根据新版义务教育课程标准编写

暑假新动向

SHUJIA XINDONGXIANG

《暑假新动向》编写组 编

期末＋假期＋衔接

数学

八年级

电子科技大学出版社

根据最新版义务教育课程标准编写

暑假新动向

SHUJIA XINDONGXIANG

《暑假新动向》编委会 编

数学

八年级

电子科技大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

暑假新动向．数学．八年级/《暑假新动向》编写组主编．—成都：电子科技大学出版社，2015.4
ISBN 978－7－5647－2933－2

Ⅰ．①暑… Ⅱ．①暑… Ⅲ．①中学数学课—初中—习题集 Ⅳ．①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 070044 号

暑假新动向　数学　八年级

《暑假新动向》编委会　编

出版发行：电子科技大学出版社
（成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦　邮编：610051）
策划编辑：杜　倩
责任编辑：李　毅
主　　页：www.uestcp.com.cn
电子邮箱：uestcp@uestcp.com.cn
印　　刷：成都翔川印务有限责任公司
成品尺寸：205mm×280mm
印　　张：7.5
字　　数：200 千字
版　　次：2015 年 4 月第一版
印　　次：2015 年 4 月第一次印刷
书　　号：ISBN 978－7－5647－2933－2
定　　价：25.00 元

目录
CONTENTS

第一部分　期末快速复习

如果你平时没有认真听讲，如果你平时没有认真做练习，如果你想在考试中取得一个满意的成绩，如果你还想过个愉快而充实的假期……那么，你应该花上一点的时间，认真地看一看、做一做这一部分的内容。

二次根式…………………………………………………… 1

勾股定理…………………………………………………… 6

四边形 …………………………………………………… 11

一次函数 ………………………………………………… 17

数据的代表 ……………………………………………… 23

期末测试卷 1 ………………………………………………

期末测试卷 2 ……………………………………………… 5

第二部分　假期查漏补缺

如果你认真理解吸收了第一部分的内容，考试还是一塌糊涂，那么，你可能就需要在假期里“充充电”了！这时候用好你的教材和第二部分的内容，自学起来也会变得相对简单。或许这一个假期能让你完成一次华丽的“转身”哦！

即便你在考试中取得了比较理想的成绩，然而如果就这样快乐地玩过整个假期，那么，在新的学期里你极有可能“一败涂地”。

二次根式 …… 28

勾股定理 …… 34

四边形 …… 43

一次函数 …… 50

数据的分析 …… 64

专题一　四边形与一次函数 …… 78

专题二　勾股定理与二次根式 …… 81

第三部分　预习导学

新学期即将到来，当你还在回味快乐时光、自由遐想之时，时间已悄无声息地溜走了！等你回过神来，发现自己又在课堂上“坐飞机、坐火箭”时，书本已被老师和同学“轻描淡写”地翻过许多页了。

认真学习第三部分的内容吧！它能让你告别“飞机、火箭”，平稳地过渡到新学期，大步流星地在新的学习之旅中迈出矫健的步伐！

一元二次方程 …… 83

参考答案 …… 97

第一部分　期末快速复习

二次根式

知识回顾

1. 二次根式的概念

形如__________________的式子叫做二次根式.

2. 二次根式的性质

(1)$\sqrt{a}$________0$(a\geqslant0)$;

(2)$(\sqrt{a})^2=$________$(a\geqslant0)$;

(3)$\sqrt{a^2}=$________$=\begin{cases}______(a>0),\\ ______(a=0),\\ ______(a<0).\end{cases}$

注意:二次根式$\sqrt{a}$的双重非负性,即$\sqrt{a}\geqslant0,a\geqslant0$.

3. 二次根式的化简

二次根式的化简步骤:

(1)"一分":分解________、________;

(2)"二移":把根号内的________或者______移到根号外面(注意符号);

(3)"三化":化去被开方数中的________.

4. 最简二次根式

一个二次根式如果满足以下三个条件:

(1)________________________;

(2)________________________;

(3)________________________.

则这个二次根式叫做最简二次根式.

5. 同类二次根式

几个二次根式化成最简后如果________相同,则这几个二次根式叫做同类二次根式.

