

管理类硕士联考辅导用书



2017

| 主 编/孙华明 |

管理类联考 数学应试宝典系列 —— 精点篇 ——

收录1997年至2016年元月双证与10月单证所有历年数学真题

第2版

适用专业

MBA MPA MPAcc MEM MTA MLIS Maud GCT

历年真题收录详尽
名师名家权威详解
秒杀技巧方法独特
直击考点高分制胜



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

前言

本书（精点篇）主要对管理类联考（MBA，MPA，MPACC，MEM，MAUD，MTA，MLIS）历年数学真题按照考点与要点进行分类解析，笔者汇总了从1997年元月至2015年12月所有数学真题，包括元月和10月两类试题（目前10月联考已经取消，但以往的考题考生也能借鉴），共分十个章节，分别是算术、代数式、方程不等式、数列、平面几何、解析几何、立体几何、计数原理、概率初步、应用题。每章的真题解析按照各类考点和题型进行分类汇总，在每章的章前通过【考试地位】栏目将本章在联考中的地位和题目重要程度做了简要说明，并通过知识点与题型框图进行梳理，然后每小节通过【考点突破】、【考点浏览】栏目对各个考点进行突破讲解，梳理重点公式与结论，然后对每类试题进行详细的解析，按【考点】、【难度】、【解析】、【技巧】、【点睛】分别详尽阐述，尤其是【技巧】和【点睛】栏目特别重要，在其他辅导书上是见不到的，【技巧】栏目主要是笔者将自己十年来研究管理类联考数学的各类应试技巧一一展现在真题之中，如果读者对技巧的理解不够明白和透彻，可以学习本系列图书的第三册《管理类联考数学应试宝典系列技巧篇》，也可以与笔者进行互动交流（新浪微博：@专硕数学孙华明，微信订阅号：sun_huaming），而【点睛】栏目是笔者历年来对解题的理解和心得的展现，读者要

自己研究透彻。最后笔者再对本小节的考点和考法进行总结。考生通过本篇的真题的复习和训练，能够清楚地把握管理类联考数学的命题方向，是考生在系统强化阶段必备的复习过程。建议考生可以先到我们公益 QQ 群中自行下载空白真题（群号：428366324），等做完后再进行校对和总结。本篇真题是作者多年来总结的精华，可以与其姊妹篇《管理类联考数学应试宝典系列教程篇》搭配使用，如有抄袭，必将追究。

（注：★为比较简单的题目，必须掌握，做一遍即可，占联考的 20%，★★为中等难度的题目，必须掌握，一般做 2 遍比较适合，占联考的 60%，★★★为比较难的题目，部分需要考高分的考生掌握即可，占联考的 20%。）

本书适合参加管理类联考的考生在系统或者强化时间段学习使用，推荐时间为 7 月至 10 月，与另外两本书一同使用效果更好，本书同时也适合辅导机构老师作为学生教材使用，在本书的编写过程中，得到了林璐、赵鼎诚、杨涵等几位老师的建议和帮助。同时也要感谢北京理工大学出版社的领导与编辑部老师们的鼎力支持，在这里一并表示感谢。由于笔者水平有限，难免会有疏漏和错误，希望广大同仁和考友给我们提出宝贵的意见和建议。

编 者

2016 年于中国上海

条件充分性判断题解题说明

本书中每章均涉及“二、条件充分性判断题”。此类题是管理类硕士联考特有的题型，其一般形式如下：

题干：（条件部分）、结论部分。

条件（1）：（内容）

条件（2）：（内容）

在题干部分中，可能有已知的条件，解题时可用，也可能没有这一部分，但结论部分则必须具备，是本题需要求解得到的结果。如题干中有条件部分，则必须条件部分在前，结论部分在后，两部分的区分以用词、语气来判断。条件（1）、条件（2）是两项分别的已知条件。

此类题型的解答以 A、B、C、D、E 五个选项中单选一项作答，各选项的规定意义如下：

如仅已知条件（1）、不知条件（2）可以推出结论，而仅已知条件（2）、不知条件（1）不可以推出结论，则选择 A；

如仅已知条件（2）、不知条件（1）可以推出结论，而仅已知条件（1）、不知条件（2）不可以推出结论，则选择 B；

如仅已知条件（1）或仅已知条件（2）均不可以推出结论，而条件（1）、条件（2）都已知才可以推出结论，则选择 C；

如仅已知条件（1）、不知条件（2），或仅已知条件（2）、不知条件（1）

均可以推出结论，则选择 D；

如仅已知条件（1）、不知条件（2），或仅已知条件（2）、不知条件（1）均不可以推出结论，且条件（1）、条件（2）都已知时仍不能推出结论，则选择 E.

