信息产业大厦 邮编: 610051)
策划编辑 岳 慧
责任编辑 岳 慧
主 页 www.uestcp.com.cn
电子邮件 uestcp@uestcp.com.cn
发 行 新华书店经销
印 刷 山东梁山印刷有限公司
成品尺寸 210mm×297mm 印张 6.75 字数 267千字
版 次 2012年6月第一版
印 次 2012年6月第一次印刷
书 号 ISBN 978-7-5647-1196-2
定 价 28.50元

■ 版权所有 侵权必究 ■

◆ 本书如有破损、缺页、装订错误、请与我社联系。



让学习与快乐相伴!
伴您轻松步入求知之旅……

CONTENTS 目录

第一章 集合与函数概念	(1)
1.1 集 合	(1)
1.1.1 集合的含义与表示	(1)
1.1.2 集合间的基本关系	(4)
1.1.3 集合的基本运算	(6)
第1课时 并集、交集	(6)
第2课时 补集及综合应用	(9)
1.2 函数及其表示	(11)
1.2.1 函数的概念	(11)
1.2.2 函数的表示法	(14)
第1课时 函数的表示法	(14)
第2课时 分段函数及映射	(18)
1.3 函数的基本性质	(21)
1.3.1 单调性与最大(小)值	(21)
第1课时 函数的单调性	(21)
第2课时 函数的最大值、最小值	(24)
1.3.2 奇偶性	(26)
本章知识整合	(30)
第二章 基本初等函数(Ⅰ)	(32)
2.1 指数函数	(32)
2.1.1 指数与指数幂的运算	(32)
2.1.2 指数函数及其性质	(36)
2.2 对数函数	(39)
2.2.1 对数与对数运算	(39)
2.2.2 对数函数及其性质	(42)
2.3 幂函数	(46)
本章知识整合	(49)
第三章 函数的应用	(52)
3.1 函数与方程	(52)
3.1.1 方程的根与函数的零点	(52)
3.1.2 用二分法求方程的近似解	(55)
3.2 函数模型及其应用	(58)
3.2.1 几类不同增长的函数模型	(58)
3.2.2 函数模型的应用实例	(61)
本章知识整合	(65)

第一章

集合与函数概念

1.1 集合

1.1.1 集合的含义与表示

课 前 自 主 导 学

[知识梳理]

一、元素与集合的概念

1. 元素:一般地,我们把_____统称为元素.
2. 集合:把一些元素组成的_____叫做集合.
3. 元素与集合的符号表示

表示 $\begin{cases} \text{元素:通常用小写拉丁字母} ______ \text{表示.} \\ \text{集合:通常用大写拉丁字母} ______ \text{表示.} \end{cases}$

二、集合的分类

集合依据所含元素的个数可分为有限集和无限集.

1. 有限集:含有有限个元素的集合是_____,如中国古代四大发明组成的集合,其中元素个数为有限个,故为有限集;
2. 无限集:含有_____元素的集合是无限集,如所有自然数组成的集合,其中元素个数为无限个,故为无限集.

三、集合中元素的特性

1. 确定性

是指集合中的元素是确定的,即任何一个对象都能明确它是或_____,两者必居其一,它是判断一组对象是否形成集合的标准.

2. 互异性

是指给定一个集合的元素中,任何两个元素都是_____的,因而在同一个集合中,不能_____同一个元素.

3. 无序性

是指集合与其中元素的_____无关.只要构成两个集合的元素是一样的,就称这两个集合是相等的.

四、元素与集合的关系

1. 元素与集合有_____和_____两种关系,
2. 符号表示

$\begin{cases} a \text{ 是集合 } A \text{ 中的元素, 记作 } ______. \\ a \text{ 不是集合 } A \text{ 中的元素, 记作 } ______. \end{cases}$

五、常用数集及表示符号

为了书写的方便,规定了常见的数集用特定的字母表示

常用数集	简称	记法
全体非负整数的集合	非负整数集 (或自然数集)	_____

所有正整数的集合	正整数集	_____
全体整数的集合	整数集	_____
全体有理数的集合	有理数集	_____
全体实数的集合	实数集	_____

六、集合的表示方法

1. 自然语言法:用文字叙述的形式描述集合的方法
2. 列举法和描述法

	列举法	描述法
概念	把集合中的元素一一列举出来,并用花括号“{ }”括起来表示集合的方法	用集合所含元素的共同特征表示集合的方法
一般形式	$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$	$\{x \in I p(x)\}$
适用范围	有限集或规律性较强的无限集	有限集、无限集均可
特点	直观、明了	概括、简洁

3. 图示法(数轴或 Venn 图)表示集合

例如:表示集合 $\{1, 3, 5\}$, 可用 Venn 图法, 如图 1.
表示集合 $A = \{x | -3 \leq x < 5\}$ 可用数轴, 如图 2.

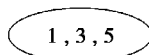


图 1

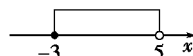


图 2

[基础自测]

1. 设集合 A 只含一个元素 a , 则下列各式正确的是 ()
A. $0 \in A$ B. $a \notin A$
C. $a \in A$ D. $a = A$
2. 用列举法表示集合 $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ 为 ()
A. $\{(1, 2)\}$ B. $\{(2, 1)\}$
C. $\{1, 2\}$ D. $\{x^2 - 3x + 2 = 0\}$
3. 集合 $\{x \in \mathbb{N} | x < 5\}$ 的另一种表示法是 ()
A. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ B. $\{1, 2, 3, 4\}$
C. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

4. 选用适当的符号填空:

$A = \{x | 2x - 3 < 3x\}$, 则有: -4 _____ A , -2 _____ A .

5. 能被 6 整除的正整数集合, 用描述法可表示为 _____.

课堂师生互动

类型一 集合的表示

例 1 用列举法表示下列集合:

(1) 不大于 10 的非负偶数集;

(2) $A = \{(x, y) | x + y = 3, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$.

【解析】 (1) 不大于 10 即为小于或等于 10, 非负是大于或等于 0, 故不大于 10 的非负偶数集为 $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$.

(3) 因为 $x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}, x + y = 3$,

所以 $\begin{cases} x=0, \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=3, \\ y=0 \end{cases}$.

所以 $A = \{(0, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 0)\}$.

【点评】 解决此类问题应先弄清集合中的元素是什么, 是数还是点, 还是其他元素. 另外还要弄清元素的个数.

【变式训练】

1. 用列举法表示下列集合:

(1) $\left\{x \mid x = \frac{a}{b}, a \in \mathbf{Z}, |a| < 2, b \in \mathbf{N}^* \text{ 且 } b \leq 3\right\}$;

(2) $\{(x, y) | y = 2x, x \in \mathbf{N} \text{ 且 } 1 \leq x < 4\}$.