6. 二次根式的运算

(1)二次根式的乘除:

乘法运算:$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=$________$(a\geqslant0,b\geqslant0)$

除法运算:$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=$________$(a\geqslant0,b>0)$

$\sqrt{a\cdot b}=$________$(a\geqslant0,b\geqslant0)$

$\sqrt{\dfrac{a}{b}}=$________$(a\geqslant0,b>0)$

(2)二次根式的加减:

步骤:把二次根式化成最简后、再合并同类二次根式.

典例剖析

题型一:二次根式的概念

【例 1】下列各式是二次根式的是　　(　　)

A. $\sqrt{-7}$　　B. $\sqrt{m}$

C. $\sqrt{a^2+1}$　　D. $\sqrt[3]{3}$

【答案】C

【例 2】在二次根式$\sqrt{x-1}$中,x的取值范围是　　(　　)

A. $x<1$　　B. $x>1$

C. $x\geqslant1$　　D. $x\neq1$

【答案】C

题型二:利用$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$,$\sqrt{a^2}=a(a\geqslant0)$化简

【例 3】计算:

(1)$(-3\sqrt{5})^2$;　(2)$\left(\sqrt{\dfrac{5}{6}}\right)^2$;　(3)$\left(\dfrac{\sqrt{7}}{2}\right)^2$;

(4)$\sqrt{9}$;　(5)$\sqrt{(-4)^2}$;　(6)$-\sqrt{(-3)^2}$.

【分析】直接利用公式①$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$;

②$(\sqrt{a})^2=|a|=\begin{cases}a(a>0),\\0(a=0),\\-a(a<0)\end{cases}$　进行化简.

【答案】(1)45　(2)$\frac{5}{6}$　(3)$\frac{7}{4}$　(4)3　(5)4　(6)-3

题型三:利用$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\Leftrightarrow\sqrt{ab}$($a\geqslant0,b\geqslant0$)进行计算和化简

【例4】计算:

(1)$3\sqrt{\frac{1}{2}}\times(-\sqrt{6})$;　(2)$\sqrt{(-4)(-54)}$;

(3)$(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})$.

解:(1)原式$=-3\sqrt{\frac{1}{2}\times6}=-3\sqrt{3}$;

(2)原式$=\sqrt{4\times54}=\sqrt{4\times9\times6}=\sqrt{6^2\times6}=6\sqrt{6}$;

(3)原式$=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2=5-3=2$.

【答案】(1)$-3\sqrt{3}$　(2)$6\sqrt{6}$　(3)2

【点评】进行二次根式的乘法运算时,要注意公式的顺用和逆用,根号里面的数相乘不宜算出来,通常采用分解因数来分离出完全平方数,遇到小数化成分数,带分数化成假分数,多个二次根式相乘类比整式的乘法进行,同时要注意乘法公式的灵活运用.

题型四:$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\Leftrightarrow\sqrt{ab}$($a\geqslant0,b\geqslant0$)的综合运用

【例5】比较大小:

(1)$3\sqrt{2}$________$2\sqrt{3}$;

(2)$\sqrt{5}+\sqrt{3}$________$\sqrt{6}+\sqrt{2}$.

【分析】(1)只需要将根号外的数移入根号内,再比较被开方数的大小即可;(2)我们注意到$5+3$与$6+2$的和相等,因此只需要两边同时平方再作差即可比较出大小来.

解:(1)$\because3\sqrt{2}=\sqrt{18}$,$2\sqrt{3}=\sqrt{12}$.

又$\sqrt{18}>\sqrt{12}$,$\therefore3\sqrt{2}>2\sqrt{3}$.

(2)$\because(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2=(8+2\sqrt{15})-(8+2\sqrt{12})=2(\sqrt{15}-\sqrt{12})>0$,

$\therefore\sqrt{5}+\sqrt{3}>\sqrt{6}+\sqrt{2}$.

【答案】(1)$>$　(2)$>$

【点评】比较二次根式大小,一般有以下几种方法:(1)把根号外的因数移入根号内,再比较被开方数的大小;(2)平方法;(3)求差法;(4)求商法;(5)多种方法并用.如上面的第二小题就同时用了平方法和作差法.

题型五:利用$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\Leftrightarrow\sqrt{\frac{a}{b}}$($a\geqslant0,b>0$)进行计算和化简

【例6】计算:

(1)$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$　(2)$\frac{3\sqrt{64}}{2\sqrt{8}}$　(3)$\sqrt{\frac{3}{2}}\div\sqrt{\frac{1}{8}}$

【分析】利用$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\Leftrightarrow\sqrt{\frac{a}{b}}$($a\geqslant0,b>0$)将式子化成最简二次根式.