以上五种情况必然有且仅有一种情况成立. 当然，不论在任何情况下，题干中如有条件部分，均可作为已知的使用.

目 录

第一章 算术部分考点精析	(1)
第一节 实数的运算与性质	(2)
第二节 比和比例	(15)
第三节 数轴和绝对值	(17)
第四节 平均值	(25)
第五节 本章预测题	(27)
第二章 代数式与函数考点精析	(35)
第一节 整式运算	(36)
第二节 分式及其运算	(43)
第三节 常用函数及其性质	(46)
第四节 本章预测题	(55)
第三章 代数方程和不等式考点精析	(63)
第一节 代数方程	(64)
第二节 不等式	(81)
第三节 本章预测题	(91)
第四章 数列考点精析	(98)
第一节 数列的通项或参数计算	(99)
第二节 数列的求和	(109)
第三节 数列的实际应用题	(117)
第四节 本章预测题	(120)
第五章 平面几何考点精析	(124)
第一节 多边形问题	(125)
第二节 圆与扇形问题	(141)
第三节 本章预测题	(149)
第六章 解析几何考点精析	(156)
第一节 直线与圆的方程式	(157)

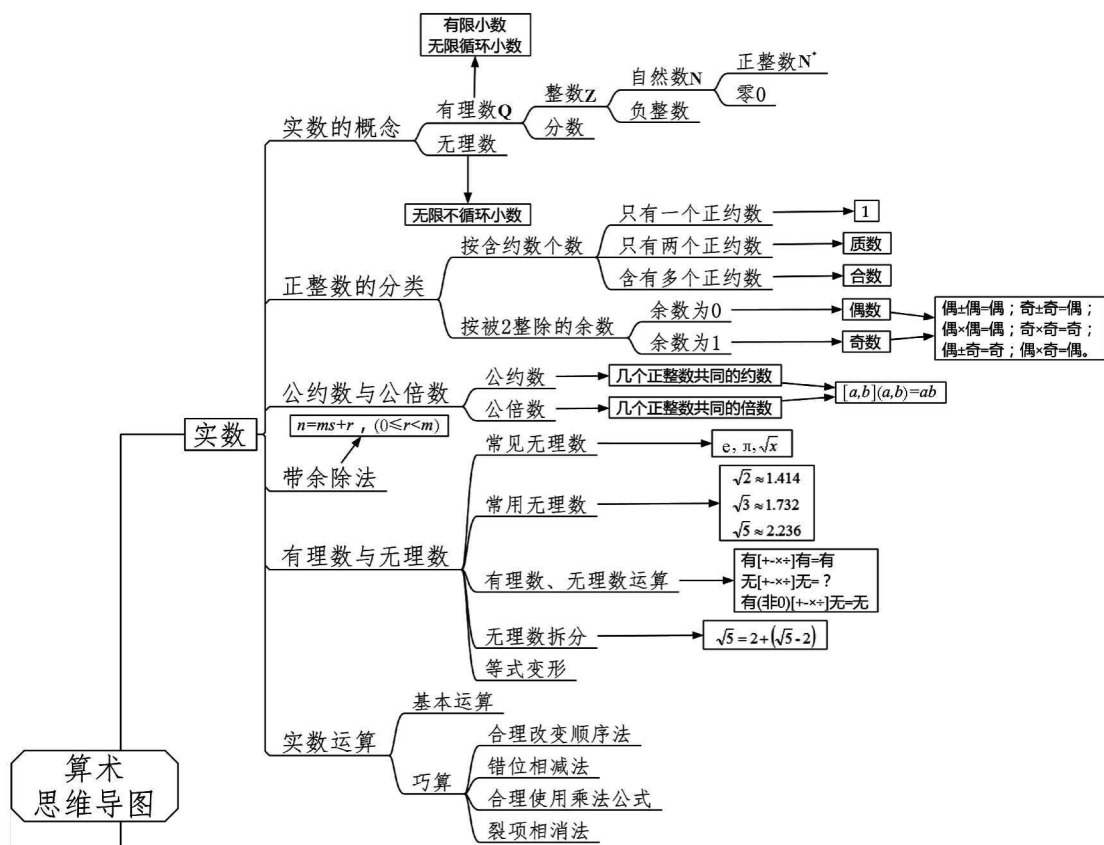
第二节 解析几何位置关系	(167)
第三节 本章预测题	(176)
第七章 立体几何历年真题分类解析	(190)
第一节 立体图形	(191)
第二节 本章预测题	(198)
第八章 计数原理(排列组合) 考点精析	(203)
第一节 计数原理	(204)
第二节 排队与座位问题	(206)
第三节 组合问题及其计算	(208)
第四节 本章预测题	(214)
第九章 概率初步考点精析	(221)
第一节 等可能性事件的概率	(221)
第二节 摸球模型(随机取样模型)	(225)
第三节 分房模型	(232)
第四节 数字与骰子模型	(234)
第五节 独立事件的概率模型	(237)
第六节 贝努里概率模型	(240)
第七节 本章预测题	(247)
第十章 应用题考点精析	(262)
第一节 比例问题	(263)
第二节 增长率、利润率问题	(274)
第三节 平均值应用问题	(285)
第四节 浓度问题	(292)
第五节 工程问题	(295)
第六节 行程问题	(303)
第七节 容斥问题(集合问题)	(313)
第八节 不定方程问题与线性规划问题	(316)
第九节 其他问题(盈亏问题、鸡兔同笼问题等)	(321)
第十节 本章预测题	(325)