类型二 集合中元素的特征

例 2 已知 $M = \{2, a, b\}$, $N = \{2a, 2, b^2\}$, 且 $M = N$, 试求 a 与 b 的值.

【解析】 根据集合中元素的互异性, 有

$$\begin{cases} a=2a \\ b=b^2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=b^2 \\ b=2a \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$$

再根据集合中元素的互异性,

$$\text{得 } \begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$$

【点评】 集合相等则它们的元素完全相同, 根据“对应”元素相等可建立方程组, 而互异性则是检验各解是否符合题意的标准, 建立方程组时要注意元素间的对应.

【变式训练】

2. 已知集合 $A = \{a, a+d, a+2d\}$, $B = \{a, aq, aq^2\}$ (a 为常数), 若 $A=B$, 求 d, q 的值.

类型三 元素与集合的关系

例 3 (12 分) 集合 $A = \{x | kx^2 - 8x + 16 = 0\}$, 若集合 A 只有一个元素, 试求实数 k 的值, 并用列举法表示集合 A .

【规范解答】 (1) 当 $k=0$ 时,

原方程变为 $-8x + 16 = 0$,

$x=2$.

此时集合 $A = \{2\}$ 4 分

(2) 当 $k \neq 0$ 时, 要使一元二次方程

$kx^2 - 8x + 16 = 0$ 有一个实根.

只需 $\Delta = 64 - 64k = 0$,

即 $k=1$ 8 分

此时方程的解为

$x_1 = x_2 = 4$,

集合 $A = \{4\}$, 满足题意. 10 分

综上所述, 实数 k 的值为 0 或 1.

当 $k=0$ 时, $A = \{2\}$;

当 $k=1$ 时, $A = \{4\}$ 12 分

【点评】 已知集合中元素的个数, 求参数的值或取值范围时, 关键是对集合的表示方法的正确理解. 本例中, 由于集合 A 是方程的解集, 所以转化为对方程根的讨论问题.

【变式训练】

3. 设集合 $B = \left\{ x \in \mathbf{N} \mid \frac{6}{2+x} \in \mathbf{N} \right\}$.

- (1) 试判断元素 1 和 2 与集合 B 的关系;
 (2) 用列举法表示集合 B .

8. (2010 年靖江高一检测) 用列举法表示集合 $A = \{ x \mid x \in \mathbf{Z}, \frac{8}{6-x} \in \mathbf{N} \} =$ _____.

三、解答题(每小题 10 分,共 20 分)

9. 已知集合 $A = \{ x \mid y = x^2 + 3 \}$, $B = \{ y \mid y = x^2 + 3 \}$, $C = \{ (x, y) \mid y = x^2 + 3 \}$, 它们三个集合相等吗? 试说明理由.

课 后 定 时 演 练

(40 分钟, 60 分)

一、选择题(每小题 5 分,共 25 分)

1. 下列几组对象可以构成集合的是 ()

- A. 充分接近 π 的全体实数
 B. 善良的人
 C. 某校高一所有聪明的同学
 D. 某单位所有身高在 1.7 m 以上的人

2. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 集合 $\{1, a+b, a\} = \left\{ 0, \frac{b}{a}, b \right\}$, 则 $b-a =$ ()

- A. 1
 B. -1
 C. 2
 D. -2

3. 方程组 $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x+y=11 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $\{5, 1\}$
 B. $\{1, 5\}$
 C. $\{(5, 1)\}$
 D. $\{(1, 5)\}$

4. 已知集合 S 中含有三个元素且为 $\triangle ABC$ 的三边长, 那么 $\triangle ABC$ 一定不是 ()

- A. 锐角三角形
 B. 直角三角形
 C. 钝角三角形
 D. 等腰三角形

5. 若关于 x 的不等式 $(1+k^2)x \leq k^4 + 4$ 的解集是 M , 则对任意实常数 k , 总有 ()

- A. $2 \in M, 0 \in M$
 B. $2 \notin M, 0 \notin M$
 C. $2 \in M, 0 \notin M$
 D. $2 \notin M, 0 \in M$

二、填空题(每小题 5 分,共 15 分)

6. 集合 $A = \{ x \mid x = (-1)^n, n \in \mathbf{N}^* \}$, $B = \{ 2, 4, 6, 8 \}$, $C = \{ (x, y) \mid 3x + 2y = 16, x \in \mathbf{N}^*, y \in \mathbf{N}^* \}$, $D = \{ x \in \mathbf{Q} \mid 1 < x < 2 \}$, $E = \{ \text{直角三角形} \}$, 其中有限集个数是 _____.

7. 由实数 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, \sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合中, 最多含有 _____ 个元素.

10. 设实数集 S 是满足下面两个条件的集合:

① $1 \notin S$; ② 若 $a \in S$, 则 $\frac{1}{1-a} \in S$.

(1) 求证: 若 $a \in S$, 则 $1 - \frac{1}{a} \in S$;

(2) 若 $2 \in S$, 则在 S 中必含有其他的两个数, 试求出这两个数;

(3) 集合 S 能否是单元素集? 若能, 把它求出来; 若不能, 说明理由;

(4) 求证: 集合 S 中至少有三个不同的元素.

1.1.2 集合间的基本关系

课 前 自 主 导 学

[知识梳理]



一、子集

自然语言	一般地,对于两个集合 A, B , 如果集合 A 中 _____ 元素都是集合 B 中的元素,就说这两个集合有 _____ 关系,称集合 A 为集合 B 的子集.
符号语言	$A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)
图形语言	

二、集合相等

如果集合 A 是集合 B 的子集 _____, 且集合 B 是集合 A 的子集 _____, 此时,集合 A 与集合 B 中的 _____, 因此,称集合 A 与集合 B 相等.

三、真子集

自然语言	如果集合 $A \subseteq B$, 但存在元素 $x \in B$, 且 $x \notin A$, 则称集合 A 是集合 B 的真子集.
符号语言	$A \subset B$ (或 $B \supset A$)
图形语言	

四、空集

1. 空集的定义:

不含 _____ 元素的集合叫做空集,记为 $\emptyset$.

2. 空集的性质:

(1)空集只有一个子集,即它本身, $\emptyset \subseteq \emptyset$.

(2)空集是任何非空集合的真子集,即若 $A \neq \emptyset$, 则 $\emptyset \subset A$.

五、子集、真子集的性质

1. 任何集合是它本身的子集,即 $A \subseteq A$.

2. 对于集合 A, B, C , 如果 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq C$, 那么 $A \subseteq C$.

