ZHONGXIAOXUE
SHUXUE WULI QUWEI JIAOXUE
YANJIU

中小学
数学物理趣味教学研究

黄　辉　刘　卫　尹承浩◎主编

吉林人民出版社

内容简介

《中小学数学物理趣味教学研究》立足于当前素质教育的大形势，本着提升中小学学生科学素质的宗旨，以“培养科技兴趣、开拓学习思路、促进创新创造”为着眼点，反映最新科学发现和发明，涵盖数学、物理等多个学科的知识，图文并茂，通俗易懂，融合了严密的科学精神和通俗的生活气息，具有很强的可读性。

《中小学数学物理趣味教学研究》能够帮助中小学学生了解科学技术的最新发展，培养他们对科学技术的兴趣和爱好，增强创新精神和实践能力，引导他们树立科学思想，秉持科学态度，逐步形成科学的世界观和方法论。

作者简介

黄辉，山东省济南市章丘中学物理教师。从事教学和班主任工作多年，多次带毕业班工作并取得优异成绩，多次在地市县区的优质课和素质大赛中获奖。

刘卫，山东省济南市章丘中学数学教师，从事教学和班主任工作17年，曾获济南市优秀班主任，章丘区优秀教师、优秀班主任、教学能手、师德标兵等荣誉称号，区优质课一等奖获得者。

尹承浩，山东省济南市章丘区实验小学教师，教育硕士。从教16年来，担任过物理教师、数学教师。现为山东省天文爱好者协会理事。

中小学

数学物理趣味教学研究

ZHONGXIAOXUE SHUXUE WULI QUWEI JIAOXUE YANJIU

编委会

主　编

黄　辉　刘　卫　尹承浩

副主编（排名不分先后）

贾振国　韩绍见　苏　娜

毕宪萍　刘栋梁

编　委（排名不分先后）

蒋　晨　杨　靖　王玉洁

赵文喆　李广玲　王　欣

王战敏　郑维涛

吉林人民出版社

图书在版编目（CIP）数据

中小学数学物理趣味教学研究 / 黄辉，刘卫，尹承
浩主编 . -- 长春 : 吉林人民出版社，2017.7
ISBN 978-7-206-14145-4

Ⅰ . ①中…
Ⅱ . ①黄… ②刘… ③尹…
Ⅲ . ①数学课－教学研究－中小学②物理课－教学研究－中小学
Ⅳ . ① G633.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 185849 号

中小学数学物理趣味教学研究

主　　编：黄　辉　刘　卫　尹承浩
责任编辑：郭　威　　封面设计：新语文化
吉林人民出版社出版 发行（长春市人民大街 7548 号　邮政编码：130022）
印　　刷：成都市天金浩印务有限公司
开　　本：880mm×1230mm　1/32
印　　张：7　　　　字　　数：200 千字
标准书号：ISBN 978-7-206-14145-4
版　　次：2017 年 7 月第 1 版　印　　次：2017 年 8 月第 1 次印刷
定　　价：32.00 元

前　言

近代的数学、物理，特别是在应用数学和应用物理方面，取得了前所未有的进步。我们在充分享受现代科技带来便利的同时，期望人类科学能走得更高更远！而反观我们平时的教学现状，虽然学生们能够理解课本上的基础知识，也能处理相关的题目，但是对于我们日常生活中的一些数学物理现象及一些科技现象的原理却不能做出正确的解释，甚至根本不了解。学生们只重视考试成绩，而忽略能力提升的现象也比比皆是。这最终只会让数学、物理的科学研究得不到正确的发展，在错误的方向中越走越远！

错误的科学教育方法不但不能推动科技进步，而且会严重阻碍科技的发展！我们不应满足现在的科学研究现状，而应该要看清现代科学真实研究水平的不足。从我们的孩子就开始着手普及科技知识，全面提高素质能力。