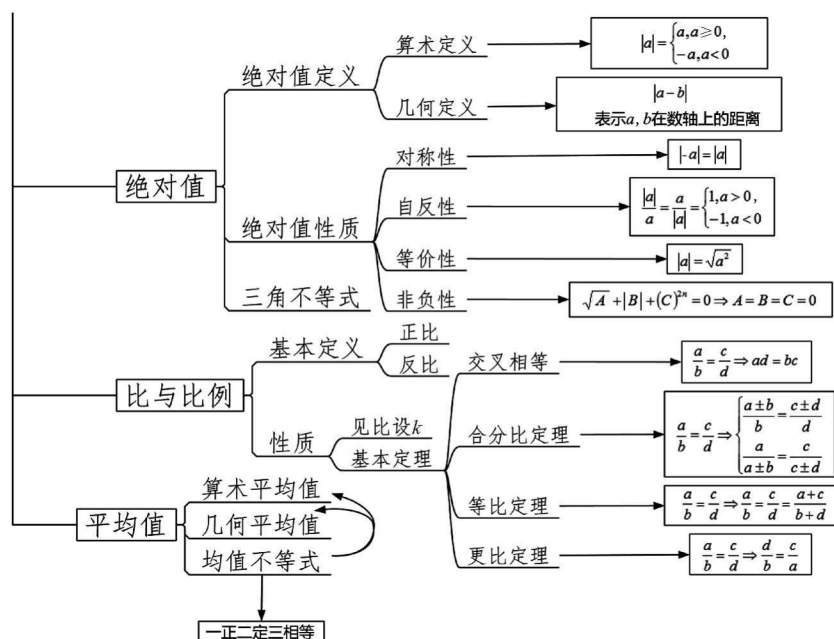
第一章 算术部分考点精析

【考试地位】

算术是考试的重点模块,同时它又是学习其他数学知识的一个基础,要了解其运算特点,熟悉八类基本运算法则,包括比例运算、绝对值运算等,并且掌握一些常用的运算技巧,方便考试时提高速度.本模块一般考试时出现 3 题左右.