3. 对于集合 A, B, C , 如果 $A \subset B$, 且 $B \subset C$, 那么 $A \subset C$.

4. 若集合 A 是含有 n 个元素的有限集,则它共有 2^n 个子集.

[基础自测]



1. 下列各式中正确的是 ()

- A. $\{0\} \in \mathbf{R}$ B. $\{1\} \in \{1, 2, 3\}$
C. $\{0, 1\} \neq \{1, 0\}$ D. $\emptyset \subset \{1\}$

2. 已知集合 $A = \{x | x = 3k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 6k, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 A 与 B 之间最合适的关系是 ()

- A. $A \subseteq B$ B. $A \supset B$
C. $A \subset B$ D. $A \supseteq B$

3. 设集合 $M = \{x | -1 \leq x < 2\}$, $N = \{x | x - k \leq 0\}$, 若 $M \subseteq N$, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $k \leq 2$ B. $k \geq -1$
C. $k > -1$ D. $k \geq 2$

4. 已知集合 $A = \{a, b, c\}$ 则 A 的非空真子集共有 _____ 个.

5. 若 $\{a^2, 0, -1\} = \{a, b, 0\}$, 则 $a^{2011} + b^{2011} =$ _____.

课 堂 师 生 互 动

类型一 子集的概念

例 1 已知 $\{1, 2\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$, 写出所有的集合 A .

【解析】 (1)当集合 A 中含有两个元素时, $A = \{1, 2\}$;

(2)当集合 A 中含有三个元素时, $A = \{1, 2, 3\}$ 或 $A = \{1, 2, 4\}$.

所以满足已知条件的集合 A 有 $\{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}$.

【点评】 (1)求集合的子集问题时,一般可以按照集合的元素个数进行分类,再依次找出每类中符合要求的集合.

(2)解决这类问题时,还要注意两个比较特殊的集合,即 $\emptyset$ 和集合本身.

(3)集合子集、真子集个数的规律为:含有 n ($n \geq 1$ 且 $n \in \mathbf{N}$) 个元素的集合有 2^n 个子集, $2^n - 1$ 个真子集, $2^n - 2$ 个非空真子集.

【变式训练】

1. 已知集合 $M = \{x | x = 1 + a^2, a \in \mathbf{N}_+\}$, $P = \{x | x = a^2 - 4a + 5, a \in \mathbf{N}_+\}$, 试判断 M 与 P 的关系.

类型二 集合相等问题

例 2 设集合 $A = \{x, y\}$, $B = \{0, x^2\}$, 若 $A = B$, 求实数 x, y 的值.

【解析】 $\because A = B, \therefore x = 0$ 或 $y = 0$.

①当 $x = 0$ 时, $x^2 = 0$, 则 $B = \{0, 0\}$, 不满足互异性, 舍去.

②当 $y = 0$ 时, $x = x^2$, 解得 $x = 1$ 或 $x = 0$ (舍去), 此时 $A = \{1, 0\} = B$, 满足条件.

综上所述, $x = 1, y = 0$.

【点评】 由于集合的元素不止一个, 所以利用集合相等解题时, 需要注意分类讨论, 还要注意检验所得结果是否满足元素的互异性.

【变式训练】

2. 已知集合 $A = \{x | x = 3n - 2, n \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{y | y = 3k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 证明: $A = B$.

类型三 两个集合间的关系及应用

【例3】(12分) 已知集合 $A = \{x | -3 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | 2m - 1 < x < m + 1\}$, 且 $B \subseteq A$. 求实数 m 的取值范围.

【规范解答】 $\because B \subseteq A$,

(1) 当 $B = \emptyset$ 时,

$$m + 1 \leq 2m - 1,$$

解得 $m \geq 2$ 4分

(2) 当 $B \neq \emptyset$ 时,

$$\text{有} \begin{cases} -3 \leq 2m - 1 \\ m + 1 \leq 4 \\ 2m - 1 < m + 1 \end{cases}, \dots\dots\dots 8分$$

解得 $-1 \leq m < 2$, 10分

综上得 $m \geq -1$ 12分

【点评】 (1) 分析集合关系时, 首先要分析、简化每个集合.

(2) 此类问题通常借助数轴, 利用数轴分析法, 将各个集合在数轴上表示出来, 以形定数, 还要注意验证端点值, 做到准确无误, 一般含“=”用实心点表示, 不含“=”用空心点表示.

(3) 此类问题还应注意“空集”这一“陷阱”, 尤其是集合中含有字母参数时, 初学者会想当然认为是非空集合而丢解, 因此分类讨论思想是必须的.

【变式训练】

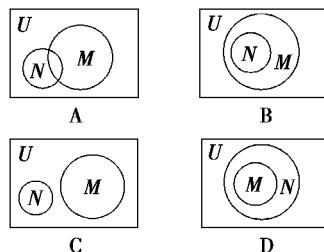
3. 已知 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | ax - 2 = 0\}$, 且 $B \subseteq A$, 求实数 a 组成的集合 C .

课后定时演练

(40分钟, 60分)

一、选择题(每小题5分, 共25分)

1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 则正确表示集合 $M = \{-1, 0, 1\}$ 和 $N = \{x | x^2 + x = 0\}$ 关系的维恩(Venn)图是 ()



2. 设 $A = \{x | -1 < x \leq 3\}$, $B = \{x | x > a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $\{a | a \geq 3\}$ B. $\{a | a \leq -1\}$
C. $\{a | a > 3\}$ D. $\{a | a < -1\}$

3. 已知非空集合 P 满足: ① $P \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, ② 若 $a \in P$, 则 $6 - a \in P$, 符合上述条件的集合 P 的个数是 ()

- A. 4 B. 5
C. 7 D. 31

4. 设集合 $B = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $J = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, 定义集合 $B \oplus J = \{(a, b) | a = a_1 + a_2 + \dots + a_n, b = b_1 + b_2 + \dots + b_m\}$, 已知 $B = \{51, 21, 28\}$, $J = \{89, 70, 52\}$, 则 $B \oplus J$ 的子集为 ()

- A. $\{100, 211\}$ B. $\{(100, 211)\}$
C. $\emptyset, \{100, 211\}$ D. $\emptyset, \{(100, 211)\}$

5. 集合 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{x | x = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 又 $a \in A, b \in B$, 则有 ()

- A. $a + b \in A$
B. $a + b \in B$
C. $a + b \in C$
D. $a + b$ 不属于 A, B, C 中的任意一个

二、填空题(每小题5分, 共15分)

6. 下列关系中正确的是 _____.