虽然在平时的教学研究中，我们反对固步自封、墨守成规，鼓励创新突破，但不能否认的是，由于学生的知识涉猎范围仍相当的狭窄，老师在提到某一个现象或者科技实例的时候，多数同学是不知道的，这也就影响了老师给孩子们拓展新知识、新思路的范围。秉着做一个实事求是、一丝不苟、崇尚真理的优秀教育者的理念，当学生的知识储备和教学过程出现矛盾的时候，老师便应该给学生完善这些课外知识的补充，虽然这样做可能会花费不少教学时间，但我想这应该是作为教育工作者必须具备的科学素养！

在这些年的教育教学过程中，很多一线教师都深深地体会到，

科学知识浩瀚无边，科学知识深不可测。在浩瀚的科学知识海洋里，人类永远是一叶微不足道的小舟！所以我们组织人员整理编纂了这本《中小学物理数学趣味教学研究》，以示对科学的敬畏，也便于学生们通过阅读这类型书籍来提高自己的科学素养。

本书根据现行的中小学数学物理重要知识点，进行趣味再创作，特别是通过编写和整理趣味故事，使学生在学习时能够开阔视野并且乐在其中，产生渴求探索知识的内动力，在学习知识的同时获得愉快的享受和美的陶冶，从而更深刻地认识理解生活中无处不在的自然科学。

本书由黄辉（济南市章丘中学）、刘卫（济南市章丘中学）、尹承浩（济南市章丘区实验小学）任主编，贾振国（济南市章丘区第二中学）、韩绍见（济南市章丘区第二中学）、苏娜（济南市章丘区第二实验中学）、毕宪萍（济南市章丘区相公中学）、刘栋梁(济南市章丘区清照小学)任副主编,蒋晨(济南育英中学)、杨靖（济南育英中学）、王玉洁（济南育英中学）、赵文喆（济南育英中学）、李广玲（济南育秀中学）、王欣（济南育英中学）、王战敏（济南育英中学）、郑维涛（济南育英中学）等同志参加了编写。各位主编商议拟定篇目和写作体例，全体编者讨论后再分工写作初稿，最后由黄辉统稿。

本书的编者来自于小学、初中、高中各个教学阶段，都是从事一线教学的优秀教师、学科带头人。他们在各自的工作岗位上长期从事数学物理等科技方面的教学，积累了丰富的经验，保证本书的质量。本书在编写过程中为力求详实，参考了部分同类型的书籍以及网络上的资料，在此一并致谢。限于编者的水平和能力，加之书出众手，本书难免有差错，敬请读者指正。

黄辉
2017 年于泉城章丘

目 录

第一部分 概率学部分

生活中的概率论

“摸球游戏”

大约十年前，在北京西直门立交桥附近，曾有一个人常在那里摆摸球摊。当时围观的人们觉得很新鲜，曾有很多人参与摸球。现在看来，这不过是一个小型的赌博游戏罢了。

这个游戏的规则很简单：他先摆出了 12 个台球一般大小的小球，其中 6 个红色球、6 个白色球。当着观众的面，他把所有 12 个色球装进一个普通的布袋中，然后怂恿大家来摸。怎么个摸法呢？就是从这个装有 12 个球的布袋中，随便摸出 6 个球来，看看其中有几个是红球，有几个是白球。当然，摸球者只能把手伸进袋口中把球一个一个地“掏出来”，而不能打开袋口看着摸。

这位摆摊的人，还设立了各种情况下的奖励方案，大致是这样的：如果谁有幸摸出了“6 个红球”或者“6 个白球”，那么摸者可以得到 3 元钱的奖励；如果摸出的是“5 红 1 白”或者“5 白 1 红”，那么摸者可以得到 2 元钱的奖励；如果摸出的是“4 红 2 白”或者“4 白 2 红”，那么摸者可以得到 1 元钱的奖励；但如果摸出的是“3 红 3 白”，对不起，摸球者必须付给摆摊者 3 元。