【知识框图】





第一节 实数的运算与性质

【考点突破】 本节主要考查实数的运算和性质,其中实数运算主要掌握裂项相消的解题方法,而实数的性质则要掌握实数的非负数性质及其运用、奇数与偶数的性质及其运用、质数与合数的性质及其运用、有理数和无理数的性质及其运用等。

【要点浏览】 (1)裂项公式: $\frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right)$ 。

(2)30 以内的质数有:2,3,5,7,11,13,17,19,23,29. 其中只有 2 是偶质数。

(3)奇数个奇数的和是奇数,偶数个奇数的和是偶数,偶数与任何整数相乘都是偶数。

(4)有理数与无理数相加运算结果还是无理数,非零有理数与无理数相乘运算后还是无理数。

(5)若干个非负代数式的和为 0,只能每一个非负代数式都为 0。

【名师总结】 本节要求考生在备考中不仅注重数学计算能力的培养,更注重用逻辑的思维处理数学推理试题。

一、问题求解题:

【1】 (1997-1) 若 $\sqrt{(a-60)^2} + |b+90| + (c-130)^{10} = 0$, 则 $a+b+c$ 的值是()。

A. 0 B. 280 C. 100 D. -100 E. 无法确定

【考点】 实数的非负性。

【难度】 ★

【解析】 由于开方、绝对值以及代数式的偶次幂运算均大于等于 0, 故为了使整个算式等于 0, 必须让每项都等于 0, 得方程组:

$$\begin{cases} \sqrt{(a-60)^2}=0, \\ |b+90|=0, \\ (c-130)^{10}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=60, \\ b=-90, \\ c=130, \end{cases}$$

则 $a+b+c=60-90+130=100$, 选 C.

【技巧】 本题由于发现 100 和 -100 具有对称性质, 备选答案只能在 C 和 D 中选择了, 而本题正的可能性比负的可能性大点, 所以一般可以蒙猜选 C.

【点睛】 实数的非负性在真题的考查中是比较多的, 要熟悉经验结论: 若干个非负数的代数和为 0 时, 只能每个非负数都为 0. 常见的非负数有: $a^2 \geq 0$, $|a| \geq 0$, $\sqrt{a} \geq 0$.

【2】 (1998-1) 设实数 x, y 适合等式 $x^2 - 4xy + 4y^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{3}y - 6 = 0$, 则 $x+y$ 的最大值为().

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$ E. $3\sqrt{3}$

【考点】 利用非负性求最值.

【难度】 ★★

【解析】 选 C. 由于 $x^2 - 4xy + 4y^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{3}y - 6 = 0 \Rightarrow (x-2y)^2 + \sqrt{3}(x+y) - 6 = 0$
 $\Rightarrow \sqrt{3}(x+y) = 6 - (x-2y)^2 \leq 6$, 所以 $x+y \leq \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$.

【技巧】 本题可以令 $y=0$, 得 $x^2 + \sqrt{3}x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{3+24}}{2} = \sqrt{3}$, 那么答案应该在 C, D, E 中选择了, 而 D 选项出现 $\sqrt{2}$, 故可能性不大, 那么只能在 C 和 E 中进行选择了.

【点睛】 通过对表达式进行配方, 利用非负性求解最值. 考生要熟悉常见的完全平方: 如 $x^2 \pm 4xy + 4y^2 = (x \pm 2y)^2$, $x^2 \pm 6xy + 9y^2 = (x \pm 3y)^2$ 等.

【3】 (2000-10) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100} = (\quad)$.

- A. $\frac{99}{100}$ B. $\frac{100}{101}$ C. $\frac{99}{101}$ D. $\frac{97}{100}$

【考点】 实数求和技巧(裂项相消法).

【难度】 ★

【解析】 选 A.

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) = \frac{99}{100}.$$

【技巧】 最后一项的分母中含有 100, 显然选项在 A, D 中选择了.

【点睛】 考生要熟悉裂项技巧: $\frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k}\right)$.

【4】 (2002-1) 已知 a, b, c 是不完全相等的任意实数, 若 $x = a^2 - bc$, $y = b^2 - ac$, $z = c^2 - ab$, 则 x, y, z ().