解:(1)$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{12}{3}}=\sqrt{4}=2$

(2)$\frac{3\sqrt{64}}{2\sqrt{8}}=(3\div2)\sqrt{\frac{64}{8}}=\frac{3}{2}\sqrt{8}=\frac{3}{2}\times2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

(3)$\sqrt{\frac{3}{2}}\div\sqrt{\frac{1}{8}}=\sqrt{\frac{3}{2}\div\frac{1}{8}}=\sqrt{\frac{3}{2}\times8}=\sqrt{3\times4}=\sqrt{3}\times2=2\sqrt{3}$

【答案】(1)2　(2)$3\sqrt{2}$　(3)$2\sqrt{3}$

题型六:最简二次根式的定义和认识

【例7】下列二次根式中最简二次根式有　(　　)

(1)$\sqrt{8}$;(2)$\sqrt{\frac{1}{3}}$;(3)$\sqrt{2.5}$;(4)$\sqrt{3x^3}$;(5)$\sqrt{a^2-b^2}$;(6)$\sqrt{a^2-2a+1}$;(7)$\sqrt{30}$;(8)$-\frac{\sqrt{2}}{7}$.

A.2个　B.3个　C.4个　D.5个

【分析】根据最简二次根式的两个特征直接判断.

【答案】B

【点评】最简二次根式应同时具备下面两个特征,二者缺一不可:一是被开方数不含分母;二是被开方数不含开得尽方的因数或因式.部分同学会以为(5)不是最简二次根式,因为他发现被开方数可以分解因式,但是分解后仍无开得尽方的因数或因式,注意分解因式只是手段而不是目的.

题型七:二次根式的乘除混合运算

【例8】计算:

(1)$9\frac{5}{48}\div(-\frac{3}{2}\sqrt{4\frac{1}{12}})$;

(2)$\sqrt{2\frac{1}{2}}\div 3\sqrt{28}\times(-5\sqrt{2\frac{2}{7}})$.

解:(1)原式$=[9\div(-\frac{3}{2})]\sqrt{\frac{5}{48}\div\frac{49}{12}}=$

$-6\sqrt{\frac{5}{48}\times\frac{12}{49}}=-6\sqrt{\frac{5}{(2\times7)^2}}=-\frac{3\sqrt{5}}{7}$

(2)原式$=-\sqrt{2\frac{1}{2}}\div 3\sqrt{28}\times 5\sqrt{2\frac{2}{7}}$

$=-\frac{5}{3}\sqrt{\frac{5}{2}}\div\sqrt{28}\times\sqrt{\frac{16}{7}}=-\frac{5}{3}\sqrt{\frac{5}{2}\times\frac{1}{28}\times\frac{16}{7}}$

$=-\frac{5}{3}\sqrt{\frac{10}{49}}=-\frac{5}{21}\sqrt{10}$

【点评】二次根式的运算中,最后结果应化成最简二次根式.

题型八:通过合并同类二次根式进行二次根式的加减运算

【例 9】计算:

(1)$\sqrt{8}+\sqrt{18}$;

(2)$\sqrt{16x}+\sqrt{64x}$;

(3)$(\sqrt{12}-\sqrt{\frac{1}{2}}-2\sqrt{\frac{1}{3}})-\sqrt{\frac{1}{8}}+\sqrt{8}$.

解:(1)原式$=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=(2+3)\sqrt{2}=5\sqrt{2}$;

(2)原式$=4\sqrt{x}+8\sqrt{x}=(4+8)\sqrt{x}=12\sqrt{x}$;

(3)原式$=2\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{2}{3}\sqrt{3}-\frac{1}{4}\sqrt{2}+2\sqrt{2}$.

题型九:运用乘法公式进行二次根式运算

【例 10】计算:

(1)$(2-\sqrt{3})^{2009}(\sqrt{3}+2)^{2010}$;

(2)$(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2(5+2\sqrt{6})$.

解:(1)原式$=[(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})]^{2009}(2+\sqrt{3})=2+\sqrt{3}$;

(2)原式$=(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})=5^2-(2\sqrt{6})^2=1$.