当时的围观者甚众。乍一看来，在可能出现的所有 7 种情况中，竟然有 6 种可以得到奖励，只有唯一 1 种情况要“挨罚”，很多人便欣然参与。奇怪的是，“3 红 3 白”的情况特别的多，也许摸个一二次，能撞个大运，摸个“4 红 2 白”或者“4 白 2 红”，

赢下寥寥几元钱，但如果连摸五次以上，几乎是必“赔”的。一天下来，最为得意的当然是那个摆摊者。

有些赔钱的人肯定会有这种疑问：“为什么摸出来的 6 个球，总是 3 红 3 白呢？ 是不是这个摆摊的人有点特异功能，施了魔法呢？”

当然不是。这是数学中的“概率”所左右的结果。

大家都知道，根据排列组合的知识，从 12 个球中摸出 6 个球，总的方法数为：

$$C_{12}^{6} = 924(\text{种})$$

其中“6 红”或者“6 白”的情况，都仅有唯一的 1 种，按照概率论计算，就是$\frac{1}{924}$的出现概率，真是太低了，在概率论中可以算作“实际上不可能发生”的小概率事件。

容易计算出“5 红 1 白”或者“5 白 1 红”的情况各是：

$$C_{6}^{1} \cdot C_{6}^{5} = 6 \times 6 = 36(\text{种})$$

两种情况加起来就是 72 种，也就是出现总概率为$\frac{72}{924}=\frac{6}{77}$，还不到$\frac{1}{11}$，也够低的。所以这两种情况也难得出现。

出现“4 红 2 白”或者“4 白 2 红”的情况各是：

$$C_{6}^{2} \cdot C_{6}^{4} = 15 \times 15 = 225(\text{种})$$

两种情况加起来就是 450 种，也就是出现总概率为$\frac{450}{924}=\frac{75}{154}$，将近$\frac{1}{2}$，也就是有一半的可能性。不过这两种情况每次都只能赢回 1 元钱。

最后我们来看看“3 红 3 白”的情况：

$$C_{6}^{3} \cdot C_{6}^{3} = 20 \times 20 = 400(\text{种})$$

所以，摸到“3 红 3 白”的概率，就是$\frac{400}{924}=\frac{100}{231}$，虽然比上面那两种情况的可能性稍低，但也是将近一半的可能性。尤其一旦摸到“3 红 3 白”，一次就会损失掉 3 元钱。

根据上面的分析，我们可以得到如下结论：最有可能出现的三种情况是“3红3白”“4红2白”和“4白2红”，而且出现“3红3白”的概率接近$\frac{1}{2}$，出现“4红2白”和“4白2红”的概率都接近$\frac{1}{4}$。也就是说，一般来讲，如果摸球者摸了四回，往往其中的两回都是“3红3白”（共赔6元），另外各有一次是“4红2白”和“4白2红”（共赚2元）。算下总帐，4次摸球的结果，一般要赔进4元钱。看来，参与摸球的人多半是会赔本的，而且摸的次数越多，赔出的钱也就越多。

看来，这位摆摊者巧妙地利用了概率论，成为不变的赢家。以后再遇到这种人，大家可千万不要上当啊！

魔术中的数学

魔术师从一副扑克牌中抽出21张，对一位观众说：“请你默记其中一张牌”。观众看了看，记住了其中一张。魔术师把牌洗了一通，然后在桌面上分牌。如图，把第一张放在图1—1上1的位置上，第二张放在图1—2上2的位置上，……，最后一张放在图1—3上21的位置上，牌面均向上。摆成三组，每组7张。此时问观众，默记的牌在哪一组。当观众说出在某组后，魔术师分别把三组牌收扰起来，收扰时保持牌在组内的先后顺序不变；再把收扰好的三组牌叠起来拿在手中；叠的时候暗中将观众确认有默记牌的那组放在中间一层。魔术师不再洗牌，随即开始第二次分牌。分法如前，把第一张放在图1—1上1的位置上，第三张放在图1—2上2的位置上……。然后魔术师问观众：默记的那张牌现在在哪一组。当观众说出所在组后，魔术师如前法所示再次收拢，叠起。然后进行第三次分牌。分好后再次问观众默记的牌在哪一组。当观众指出所在的组后，魔术师此时毫不犹豫地从该组中抽出一张牌来，此牌恰是观众默记的那一张，博得一片掌声。