- ① $\emptyset \in \{0\}$; ② $\emptyset \subseteq \{0\}$; ③ $\{0, 1\} \subseteq \{(0, 1)\}$; ④ $\{(a, b)\} = \{(b, a)\}$.

7. 已知: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, 定义某种运算: $A * B = \{x | x = x_1 + x_2, x_1 \in A, x_2 \in B\}$, 则 $A * B$ 中最大的元素是 _____, 集合 $A * B$ 的所有子集的个数为 _____.

8. 设 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{1, a^2 - a + 1\}$, 若 $B \subseteq A$, 则 a 的值为 _____.

三、解答题(每小题10分, 共20分)

9. $A = \{2, 4, x^2 - 5x + 9\}$, $B = \{3, x^2 + ax + a\}$, $C = \{x^2 + (a + 1)x - 3, 1\}$, 其中 $a, x \in \mathbf{R}$, 求:

(1) 使 $A = \{2, 3, 4\}$ 的 x 的值;

- (2)使 $2 \in B, B \subseteq A$ 的 a, x 的值;
 (3)使 $B=C$ 的 a, x 的值.

10. 已知集合 $A = \{x \mid 0 < ax + 1 \leq 5\}$, 集合 $B = \left\{x \mid -\frac{1}{2} < x \leq 2\right\}$.

- (1)若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围;
 (2)若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围;
 (3) A, B 能否相等? 若能, 求出 a 的值; 若不能, 试说明理由.

1.1.3 集合的基本运算

第1课时 并集、交集

课 前 自 主 导 学

[知识梳理]



一、并集

1. 并集的概念

自然语言	一般地, 由 ____ 属于集合 A ____ 属于集合 B 的元素组成的集合, 称为集合 A 与 B 的并集.
符号语言	$A \cup B =$ _____ (读作“ A 并 B ”)

图形语言



2. 并集的相关性质

- (1) $A \cup A = A$, 即一个集合与其本身的并集是其本身.
 (2) $A \cup \emptyset = A$, 即一个集合与空集的并集是其本身.
 (3) $A \cup B = B \cup A$, 即两个集合的并集满足交换律(由并集的定义可得).
 (4) $A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$, 即一个集合是其与任一集合并集的子集.
 (5) $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A, A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$.

二、交集

1. 交集的概念

自然语言	一般地,由属于集合 A 且属于集合 B 的 _____ 组成的集合,称为 A 与 B 的交集.
符号语言	_____
图形语言	

2. 交集的相关性质

(1) $A \cap A = A$, 即一个集合与其本身的交集是其本身.(2) $A \cap \emptyset = \emptyset$, 即一个集合与空集的交集是空集.(3) $A \cap B = B \cap A$, 即两个集合的交集满足交换律.(4) $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$, 即两个集合的交集是其中任一集合的子集.(5) $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B, A \cap B = B \Leftrightarrow B \subseteq A, A \cap B \subseteq (A \cup B)$.

[基础自测]

1. (2010 年高考湖南卷) 已知集合 $M = \{1, 2, 3\}, N = \{2, 3, 4\}$, 则 ()A. $M \subseteq N$ B. $N \subseteq M$ C. $M \cap N = \{2, 3\}$ D. $M \cup N = \{1, 4\}$ 2. 已知集合 $A = \{x | x > 0\}, B = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, 则 $A \cup B$ 等于 ()A. $\{x | x \geq -1\}$ B. $\{x | x \leq 2\}$ C. $\{x | 0 < x \leq 2\}$ D. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ 3. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = 2x + 1\}, B = \{(x, y) | y = x - 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()A. $\{-2\}$ B. $\{(-2, -3)\}$ C. $\emptyset$ D. $\{-3\}$ 4. 已知集合 $A = \{x | x \geq 2\}, B = \{x | x \geq m\}$, 且 $A \cup B = A$, 则实数 m 的取值范围是 _____.5. 设集合 $A = \{a^2, -3, 9\}, B = \{4, -3, 8\}$, 若 $A \cap B = \{4, -3\}$, 则实数 a 的值是 _____.

课堂师生互动

类型一 并集的运算

【例 1】 已知集合 $A = \{1, 3, x\}, B = \{1, x^2\}, A \cup B = \{1, 3, x\}$, 求满足条件的实数 x 的值.【解析】 $\because A \cup B = \{1, 3, x\}, A = \{1, 3, x\}, B = \{1, x^2\}$, $\therefore A \cup B = A$, 即 $B \subseteq A$, $\therefore x^2 = 3$ 或 $x^2 = x$.① 当 $x^2 = 3$ 时, 得 $x = \pm\sqrt{3}$.若 $x = \sqrt{3}$, 则 $A = \{1, 3, \sqrt{3}\}, B = \{1, 3\}$, 符合题意;若 $x = -\sqrt{3}$, 则 $A = \{1, 3, -\sqrt{3}\}, B = \{1, 3\}$, 符合题意.② 当 $x^2 = x$ 时, 则 $x = 0$ 或 $x = 1$.若 $x = 0$, 则 $A = \{1, 3, 0\}, B = \{1, 0\}$, 符合题意;若 $x = 1$, 则 $A = \{1, 3, 1\}, B = \{1, 1\}$, 不成立, 舍去;综上所述, $x = \pm\sqrt{3}$ 或 $x = 0$.【点评】 在解答集合并集运算时, 常会遇到 $A \cup B = B$ 等这类问题, 解答时应充分利用并集的有关性质转化条件, 即 $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$, 有时也借助数轴分析处理, 对于含有参数的问题要分类讨论, 同时要检验, 利用好集合中元素的互异性.

【变式训练】

1. 已知集合 $A = \{x | x - 2 > 3\}, B = \{x | 2x - 3 > 3x - a\}$, 求 $A \cup B$.

类型二 交集的运算

【例 2】 设集合 $A = \{(x, y) | 2x + y = 1, x, y \in \mathbf{R}\}, B = \{(x, y) | a^2x + 2y = a, x, y \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的值.【解析】 集合 A, B 的元素都是点, $A \cap B$ 的元素是两直线的公共点. $A \cap B = \emptyset$, 则两直线无交点, 即方程组无解.

列方程组
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ a^2x + 2y = a \end{cases}$$

解得 $(4 - a^2)x = 2 - a$,

则
$$\begin{cases} 4 - a^2 = 0 \\ 2 - a \neq 0 \end{cases}, \text{ 即 } a = -2.$$

【点评】 A, B 两集合的代表元素 (x, y) 是有序数时, 它表示直角坐标平面内的点集; 而集合描述说明 A, B 各是一条直线上的点的集合, 要注意点集与数集的区别.