- A. 都大于 0 B. 至少有一个大于 0

C. 至少有一个小于 0

D. 都不小于 0

【考点】 利用非负性判断符号.**【难度】** ★★

【解析】 选 B. $x+y+z=a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]>0$.

显然至少有一个大于 0.

【技巧】 本题也可以采用特殊值法求解,但速度也并不是很快.**【点睛】** 要判断至少、至多问题,往往对某个判断比较困难时,可以采用一起求和后来判断的手段.

【5】 (2007-10)一辆出租车有段时间的营运全在东西走向的一条大道上,若规定向东为正,向西为负,且知该车的行驶公里数依次为 $-10, +6, +5, -8, +9, -15, +12$,则将最后一名乘客送到目的地时,该车的位置().

A. 在首次出发地东面 1 公里处

B. 在首次出发地西面 1 公里处

C. 在首次出发地东面 2 公里处

D. 在首次出发地西面 2 公里处

E. 仍在首次出发地

【考点】 实数的运算.**【难度】** ★**【解析】** 选 B.

由规定向东为正,向西为负,故 -10 表示向西 10 公里, $+6$ 表示再向东 6 公里,所在位置为 $-10+6=-4$ 表示在首次出发向西 4 公里处,故最后一名乘客: $-10+6+5-8+9-15+12=-1$,即在首次出发地西面 1 公里处.

【技巧】 从选项的结构看,可以首先排除 E 选项.**【点睛】** 本题主要考查了有理数的求和运算.

【6】 (2008-1) $\frac{(1+3)(1+3^2)(1+3^4)(1+3^8)\cdots(1+3^{32})+\frac{1}{2}}{3\times 3^2\times 3^3\times 3^4\times \cdots\times 3^{10}}=(\quad).$

A. $\frac{1}{2}\times 3^{10}+3^{19}$ B. $\frac{1}{2}+3^{19}$ C. $\frac{1}{2}\times 3^{19}$ D. $\frac{1}{2}\times 3^9$

E. 以上结果均不正确

【考点】 实数的运算.**【难度】** ★★

【解析】 选 D. 原式 $=\frac{(1-3)\left[(1+3)(1+3^2)(1+3^4)(1+3^8)\cdots(1+3^{32})+\frac{1}{2}\right]}{(1-3)\times 3\times 3^2\times 3^3\times \cdots\times 3^{10}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(1-3)(1+3)(1+3^2)(1+3^4)(1+3^8)\cdots(1+3^{32}) + \frac{(1-3)}{2}}{(1-3) \times 3^{1+2+3+\cdots+10}} \\
 &= \frac{(1-3^2)(1+3^2)(1+3^4)(1+3^8)\cdots(1+3^{32}) + \frac{(1-3)}{2}}{(1-3) \times 3^{55}} = \frac{1-3^{64}-1}{(-2) \times 3^{55}} = \frac{1}{2} \times 3^9.
 \end{aligned}$$

【技巧】 此题主要运用了平方差公式,在考试时由于时间紧迫,很难想得到这样做,所以也可以进行大致估计,列式如下:

$$\frac{(1+3)(1+3^2)(1+3^4)(1+3^8)\cdots(1+3^{32}) + \frac{1}{2}}{3 \times 3^2 \times 3^3 \times 3^4 \times \cdots \times 3^{10}} \approx \frac{3 \times 3^2 \times 3^4 \times \cdots \times 3^{32}}{3 \times 3^2 \times 3^3 \times 3^4 \times \cdots \times 3^{10}} = \frac{3^{63}}{3^{55}} = 3^8,$$

显然 D 的可能性最大.

【点睛】 本题要熟悉平方差公式的运用, $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$,体现了在数字中运用乘法公式的转化思维能力.

【7】 (2008-10)以下命题中正确的一个是().

- A. 两个数的和为正数,则这两个数都是正数
- B. 两个数的差为负数,则这两个数都是负数
- C. 两个数中较大的一个其绝对值也较大
- D. 加上一个负数,等于减去这个数的绝对值
- E. 一个数的 2 倍大于这个数本身

【考点】 实数的运算性质.