【点评】在进行二次根式的运算时,要善于运用乘法公式进行简化运算.

【练习】1. 化简或计算:

(1)$(-3\sqrt{3})^2=$________;

(2)$5=($______$)^2$;

(3)$\sqrt{(-0.3)^2}=$________;

(4)$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}=$________;

(5)$-\sqrt{-ax^3}(a>0)=$________.

2. 当$a<5$时,$\sqrt{(a-5)^2}=$________

3. 比较大小:3 ______ $2\sqrt{2}$,$3\sqrt{3}$ ______ $2\sqrt{7}$.

4. 已知:$|a-1|+\sqrt{b+2}=0$,则$a^2+b^2=$________.

5. 下列根式中,属于最简二次根式的是 ( )

A.$\sqrt{9}$　B.$\sqrt{3a}$　C.$\sqrt{3a^2}$　D.$\sqrt{\frac{a}{3}}$

6. 下列各组二次根式中是同类二次根式的是 ( )

A.$\sqrt{12}$与$\sqrt{\frac{1}{2}}$　B.$\sqrt{18}$与$\sqrt{27}$

C.$\sqrt{3}$与$\sqrt{12}$　D.$\sqrt{45}$与$\sqrt{54}$

7. $\sqrt{6-2x}$是经过化简的二次根式,且与$\sqrt{2}$是同类二次根式,则$x=$________.

8. 计算:

(1)$\sqrt{8ab}\times\sqrt{6ab^3}$;

(2)$\left(2\sqrt{12}-3\sqrt{\frac{1}{3}}\right)\times\sqrt{6}$;

(3)$(3\sqrt{6}-4\sqrt{2})(3\sqrt{6}+4\sqrt{2})$;

(4)$(3+2\sqrt{5})^2-(4+\sqrt{5})(4-\sqrt{5})$;

(5) $(5\sqrt{48}-6\sqrt{27}+4\sqrt{15})\div\sqrt{3}$；

(6) $\frac{2}{b}\sqrt{ab^5}\times(-\frac{3}{2}\sqrt{a^3b})\div3\sqrt{\frac{b}{a}}$.

课后作业

1. 计算 $(\sqrt{3})^2$ 的结果是　(　　)

A. 9　B. -9　C. 3　D. -3

2. 若 $\sqrt{3x-6}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是　(　　)

A. $x\geqslant-2$　B. $x\neq-2$

C. $x\geqslant2$　D. $x\neq2$

3. 下列式子运算正确的是　(　　)

A. $\sqrt{3}-\sqrt{2}=1$　B. $\sqrt{8}=4\sqrt{2}$

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$　D. $\frac{1}{2+\sqrt{3}}+\frac{1}{2-\sqrt{3}}=4$

4. 下列根式中属最简二次根式的是　(　　)

A. $\sqrt{a^2+1}$　B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

C. $\sqrt{8}$　D. $\sqrt{27}$

5. 若 $x=\sqrt{a}-\sqrt{b}$，$y=\sqrt{a}+\sqrt{b}$，则 xy 的值为　(　　)

A. $2\sqrt{a}$　B. $2\sqrt{b}$　C. $a+b$　D. $a-b$

6. 下列函数中，自变量 x 的取值范围是 $x\geqslant3$ 的是　(　　)

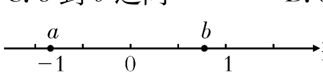
A. $y=\frac{1}{x-3}$　B. $y=\frac{1}{\sqrt{x-3}}$

C. $y=x-3$　D. $y=\sqrt{x-3}$

7. 估计 $\sqrt{32}\times\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{20}$ 的运算结果应在　(　　)

A. 6 到 7 之间　B. 7 到 8 之间

C. 8 到 9 之间　D. 9 到 10 之间

8. 

实数 a、b 在数轴上的位置如图所示，化简 $\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}-\sqrt{(a-b)^2}$ 的结果为　(　　)

A. $2a$　B. $-2b$　C. $a+b$　D. $a-b$

9. 设 $\sqrt{2}=a$，$\sqrt{3}=b$，用含 a、b 的式子表示 $\sqrt{0.54}$，则下列表示正确的是　(　　)

A. $0.3ab$　B. $3ab$　C. $0.1ab^2$　D. $0.1a^2b$

10. 如果 $\sqrt{(a-3)^2}=3-a$，则正整数 a 值的个数是　(　　)

A. 1 个　B. 2 个　C. 3 个　D. 4 个

11. 化简 $(-\sqrt{3-x})^2-\sqrt{(x-4)^2}$ 的结果为　(　　)

A. $7-2x$　B. $-2x-1$

C. 1　D. -1

12. 若 $|a-2|+\sqrt{b-3}=0$，则 $a^2-b=$________.