【变式训练】

2. 设集合 $A = \{a^2, a + 1, -3\}, B = \{a - 3, 2a - 1, a^2 + 1\}, A \cap B = \{-3\}$, 求实数 a .

类型三 交集并集的综合问题

例3 (12分) 已知 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, 且 A, B 满足下列三个条件: ① $A \neq B$; ② $A \cup B = B$; ③ $\emptyset \subsetneq (A \cap B)$. 求实数 a 的值.

【规范解答】 $\because$ 由已知条件求得 $B = \{2, 3\}$.

由 $A \cup B = B$, 知 $A \subseteq B$, 即 $A = B$ 或 $A \subsetneq B$.

而 $A \neq B$, $\therefore A \subsetneq B$ 3分

又 $\because \emptyset \subsetneq (A \cap B) = A$, $\therefore A = \{2\}$ 或 $A = \{3\}$.

$\because$ 当 $A = \{2\}$ 时, 将 $x = 2$ 代入 $x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$, 得 $a^2 - 2a - 15 = 0$.

$\therefore a = -3$ 或 $a = 5$. 经检验, $a = -3$ 时, $A = \{2, -5\}$ 与 $A = \{2\}$ 矛盾; $a = 5$ 时, $A = \{2, 3\}$ 与 $A = \{2\}$ 矛盾.

$\because$ 当 $A = \{3\}$ 时, 有 $a^2 - 3a - 10 = 0$, $\therefore a = 5$ 或 $a = -2$.

经检验, $a = -2$ 时, $A = \{3, -5\}$ 与 $A = \{3\}$ 矛盾; $a = 5$ 时, $A = \{2, 3\}$ 与 $A = \{3\}$ 矛盾.

$\therefore$ 不存在实数 a 使集合 A, B 满足已知条件. ... 12分

【点评】 1. ① $A \cap B = A$ 等价于 $A \subseteq B$; ② $A \cup B = A$ 等价于 $B \subseteq A$. 常利用这两个结论求含参数的范围问题.

2. 当集合 $B \subseteq A$ 时, 如果集合 A 是一个确定的集合, 而集合 B 不确定时, 要考虑 $B = \emptyset$ 的情形, 切不可漏掉.

3. 利用集合运算性质, 化简集合之间的关系有利于准确了解集合之间的联系.

【变式训练】

3. 已知集合 $A = \{x | x^2 + px + q = 0\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - x + r = 0\}$, 且 $A \cap B = \{-1\}$, $A \cup B = \{-1, 2\}$, 求 p, q, r 的值.

3. (2010年 高考江西卷) 若集合 $A = \{x | |x| \leq 1\}$, $B = \{x | x \geq 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$ B. $\{x | x \geq 0\}$
C. $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ D. $\emptyset$

4. 已知集合 A, B, C 为非空集合, $M = A \cap C$, $N = B \cap C$, $P = M \cup N$, 则一定有 ()

- A. $C \cap P = C$ B. $C \cap P = P$
C. $C \cap P = C \cup P$ D. $C \cap P = \emptyset$

5. 若 A, B, C 为三个集合, $A \cup B = B \cap C$, 则一定有 ()

- A. $A \subseteq C$ B. $C \subseteq A$
C. $A \neq C$ D. $A = \emptyset$

二、填空题(每小题 5 分, 共 15 分)

6. 集合 $A = \{0, 2, a^2\}$, $B = \{1, a\}$, 若 $A \cap B = \{1\}$, 则 $a =$.

7. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = x + 3\}$, $B = \{(x, y) | y = 3x - 1\}$, 则 $A \cap B =$.

8. 已知集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{x | x = 2a, a \in M\}$, 则集合 $M \cap N =$.

三、解答题(每小题 10 分, 共 20 分)

9. 集合 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$ 满足 $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$, 求实数 a 的值.

10. 已知 $A = \{x | -2 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | x > a\}$.

(1) 若 $A \cap B \neq A$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 且 $A \cap B \neq A$, 求实数 a 的取值范围.

课后定时演练

(40 分钟, 60 分)

一、选择题(每小题 5 分, 共 25 分)

1. 设 $A = \{x | 2x^2 - px + q = 0\}$, $B = \{x | 6x^2 + (p+2)x + 5 + q = 0\}$, 若 $A \cap B = \{\frac{1}{2}\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -4\}$ B. $\{\frac{1}{2}, -4\}$
C. $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$ D. $\{\frac{1}{2}\}$

2. 已知集合 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | -5 < x < 5\}$, 则 $M \cap N =$ ()

- A. $\{x | -5 < x < 5\}$ B. $\{x | -3 < x < 5\}$
C. $\{x | -5 < x \leq 5\}$ D. $\{x | -3 < x \leq 5\}$

第2课时 补集及综合应用

课 前 自 主 导 学

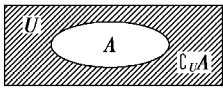
[知识梳理]

一、补集的概念

1. 全集

一般地,如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素,那么就称这个集合为全集.通常记作 U .

2. 补集

自然语言	对于一个集合 A ,由全集 U 中 _____ 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集,记作 _____.
符号语言	$\complement_U A = \{x x \in U, \text{且 } x \notin A\}$
图形语言	

二、补集的性质

1. 补集的相关性质

$$(1) \complement_U A \subseteq U, \complement_U U = \emptyset; \complement_U \emptyset = U; \complement_U (\complement_U A) = A;$$

$$(2) A \cup (\complement_U A) = U; A \cap (\complement_U A) = \emptyset;$$

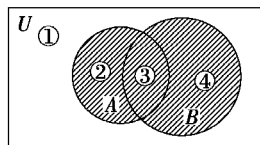
$$(3) A \subseteq B \Leftrightarrow \complement_U B \subseteq \complement_U A.$$

2. 并集、交集、补集的关系(棣莫根定律)

$$(1) \complement_U A \cap \complement_U B = \complement_U (A \cup B);$$

$$\complement_U A \cap B = \complement_U (A \cup \complement_U B);$$

(2) 对于元素个数的计算问题,可参照下图,其中 U 为全集:



区域①、②、③、④分别表示: $\complement_U (A \cup B)$ 、 $A \cap \complement_U B$ 、 $A \cap B$ 、 $B \cap \complement_U A$.

[基础自测]

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | 0 \leq x \leq 6\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}} A$ 等于 ()

- A. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ B. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 6\}$
C. $\{x | 0 < x < 6\}$ D. $\{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 6\}$

2. 已知全集 $U = \{2, 5, 8\}$, 且 $\complement_U A = \{2\}$, 则集合 A 的真子集个数为 ()

- A. 3 B. 4
C. 5 D. 6

3. (2010 年高考全国卷 I) 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $M = \{1, 4\}$, $N = \{1, 3, 5\}$, 则 $N \cap (\complement_U M) =$ ()

- A. $\{1, 3\}$ B. $\{1, 5\}$
C. $\{3, 5\}$ D. $\{4, 5\}$

4. 已知集合 $A = \{3, 4, m\}$, 集合 $B = \{3, 4\}$, 若 $\complement_A B = \{5\}$, 则实数 $m =$ _____.