第一组	1	4	7	10	13	16	19

图 1—1

第二组	2	5	8	11	14	17	20

图 1 — 2

第三组	3	6	9	12	15	18	21

图 1 — 3

看了这个魔术以后，我对揭开其谜底产生了兴趣。经过试验和推敲，我终于找到了其中数学的影子。其实，第一次分牌后，观众所默记的那张牌，比如 A 牌，可能出现在任何一组的任何位置。然而，第二次分完后，A 牌所在的位置只能是图 1 — 2 上的 8~14 中的任意一个，这是因为 8~14 号上的那 7 张牌原本就是一组被魔术师事先故意地放在中间那一层的。现在 A 牌不论被分入哪一个新组，它只是新组内中间的三张牌之一，即这组内的第三、第四或第五张。第三次分完后，A 牌的位置只能是图上的 10、11、12 之一了。道理是这三个位置上的三张牌即是收拢前的 A 所在那组的中间的三张。现在，由于 10、11、12 号位置分别是在三个组的正中间，只要观众说出 A 在哪一组，魔术师把该组正中的牌抽出来就绝对正确。魔术的秘窍是每次叠放时把含 A 牌的一组放在中层而又不要引起观众注意。

掷硬币并非最公平

抛硬币是做决定时普遍使用的一种方法。人们认为这种方法对当事人双方来说都很公平。因为他们认为钱币落下后正面朝上和反面朝上的概率都一样，都是 50%。但是有趣的是，这种非常受欢迎的做法并不正确。

首先，虽然硬币落地时立在地上的可能性非常小，但是这种可能性是存在的。其次，即使我们排除了这种很小的可能性，测试结果也显示，如果你按常规方法抛硬币，即用大拇指轻弹，开始抛时硬币朝上的一面在落地时仍朝上的可能性大约是 51%。

之所以会发生上述情况，是因为在用大拇指轻弹时，有些时

候钱币不会发生翻转，它只会像一个颤抖的飞碟那样上升，然后下降。如果下次你要选出将要抛钱币的人手上的钱币在落地后哪面会朝上，你应该先看一看哪面朝上，这样你猜对的概率要高一些。但是如果那个人是握起钱币，又把拳头调了一个个儿，那么，你就应该选择与开始时相反的一面。

同一天过生日的概率

假设你在参加一个由 50 人组成的婚礼，有人或许会问："我想知道这里两个人的生日一样的概率是多少？此处的一样指的是同一天生日，如 5 月 5 日，并非指出生时间完全相同。"

也许大部分人都认为这个概率非常小，他们可能会设法进行计算，猜想这个概率可能是七分之一。然而正确答案是，大约有两名生日是同一天的客人参加这个婚礼。如果这群人的生日均匀地分布在日历的任何时候，两个人拥有相同生日的概率是 97%。换句话说就是，你必须参加 30 场这种规模的聚会，才能发现一场没有宾客出生日期相同的聚会。

人们对此感到吃惊的原因之一是，他们对两个特定的人拥有相同的出生时间和任意两个人拥有相同生日的概率问题感到困惑不解。两个特定的人拥有相同出生时间的概率是三百六十五分之一。回答这个问题的关键是该群体的大小。随着人数增加，两个人拥有相同生日的概率会更高。因此在 10 人一组的团队中，两个人拥有相同生日的概率大约是 12%。在 50 人的聚会中，这个概率大约是 97%。然而，只有人数升至 366 人（其中有一人可能在 2 月 29 日出生）时，你才能确定这个群体中一定有两个人的生日是同一天。