【难度】 ★

【解析】 选 D. 本题主要考运算的基本概念, A 选项中,两个正数的和为正数,只能得到至少有一个为正数; B 选项中,两个数的差为负数,这两个数符号无法确定; C 选项中,只有当两个数都为正数时,此描述才正确; E 选项对于正数才成立,故只能选 D.

【技巧】 本题可以举特殊的数字进行排除,比如 A 选项可以取 2 和 -1, B 选项可以取 1 和 2, C 选项可以取 1 和 -2, E 选项可以取这个数为 -1,显然 2 倍后反而小于本身.

【点睛】 本题要熟悉实数运算的正负特性,可以举反例排除干扰选项.

【8】 (2008-10)一个大于 1 的自然数的算术平方根为 a ,则与这个自然数左右相邻的两个自然数的算术平方根分别为().

- A. $\sqrt{a}-1, \sqrt{a}+1$
- B. $a-1, a+1$
- C. $\sqrt{a-1}, \sqrt{a+1}$
- D. $\sqrt{a^2-1}, \sqrt{a^2+1}$
- E. a^2-1, a^2+1

【考点】 平方根的概念.

【难度】 ★

【解析】 选 D. 本题主要考运算的基本概念,一个大于 1 的自然数的算术平方根为 a ,则原自然数为 a^2 ,该自然数左右相邻的两个自然数为 a^2-1 和 a^2+1 ,再开方得到算术平方根分别为 $\sqrt{a^2-1}$ 和 $\sqrt{a^2+1}$.

【技巧】 采用特殊值法,设自然数为 4,则 $a=2$,左右相邻的两个数为 3 和 5,代入选项

验证答案.

【点睛】 本题要熟悉平方根与算术平方根的概念,一般来说,一个正数的平方根会有正负两个数,而算术平方根只有一个正的数.

【9】 (2008-10) $|3x+2|+2x^2-12xy+18y^2=0$, 则 $2y-3x=(\quad)$.

- A. $-\frac{14}{9}$ B. $-\frac{2}{9}$ C. 0 D. $\frac{2}{9}$ E. $\frac{14}{9}$

【考点】 乘法公式与非负性.

【难度】 ★

【解析】 选 E. $|3x+2|+2x^2-12xy+18y^2=0 \Rightarrow |3x+2|+2(x-3y)^2=0$

$$= \begin{cases} 3x+2=0, \\ x=3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-\frac{2}{3}, \\ y=-\frac{2}{9} \end{cases} \Rightarrow 2y-3x = -\frac{4}{9}+2 = \frac{14}{9}.$$

【技巧】 本题明显可以排除 C 这个选项.

【点睛】 实数的非负性往往要结合配方法一起使用. 要熟悉重要结论:若干个非负数的代数和为 0 时,只能每个非负数都是 0.

【10】 (2009-1) 已知实数 a, b, x, y 满足 $y + |\sqrt{x}-\sqrt{2}| = 1-a^2$ 和 $|x-2| = y-1-b^2$ 则 $3^{x+y} + 3^{a+b} = (\quad)$.

- A. 25 B. 26 C. 27 D. 28 E. 29

【考点】 实数的非负性质.

【难度】 ★★

【解析】 选 D. 从所给二式中消去 y 即得

$|\sqrt{x}-\sqrt{2}| + |x-2| + a^2 + b^2 = 0$, 可见必有:

$$\begin{cases} \sqrt{x}-\sqrt{2}=0, \\ a^2=0, \\ b^2=0, \\ x-2=0, \end{cases} \quad \text{即 } x=2, \text{ 且 } a=b=0, \text{ 从而 } y=1, \text{ 所求为 } 3^3+3^0=28.$$

【技巧】 采用尾数判别法, 3 的指数幂结果的尾数应该有 1, 3, 9, 7, 显然 28 的可能性最高了.

【点睛】 本题的关键在于要学会消元的思想, 由于两个式子中 y 不是非负数, 那么应该将其消去才能解决问题.

【11】 (2009-10) 设 a 与 b 之和的倒数的 2007 次方等于 1, a 的相反数与 b 之和的倒数的 2009 次方也等于 1, 则 $a^{2007} + b^{2009} = (\quad)$.