5. (2010 年高考重庆卷) 设 $U = \{0, 1, 2, 3\}$, $A = \{x \in U | x^2 + mx = 0\}$, 若 $\complement_U A = \{1, 2\}$, 则实数 $m =$ _____.

课 堂 师 生 互 动

类型一 补集的运算

例 1 已知 $A = \{0, 1, 2\}$, $\complement_U A = \{-3, -2, -1\}$, $\complement_U B = \{-3, -2, 0\}$, 用列举法写出集合 B .

【解析】 $\because A = \{0, 1, 2\}$,

$$\complement_U A = \{-3, -2, -1\},$$

$$\therefore U = A \cup \complement_U A$$

$$= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}.$$

$$\text{又} \because \complement_U B = \{-3, -2, 0\},$$

$$\therefore B = \{-1, 1, 2\}.$$

【点评】 在进行补集的简单运算时,应首先明确全集,而利用 $A \cup \complement_U A = U$ 求全集 U 是利用定义解题的常规性思维模式,故进行补集运算时,要紧扣补集定义及补集的性质来解题.

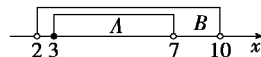
【变式训练】

1. 已知全集 U , 集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $\complement_U A = \{2, 4, 6\}$, $\complement_U B = \{1, 4, 6\}$, 求集合 B .

类型二 交集、并集、补集的综合运算

例 2 设全集为 $\mathbf{R}$, $A = \{x | 3 \leq x < 7\}$, $B = \{x | 2 < x < 10\}$, 求 $\complement_{\mathbf{R}} (A \cup B)$ 及 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$.

【解析】 把全集 $\mathbf{R}$ 和集合 A 、 B 在数轴上表示如下:



由图知, $A \cup B = \{x | 2 < x < 10\}$,

$$\therefore \complement_{\mathbf{R}} (A \cup B) = \{x | x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 10\}.$$

$$\because \complement_{\mathbf{R}} A = \{x | x < 3 \text{ 或 } x \geq 7\},$$

$$\therefore (\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \{x | 2 < x < 3 \text{ 或 } 7 \leq x < 10\}.$$

【点评】 1. 数轴与 Venn 图有同样的直观功效,在数轴上可以直观地表示数集,所以进行集合的交、并、补运算时,经常借助数轴求解.

2. 不等式中的等号在补集中能否取到要引起重视,还要注意补集是全集的子集.

【变式训练】

2. 已知全集 $U = \{\text{不大于 } 20 \text{ 的素数}\}$, M, N 为 U 的两个子集, 且满足 $M \cap (\complement_U N) = \{3, 5\}$, $(\complement_U M) \cup N = \{7, 19\}$, $(\complement_U M) \cap (\complement_U N) = \{2, 17\}$, 求 M, N .

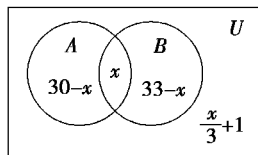
【变式训练】

3. 某城市为加快本地汽车产业的发展速度, 使得汽车制造业在全国处于领先地位, 特在城市周边地区建设汽车配件工厂. 已知建立了 8 家金属配件工厂, 另外又建立了 12 家轮胎工厂, 其中有 3 家工厂既生产金属配件, 又生产轮胎, 问这个城市共建设汽车配件工厂多少家?

类型三 集合的实际应用

例 3 (12 分) 向 50 名学生调查对 A, B 两事件的态度, 有如下结果: 赞成 A 的人数是全体的五分之三, 其余的不赞成; 赞成 B 的比赞成 A 的多 3 人, 其余的不赞成; 另外, 对 A, B 都不赞成的学生数比对 A, B 都赞成的学生数的三分之一多 1 人. 问对 A, B 都赞成的学生和都不赞成的学生各有多少人?

【规范解答】 赞成 A 的人数为 $50 \times \frac{3}{5} = 30$,



赞成 B 的人数为 $30 + 3 = 33$, 如上图.

记 50 名学生组成的集合为 U , 赞成事件 A 的学生全体为集合 A , 赞成事件 B 的学生全体为集合 B .

设对事件 A, B 都赞成的学生人数为 x ,

则对 A, B 都不赞成的学生人数为 $\frac{x}{3} + 1$,

赞成 A 而不赞成 B 的人数为 $30 - x$,

赞成 B 而不赞成 A 的人数为 $33 - x$.

依题意 $(30 - x) + (33 - x) + x + \left(\frac{x}{3} + 1\right) = 50$,

解得 $x = 21$.

所以对 A, B 都赞成的学生有 21 人, 都不赞成的有 8 人.

【点评】 本例的数量关系比较复杂, 利用 Venn 图分析、求解, 比较直观、清晰.

课后定时演练

(40 分钟, 60 分)

一、选择题(每小题 5 分, 共 25 分)

- (2010 年高考全国卷 II) 设全集 $U = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x < 6\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{3, 5\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) =$ ()
A. $\{1, 4\}$ B. $\{1, 5\}$
C. $\{2, 4\}$ D. $\{2, 5\}$
- (2010 年高考课标全国卷) 已知集合 $A = \{x \mid |x| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid \sqrt{x} \leq 4, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $(0, 2)$ B. $[0, 2]$
C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- (2010 年高考湖北卷) 设集合 $M = \{1, 2, 4, 8\}$, $N = \{x \mid x \text{ 是 } 2 \text{ 的倍数}\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. $\{2, 4\}$ B. $\{1, 2, 4\}$
C. $\{2, 4, 8\}$ D. $\{1, 2, 4, 8\}$
- 已知集合 $M = \{-1, 1, 2\}$, $N = \{y \mid y = x^2, x \in M\}$, 则 $M \cap N$ 是 ()
A. $\{1\}$ B. $\{1, 4\}$
C. $\{1, 2, 4\}$ D. $\emptyset$
- (2010 年高考天津卷) 设集合 $A = \{x \mid |x - a| < 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid |x - b| > 2, x \in \mathbf{R}\}$. 若 $A \subseteq B$, 则实数 a, b 必满足 ()
A. $|a + b| \leq 3$ B. $|a + b| \geq 3$
C. $|a - b| \leq 3$ D. $|a - b| \geq 3$

二、填空题(每小题 5 分, 共 15 分)

- 已知 $A = \{y \mid y = 2x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x \mid y = -x^2 + 9, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$.
- 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{2, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, $C = \{3, 4\}$, 则 $(A \cup B) \cap (\complement_U C) =$.
- 设集合 $A = \{x \mid x + m \geq 0\}$, $B = \{x \mid -2 < x < 4\}$, 全集 $U = \mathbf{R}$, 且 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围为 .