13. 函数 $y=\frac{1}{\sqrt{x-2}}$ 中，自变量 x 的取值范围是________.

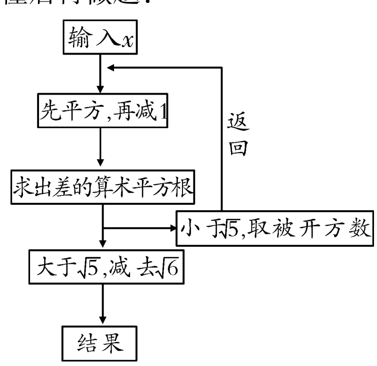
14. $\sqrt{3}$ 的倒数是________.

15. 计算：$\sqrt{8}+\sqrt{\frac{1}{3}}-2\sqrt{\frac{1}{2}}=$________.

16. 如果最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$ 与 $\sqrt{17-2a}$ 可以合并，则 $a=$________.

17. 计算 $\sqrt{\frac{0.04\times9}{0.64\times324}}=$________.

18. 如图所示是小华同学设计的一个计算机程序，请你看懂后再做题：



(1)若输入的数 $x=5$,输出的结果是________;

(2)若输出的结果是 0 且没有返回运算,输入的数 x 是________;

(3)请你输入一个数使它经过第一次运算时返回,经过第二次运算则可以输出结果,你觉得可以输入的数是________,输出的数是________.

19. 若$(\sqrt{2}-x)^3=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3$,则$(a_0+a_2)^2-(a_1+a_3)^2$的值为________.

20. 设 a、b、c 均为正整数,且$\sqrt{a-\sqrt{28}}=\sqrt{b}-\sqrt{c}$,则 $a+b+c$ 的算术平方根是________.

21. 计算:

(1)$\sqrt{8}-\sqrt{2}\times(\sqrt{2}+2)$;

(2)$(2\sqrt{48}-3\sqrt{27})\div\sqrt{6}$;

(3)$(\pi-1)^0+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}+\left|5-\sqrt{27}\right|-2\sqrt{3}$;

(4)$(3\sqrt{2}-\sqrt{6})(\sqrt{6}+3\sqrt{2})-(\sqrt{3}-1)^2$;

(5)$\sqrt{12}+\frac{1}{3}\sqrt{1\frac{1}{3}}-\sqrt{5\frac{1}{3}}-\frac{2}{3}\sqrt{48}$;

(6)化简:$\sqrt{a}(\sqrt{a}+2)-\frac{\sqrt{a^2b}}{\sqrt{b}}$.

22. 已知:a,b 为实数,且 $b=\frac{\sqrt{a^2-2}+\sqrt{2-a^2}}{a+\sqrt{2}}$,求$(\sqrt{2-b+a}-\sqrt{2-b-a})^2$的值.

勾股定理

知识回顾

1. 勾股定理

直角三角形两直角边 a、b 的平方和等于斜边 c 的平方.

用字母表示为：____________________.

勾股定理反映了直角三角形三边之间的关系，是直角三角形的重要性质之一，其主要应用：

(1)已知直角三角形的两边求第三边(在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，则 $c=\sqrt{a^2+b^2}$，$b=\sqrt{c^2-a^2}$，$a=\sqrt{c^2-b^2}$)；

(2)已知直角三角形的一边与另两边的关系，求直角三角形的另两边；

(3)利用勾股定理可以证明线段平方关系的问题.

2. 勾股定理的逆定理

如果三角形的三边长分别为 a、b、c，满足关系________，那么这个三角形是直角三角形.