多少只袜子才能配成一对

关于多少只袜子能配成对的问题，答案并非两只。而且这种情况并非只在我家发生。为什么会这样呢？那是因为我敢担保在

冬季黑蒙蒙的早上，如果我从装着黑色和蓝色袜子的抽屉里拿出两只，它们或许始终都无法配成一对。虽然我不是太幸运，但是如果我从抽屉里拿出 3 只袜子，我敢说肯定会有一双颜色是一样的。不管成对的那双袜子是黑色还是蓝色，最终都会有一双颜色一样的。如此说来，只要借助一只额外的袜子，数学规则就能战胜墨菲法则。通过上述情况可以得出，“多少只袜子能配成一对”的答案是 3 只。

当然只有当袜子是两种颜色时，这种情况才成立。如果抽屉里有 3 种颜色的袜子，例如蓝色、黑色和白色袜子，你要想拿出一双颜色一样的，至少必须取出 4 只袜子。如果抽屉里有 10 种不同颜色的袜子，你就必须拿出 11 只。根据上述情况总结出来的数学规则是：如果你有 N 种类型的袜子，你必须取出 N+1 只，才能确保有一双是完全一样的。

赌马中的数学问题

随着中国的改革开放，我们也知晓了诸如赌马、六合彩等一些博彩游戏。对我们来说，了解一些原来不熟悉的东西也是必要的。其实，一些博彩游戏和古老的赌博有许多相似之处，我们可以用初等概率知识对其中的现象作一定的分析。

这里以赌马问题为例加以说明。为简便起见，假设只有两匹马参加比赛。通过对决定马匹胜负的各因素的研究以及对以往赛事胜负情况的统计分析，我们可得出两匹马各自胜出的实际概率。不失一般性，设其中一匹马胜出的实际概率为 p，则另一匹马胜出的实际概率为 1-p。那么，参赌者该如何下注，以最大的限度确保他们能赢得钱呢？

要解决这个问题，必须先弄明白庄家的赔率是如何设定的。所谓赔率，是指押注一元钱于胜方所获得的总金额。举例来说，若赔率为 1.65 元，则如押注一元的一方恰好胜出，可得收益 0.65

元，加上本金，一共可得 1.65 元。若押注负方，则会失去所押注的 1 元，但不须另外再输钱。现在，我们知道了马匹胜出的实际概率，知道了庄家设定的赔率，就可以分析参赌者该如何下注。这里，设总金额为 1 元，并设在第一匹马上押注 a 元，则在第二匹马上押注 1-a。至于具体押注多少，参赌者可以将总金额按该比例分配给这两匹马。于是，可得下表：

马匹	第一匹	第二匹
胜出的实际概率	p	$1-p$
庄家设定赔率（元）	r_1	r_2
押注（元）	a	$1-a$

表 1-1

如果第一匹马赢，参赌者可得到 r_1a 元，再减去付出的 1 元，参赌者的收益为 r_1a-1 元；同理，如果第二匹马赢，参赌者收益为 $r_2(1-a)-1$ 元。考虑到两匹马胜出的实际概率分别为 p 和 1-p，参赌者的期望收益为 $D = p(r_1a-1) + (1-p)(r_2(1-a)-1) = a(pr_1-(1-p)r_2) + (1-p)r_2-1$，其中 $a \in (0, 1)$。另外，若参赌者把所有钱都押注于第一匹马时期望收益为 $p(r_1-1)$；若参赌者把所有的钱都押注于第二匹马时，期望收益为 $(1-p)(r_2-1)$。

自然，参赌者希望收益 $D > 0$，这样，他们才能以一个正的概率赢利。所以要求：$D = a(pr_1-(1-p)r_2) + (1-p)r_2-1$，$a \in (0, 1)$。

（1）当 $pr1 - (1-p)r2 > 0$，且 $(1-p)r2-1 > 0$，即当 $pr1 - (1-p)r_2 > 0$ 且 $r_2 > \frac{1}{1-p}$ 时，不论 a 取何值，D 恒大于 0，且当 a 趋向 1 时，D 趋向于极大值 $pr_1 - 1$。实际上，当 $a = 1$，即参赌者把钱全押注于第一匹马上时，有收益 $p(r_1-1) > pr_1-1$，所以参赌者应当把钱全部押注于第一匹马上。