三、解答题(每小题 10 分,共 20 分)

9. 已知全集 $U = \{1, 3, x^3 + 3x^2 + 2x\}$, $A = \{1, |2x - 1|\}$, 若 $\complement_U A = \{0\}$, 求 x 的值.

10. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | -4 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | -1 < x \leq 3\}$, $P = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq \frac{5}{2}\}$,

- (1) 求 $A \cap B$;
- (2) 求 $(\complement_U B) \cup P$;
- (3) 求 $(A \cap B) \cap (\complement_U P)$.



1.2 函数及其表示



1.2.1 函数的概念

课 前 自 主 导 学

[知识梳理]



一、函数的概念

前提: A, B 是非空的数集.



对应: A 中一个数 x 对应关系 $\xrightarrow{\text{对应}}$ B 中有 的数 $f(x)$



结论: $f: A \rightarrow B$ 称为 的一个函数, 记作

几个名称: x ———, x 的取值范围 ———



y ———, y 的集合 $\{f(x) | x \in A\}$ ———

二、函数的三要素

1. 由函数概念知, 一个函数的构成要素为 ———、———和值域. 由于值域是由 ———和 ———决定的, 所以确定一个函数只需要两个要素: 定义域和对应关系.

2. 对于两个函数, 只有当两个函数的定义域和对应关系都分别相同时, 这两个函数才相等, 即是同一函数.

三、区间的概念

1. 设 a, b 是两个实数, 且 $a < b$, 我们规定:

(1) 满足不等式 $a \leq x \leq b$ 的实数 x 的集合叫做闭区间, 表示为 ———;

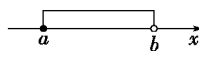
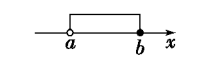
(2) 满足不等式 $a < x < b$ 的实数 x 的集合叫做开区间, 表示为 (a, b) ;

(3) 满足不等式 $a \leq x < b$ 或 $a < x \leq b$ 的实数 x 的集合叫做半开半闭区间, 分别表示为 ———.

这里的实数 a 与 b 都叫做相应区间的端点.

2. 区间的几何表示

定义	名称	符号	数轴表示
$\{x a \leq x \leq b\}$	闭区间	$[a, b]$	
$\{x a < x < b\}$	开区间	(a, b)	

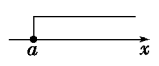
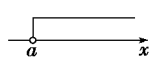
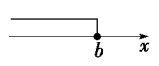
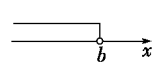
$\{x a \leq x < b\}$	半开半闭区间	$[a, b)$	
$\{x a < x \leq b\}$	半开半闭区间	$(a, b]$	

四、无穷大

1. 实数集 $\mathbf{R}$ 的区间表示

实数集 $\mathbf{R}$ 可以用区间表示为 $(-\infty, +\infty)$, “ ∞ ”读作“无穷大”; “ $-\infty$ ”读作“负无穷大”; “ $+\infty$ ”读作“正无穷大”.

2. 几何表示:

定义	符号	数轴表示
$\{x x \geq a\}$	$[a, +\infty)$	
$\{x x > a\}$	$(a, +\infty)$	
$\{x x \leq b\}$	$(-\infty, b]$	
$\{x x < b\}$	$(-\infty, b)$	

基础自测

- 下列说法正确的是 ()
 - 函数值域中每一个数在定义域中一定只有一个数与之对应
 - 函数的定义域和值域可以是空集
 - 函数的定义域和值域一定是非空数集
 - 函数的定义域和值域确定后, 函数的对应关系也就确定了
- 函数 $f(x) = x + 1, x \in \{-1, 1, 2\}$ 的值域是 ()
 - $0, 2, 3$
 - $0 \leq y \leq 3$
 - $\{0, 2, 3\}$
 - $[0, 3]$
- 函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 3]$, 则 $f(2x-1)$ 的定义域是 ()
 - $[\frac{1}{2}, 2]$
 - $[0, 3]$
 - $[-1, 5]$
 - $(\frac{1}{2}, 2)$
- 函数 $f(x) = \frac{1}{x-3}$ 的定义域是 _____.
- 函数 $y = x^2 + 2x + 1$ 的值域是 _____.

课堂师生互动

类型一 函数的概念

例 1 判断下列各组函数是否为相等函数:

- $f(x) = \frac{(x+3)(x-5)}{x+3}, g(x) = x-5$;
- $f(x) = 2x+1 (x \in \mathbf{Z}), g(x) = 2x+1 (x \in \mathbf{R})$;
- $f(x) = |x+1|, g(x) = \begin{cases} x+1 & (x \geq -1) \\ -x-1 & (x < -1) \end{cases}$.

解析 (1)(2) 不是, (3) 是.

对于(1), $f(x)$ 的定义域为 $\{x|x \neq -3\}$,

$g(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$; 对于(2), $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{Z}, g(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 所以(1), (2) 中两组函数均不是相等函数;

对于(3), 两函数的定义域、对应关系均相同, 故为相等函数.

【点评】 1. 当一个函数的对应关系和定义域确定后, 其值域随之得到确定, 所以两个函数当且仅当定义域和对应关系相同时, 为同一函数.

2. 讨论函数是否为同一函数问题时, 要保持定义域优先的原则, 判断两个函数是否相等, 要先求定义域, 若定义域不同, 则不相等; 若定义域相同, 再化简函数的解析式, 看对应关系是否相同.

【变式训练】

1. 判断下列各组函数是否是相等函数:

- $f(x) = x+2, g(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$;
- $f(x) = (x-1)^2, g(x) = x-1$;
- $f(x) = |x|, g(t) = \sqrt{t^2}$.

类型二 函数的定义域

例 2 (12 分) 求下列函数的定义域:

- $y = \frac{(x+1)^2}{x+1} - \sqrt{1-x}$;
- $y = \frac{\sqrt{5-x}}{|x|-3}$.

解析 (1) 由 $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases}$, 得 $x \leq 1$, 且 $x \neq -1$.

$\therefore$ 函数的定义域为 $(-\infty, -1) \cup (-1, 1]$.

(2) 由 $\begin{cases} 5-x \geq 0 \\ |x|-3 \neq 0 \end{cases}$, 得 $x \leq 5$, 且 $x \neq \pm 3$.