- A. -1 B. 2 C. 1 D. 0 E. 2^{2007}

【考点】 实数的运算.

【难度】 ★

【解析】 选 C.

【点睛】 本题要熟悉 1 的奇数次方根为 1, 1 的偶数次方根为 ± 1 , 通过开方, 很容易

A. 1,3
B. -1,2
C. -1,3
D. 1,2
E. 以上结论都不正确

因为 $x, y \in \mathbf{Q}$ (有理数), 所以 $\begin{cases} 2x - y + 5 = 0, \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1, \\ y = 3. \end{cases}$

A. 21 B. 27 C. 33 D. 39
E. 51

【技巧】 本题只要用选项逐一检验发现只有 3 符合要求。

【点睛】 本题要熟悉最大公约数和最小公倍数的概念. 根据每个商品的重量是整数倍来找到突破口.

【15】 (2011-1) 若 a, b, c 是小于 12 的三个不同的质数(素数), 且 $|a-b| + |b-c| + |c-a| = 8$, 则 $a+b+c = (\quad)$.

- A. 10 B. 12 C. 14 D. 15 E. 19

【考点】 实数的性质.

【难度】 ★★

【解析】 选 D. 小于 12 的质数为 2, 3, 5, 7, 11, 不妨设 $a < b < c$, 则 $2c - 2a = 8 \Rightarrow c - a = 4$, 显然 $c = 7, a = 3$, 那么 $b = 5$, 则 $a + b + c = 15$.

【技巧】 本题直接写出 12 以内的数字后观察就能看出是 3, 5, 7 了.

【点睛】 本题要熟悉 20 以内的所有质数. 另外, 本题也可以在数轴上根据距离求出结果.

【16】 (2011-1) 若实数 a, b, c 满足 $|a-3| + \sqrt{3b+5} + (5c-4)^2 = 0$, 则 $abc = (\quad)$.

- A. -4 B. $-\frac{5}{3}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{5}$ E. 3

【考点】 实数的非负性质.

【难度】 ★

【解析】 选 A.

$$\begin{cases} a-3=0, \\ 3b+5=0, \\ 5c-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3, \\ b=-\frac{5}{3}, \\ c=\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow abc = -4.$$

【技巧】 本题发现选项中 4 比较多, 所以在 A, C, D 中选择.

【点睛】 本题要熟悉非负数的基本特性.

【17】 (2013-1) 已知 $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \cdots + \frac{1}{(x+9)(x+10)}$, 则 $f(8) = (\quad)$.

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{10}$
C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{17}$
E. $\frac{1}{18}$

【考点】 裂项求和运算问题.

【难度】 ★★

【解析】 选 E. 因为 $\frac{1}{x+m} - \frac{1}{x+m+1} = \frac{1}{(x+m)(x+m+1)}$, 所以可得 $f(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \cdots + \frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+10} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+10}$, 则 $f(8) = \frac{1}{9} - \frac{1}{18} = \frac{1}{18}$.

【技巧】 通过 $f(8)$ 发现分母中肯定含有 18 这个数字(分母最大化原则),那么 $\frac{1}{18}$ 的可能性就非常的高了.

【点睛】 熟练掌握裂项基本公式: $\frac{k}{n(n+k)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+k}$.

【18】 (2014-1) 若几个质数(素数)的乘积为 770, 则它们的和为().

A. 85 B. 84 C. 27 D. 26 E. 25

【考点】 分解质因数.

【难度】 ★

【解析】 $N=770=7 \times 11 \times 2 \times 5$, 之和为 25. 故选 E.

【技巧】 根据选项成等差数列的特性, 本题应该在 C, D, E 中选择, 具体可以参看本系列图书第三篇——技巧篇.

【19】 (2014-10) 两个相邻的正整数都是合数, 则这两个数的乘积的最小值是().

A. 420 B. 240 C. 210 D. 90 E. 72

【考点】 质数与合数.

【难度】 ★

【解析】 选 E. 因为是连续合数, 依次列举: 4, 6, 8, 9, ..., 发现 8 和 9 相邻, 乘积 72 最小.