（2）当pr1－（1－p）r_2＜0且（1－p）r2－1＞0，即当pr_1－（1－p）r_2＜0且$r_2 > \frac{1}{1-p}$时，收益D随着a的变大而变小，且当a趋于0时，D趋于极大值（1-p）r_2-1。实际上，当a＝0，即参赌者把钱全押注于第二匹马上时，有收益（1-p）（r_2-1）＞（1-p）r_2-1。所以参赌者应当把钱全押在第二匹马上。

（3）当pr_1-（1-p）r2＞0，（1-p）r2-1＜0时，为使D＞0，应满足：$a > \frac{1-(1-p)r_2}{pr_1-(1-p)r_2}$。又∵0＜a＜1，∴$pr_1$＞1，即$r_1 > \frac{1}{p}$。即当$r_1 > \frac{1}{p}$，且时$r_2 < \frac{1}{1-p}$，参赌者按$a > \frac{1-(1-p)r_2}{pr_1-(1-p)r_2}$分配赌注可期望赢利。且当a趋向于1时，收益D趋于极大值pr_1-1。同（1）情况可知，这时，参赌者应把钱全押注于第一匹马上，有收益p（r_1-1）。

（4）当$r_1 < \frac{1}{p}$，且$r_2 < \frac{1}{1-p}$时。

这时不论赌注如何分配，参赌者的期望收益恒为负。在这情况下，参赌者介入其中是不理智的行为。

以上是参赌者在已知胜出概率及赔率时选择的策略。同样，庄家在设置赔率时，一定会对实际各匹马胜出的概率作一番认真研究，由此设定相应赔率。这样，他才有可能不赔本。由此当庄家设置一个赔率时，我们也可以反推庄家所估计的各匹马胜出的概率。例如，庄家赔率设定为15，则我们大致可以知道该马匹胜出概率大致应小于$\frac{1}{15}$。

其实，在其他涉及赔率、押注的简单模型中，我们也可以用相应的方法进行分析。当然，这只是对实际情况的一种简化。现实生活中的赌马不会仅有两匹，并且要求出各马匹实际胜出的概率是件非常困难的事，在一般情况下，只能求得近似解。

第二部分 几何学部分

生活中的几何

晶体——自然界的多面体

从古代起，多面体就出现在数学著作中，然而，它们的起源却是那样的古老，几乎可以说是与自然界自身的起源同时发生的。

晶体常常生长成多面体形状。例如，氯酸钠的晶体呈现为立方体和四面体的形状；铬矾晶体有着八面体的形状。令人迷惑不解的是，在一种海洋微生物放射虫类的骨骼结构中，居然也出现十二面体和二十面体的晶状体。

如果多面体是这样的，它的所有面都相等，而且这些面的角也全相等，那么这个多面体就称为正多面体。一个正多面体的所有面都一样，所有边都相等，而所有角也全都相等。多面体有着无数种类型，但正多面体却只有五种。正多面体也称柏拉图体，因为柏拉图约于公元前 400 年独立发现了它，后人为此予以命名。然而就正多面体的存在来说，人们早在毕达哥拉斯之前就已知道。埃及人甚至把它们中的某些，用在蔚为壮观的建筑和其他物件中。

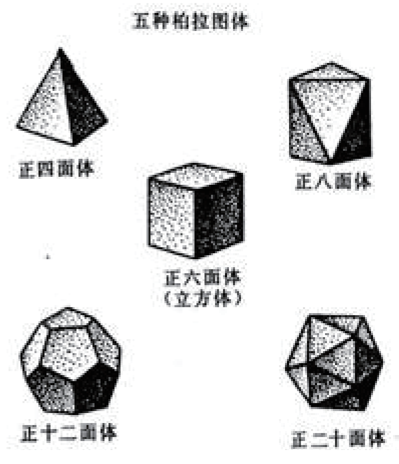

图 2-1