$\therefore$ 函数的定义域为 $\{x|x \leq 5, \text{ 且 } x \neq \pm 3\}$.

【点评】 定义域的求法:

- 如果 $f(x)$ 是整式, 那么函数的定义域是实数集 $\mathbf{R}$;
- 如果 $f(x)$ 是分式, 那么函数的定义域是使分母不为 0 的实数的集合;

(3)如果 $f(x)$ 为偶次根式,那么函数的定义域是使根号内的式子大于或等于 0 的实数的集合;

(4)如果 $f(x)$ 是由几个部分的数学式子构成的,那么函数的定义域是使各部分式子都有意义的实数的集合.

(5)如果函数有实际背景,那么除符合上述要求外,还要符合实际情况.

函数定义域要用集合或区间形式表示,这一点初学者易忽视.

【变式训练】

2. 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}};$$

$$(2) y = \frac{(x+1)^0}{|x|-x};$$

$$(3) y = \sqrt{2x+5} + \frac{1}{x-1};$$

$$(4) y = \sqrt{x^2-1} + \sqrt{1-x^2};$$

所以 $f(t)(t=2x-1)$ 的定义域为 $[-7, 5]$,

即 $f(x)$ 的定义域为 $[-7, 5]$ 12 分

【点评】 本题是抽象函数定义域的求法问题;所谓抽象函数是指没有给出具体解析式的函数,解此类题目的关键是注意对应关系,在同一对应关系作用下,不管对应关系的对象是字母还是代数式,其制约条件是一致的.

【变式训练】

3. (1)已知函数 $f(2x-1)$ 的定义域为 $[0, 1]$,求 $f(1-3x)$ 的定义域;

(2)若函数 $f(x+3)$ 的定义域为 $[-5, -2]$,求 $F(x) = f(x+1) + f(x-1)$ 的定义域.

课 后 定 时 演 练

(40 分钟, 60 分)

一、选择题(每小题 5 分,共 25 分)

1. 下列各组函数表示相等函数的是 ()

A. $y = \frac{x^2-9}{x-3}$ 与 $y = x+3$

B. $y = \sqrt{x^2}-1$ 与 $y = x-1$

C. $y = x^0(x \neq 0)$ 与 $y = 1(x \neq 0)$

D. $y = 2x+1, x \in \mathbf{Z}$ 与 $y = 2x-1, x \in \mathbf{Z}$

2. 已知函数 $f(x) = x^2 + px + q$ 满足 $f(1) = f(2) = 0$,则 $f(-1)$ 的值是 ()

A. 5

B. -5

C. 6

D. -6

3. 设 $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$, 则 $\frac{f(2)}{f\left(\frac{1}{2}\right)} =$ ()

A. 1

B. -1

C. $\frac{3}{5}$

D. $-\frac{3}{5}$

4. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, 则 $f(f(x))$ 的定义域是 ()

A. $\{x | x \neq -1\}$

B. $\{x | x \neq -2\}$

C. $\{x | x \neq -1 \text{ 且 } x \neq -2\}$

D. $\{x | x \neq -1 \text{ 或 } x \neq -2\}$

类型三 复合函数的定义域

例 3 (12 分)(1)已知函数 $f(x)$ 的定义域是 $[-1, 4]$, 求函数 $f(2x+1)$ 的定义域.

(2)已知函数 $f(2x-1)$ 的定义域为 $[-3, 3]$, 求 $f(x)$ 的定义域.

【规范解答】 (1)已知 $f(x)$ 的定义域是 $[-1, 4]$,

即 $-1 \leq x \leq 4$.

故对于 $f(2x+1)$ 应有 $-1 \leq 2x+1 \leq 4$.

$$\therefore -2 \leq 2x \leq 3, \therefore -1 \leq x \leq \frac{3}{2}.$$

$\therefore f(2x+1)$ 的定义域是 $\left[-1, \frac{3}{2}\right]$ 6 分

(2) $f(2x-1)$ 的自变量为 x , 而不是 $2x-1$.

也就是由 $f(2x-1)$ 的定义域为 $[-3, 3]$,

可得 $-3 \leq x \leq 3$, 即 $-7 \leq 2x-1 \leq 5$.

5. 若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[0, 2]$, 则函数 $g(x)=\frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域是 ()

- A. $[0, 1]$ B. $[0, 1)$
C. $[0, 1) \cup (1, 4]$ D. $(0, 1)$

二、填空题(每小题 5 分, 共 15 分)

6. $f(x)=\frac{1}{1+x}$, $g(x)=x^2-1$, 则 $f(2)=$ _____, $f(g(2))=$ _____.

7. $y=\frac{\sqrt{x+4}}{x+2}$ 的定义域为 _____.

8. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-2, 1]$, 则 $g(x)=f(x)+f(-x)$ 的定义域 _____.

三、解答题(每小题 10 分, 共 20 分)

9. 已知 $f(x)=\frac{1}{x+1}$, 求 $f(2)+f(3)+\cdots+f(2\ 010)+f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{3}\right)+\cdots+f\left(\frac{1}{2\ 010}\right)$ 的值.

10. 已知函数 $y=\frac{\sqrt{|x|-x}}{x-1}$ 的定义域为 A , 函数 $y=\sqrt{x+1}+1$ 的值域为 B , 求 $A \cap B$.

1.2.2 函数的表示法

第 1 课时 函数的表示法

课 前 自 主 导 学

[知识梳理]

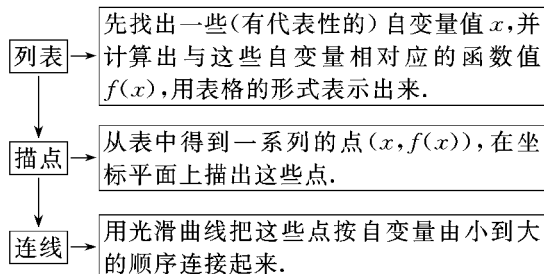
一、函数的表示法

函数的表示法	解析法	就是用 _____ 表示两个变量之间的对应关系
	图像法	就是用 _____ 表示两个变量之间的对应关系
	列表法	就是列出 _____ 来表示两个变量之间的对应关系

二、函数图像

1. 判断一个图像是不是函数的图像的方法: 过定义域内一点作垂直于 x 轴的垂线, 若此直线与图像有唯一的交点, 则图像为函数图像.

2. 作函数图像的步骤:



[基础自测]

1. 已知函数 $f(x)$ 由下表给出, 则 $f(3)$ 等于 ()

x	1	2	3	4
$f(x)$	-3	-2	-4	-1