【技巧】 观察选项反向验证, 发现 72 最小, $72=8 \times 9$ 符合题干条件, 故选 E.

【点睛】 要熟悉 30 以内的所有合数, 分别为: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30.

【20】 (2014-12) 设 m, n 是小于 20 的质数, 满足条件 $|m-n|=2$ 的 $\{m, n\}$ 共有().

A. 2 组 B. 3 组 C. 4 组 D. 5 组 E. 6 组

【考点】 质数与绝对值.

【难度】 ★

【解析】 选 C. 本题是课堂反复强调的质数的掌握, 列举所有 20 以内的质数只有 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 那么显然只有 (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19) 四组, 属于简单题.

【点睛】 本题要注意集合的意思, 由于集合 $\{m, n\}$ 具有无序性, 那么就不需要再交换它们的顺序了.

【21】 (2015-12) 从 1 到 100 的整数中任取 1 个数, 则该数能被 5 或 7 整除的概率为().

A. 0.02 B. 0.14 C. 0.2 D. 0.32 E. 0.34

【考点】 容斥问题.

【难度】 ★★★

【解析】 选 D. 能被 5 整除: $\frac{100}{5}=20$ (个); 能被 7 整除: $\frac{100}{7}=14$ (个) ... 2;

能被 35 整除: $\frac{100}{35}=2$ (个).

能被 5 或 7 整除: $20+14-2=32$ (个), 所以概率为 0.32.

【点睛】 本题是交叠元素问题,肯定要先加后再扣除重叠的部分,由于 $0.34 - 0.02 = 0.32$,那么显然就选 0.32 比较合适.

二、条件充分性判断题:

【1】 $(2007-10)m$ 是一个整数. ()

(1) 若 $m = \frac{p}{q}$, 其中 p 与 q 为非零整数, 且 m^2 是一个整数

(2) 若 $m = \frac{p}{q}$, 其中 p 与 q 为非零整数, 且 $\frac{2m+4}{3}$ 是一个整数

【考点】 整除的性质.

【难度】 ★★

【解析】 选 A. 条件(1): 由于 $m = \frac{p}{q}$, 说明 m 为有理数, 又因 m^2 是一个整数, 所以 m 也为整数, 充分; 条件(2): 只需要取 $p = -1, q = 2, m = -\frac{1}{2}$, 显然 $\frac{2m+4}{3}$ 是一个整数, 但 m 不是整数, 就不充分了.

【技巧】 本题可以先观察条件(2), 明显可以找到反例, 发现不充分, 那么条件(1)充分的可能性就比较大了.

【点睛】 本题要理解条件(1)的内涵, 一个有理数的平方若为整数, 只能是这个有理数自己是整数.

【2】 $(2007-10)x > y$. ()

(1) 若 x 和 y 都是正整数, 且 $x^2 < y$

(2) 若 x 和 y 都是正整数, 且 $\sqrt{x} < y$

【考点】 实数的运算性质.

【难度】 ★★

【解析】 选 E. 条件(1)和条件(2)都只需要取 $x = 1, y = 2$ 就发现不满足题干了, 那么 A, B, C, D 都不选.

【点睛】 如果题干改成 $x < y$, 那么条件(1)就充分了, 因为对于正整数, 都有 $x^2 < y \Leftrightarrow x < \sqrt{y} < y$.

【3】 $(2007-10)a < -1 < 1 < -a$. ()

(1) a 为实数, $a+1 < 0$

(2) a 为实数, $|a| < 1$

【考点】 实数的运算性质.

【难度】 ★

【解析】 选 A. 条件(1): $a < -1 \Rightarrow -a > 1 \Rightarrow a < -1 < 1 < -a$, 充分; 条件(2): 取 $a = 0$ 就不满足了.

【点睛】 本题的关键在于对题干的理 解, 题干其实等价于 $a < -1$.

【4】 $(2008-1)ab^2 < cb^2$. ()

(1) 实数 a, b, c 满足 $a+b+c=0$

(2) 实数 a, b, c 满足 $a < b < c$

【考点】 实数的运算性质.