勾股定理的逆定理是判定一个三角形是否是直角三角形的一种重要方法，它通过"数转化为形"来确定三角形的可能形状，在运用这一定理时应注意：

(1)首先确定最大边，不妨设最长边长为 c；

(2)验证 c^2 与 a^2+b^2 是否具有相等关系，若 $c^2=a^2+b^2$，则$\triangle ABC$ 是以$\angle C$ 为直角的直角三角形；若 $c^2>a^2+b^2$，则$\triangle ABC$ 是以$\angle C$ 为钝角的钝角三角形；若 $c^2<a^2+b^2$，则$\triangle ABC$ 为锐角三角形.

(3)定理中 a、b、c 及 $a^2+b^2=c^2$ 只是一种表现形式，不可认为是唯一的，如若三角形三边长 a、b、c 满足 $a^2+c^2=b^2$，那么以 a、b、c 为三边的三角形是直角三角形，但是 b 为斜边.

3. 勾股定理与勾股定理逆定理的区别与联系

区别：勾股定理是直角三角形的性质定理，而其逆定理是判定定理.

联系：勾股定理与其逆定理的题设和结论正好相反，都与直角三角形有关.

4. 互逆命题的概念

如果一个命题的题设和结论分别是另一个命题的结论和题设，这样的两个命题叫做互逆命题。如果把其中一个叫做原命题，那么另一个叫做它的逆命题.

方法指导：

(1)勾股定理的证明实际采用的是图形面积与代数恒等式的关系相互转化证明的.

(2)勾股定理反映的是直角三角形的三边的数量关系，可以用于解决求解直角三角形三边关系的题目.

(3)勾股定理在应用时一定要注意弄清谁是斜边谁直角边，这是这个知识在应用过程中易犯的主要错误.

(4)应用勾股定理的逆定理判定一个三角形是不是直角三角形的过程主要是进行代数运算，通过学习加深对"数形结合"的理解.

典例剖析

题型一：直接考查勾股定理

【例 1】在$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$.

(1)已知 $AC=6$，$BC=8$，求 AB 的长；

(2)已知 $AB=17$，$AC=15$，求 BC 的长.

解：(1)$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=10$；

(2)$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=8$.

题型二：利用勾股定理测量长度

【例 2】如果梯子的底端离建筑物 9 m，那么 15 m 长的梯子可以到达建筑物的高度是多少米？

【分析】这是一道大家熟知的典型的"知二求一"的题。把实物模型转化为数学模型后，已知斜边长和一条直角边长，求另外一条直角边的长度，可以直接利用勾股定理！

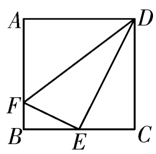
解：根据勾股定理 $AC^2+BC^2=AB^2$，即 AC^2

$+9^2=15^2$,

所以 $AC^2=144$,所以 $AC=12$.

题型三:勾股定理和逆定理并用

【例 3】如图,正方形 $ABCD$ 中,E 是 BC 边上的中点,F 是 AB 上一点,且 $FB=\frac{1}{4}AB$ 那么 $\triangle DEF$ 是直角三角形吗?为什么?



【分析】这道题把很多条件都隐藏了,乍一看有点摸不着头脑.仔细读题会意可以发现规律,没有任何条件,我们也可以开创条件,由 $FB=\frac{1}{4}AB$ 可以设 $AB=4a$,那么 $BE=CE=2a$,$AF=3a$,$BF=a$,那么在 $Rt\triangle AFD$、$Rt\triangle BEF$ 和 $Rt\triangle CDE$ 中,分别利用勾股定理求出 DF、EF 和 DE 的长,反过来再利用勾股定理逆定理去判断$\triangle DEF$ 是否是直角三角形.

解:设正方形 $ABCD$ 的边长为 $4a$,则 $BE=CE=2a$,$AF=3a$,$BF=a$.

在 $Rt\triangle CDE$ 中,$DE^2=CD^2+CE^2=(4a)^2+(2a)^2=20\,a^2$.

同理 $EF^2=5a^2$,$DF^2=25a^2$,

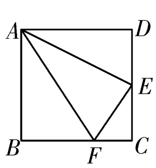
在$\triangle DEF$ 中,$EF^2+DE^2=5a^2+20a^2=25a^2=DF^2$.

$\therefore\triangle DEF$ 是直角三角形,且$\angle DEF=90°$.

【说明】本题利用了四次勾股定理,是掌握勾股定理的必练习题.

题型四:利用勾股定理求线段长度

【例 4】如图,已知长方形 $ABCD$ 中 $AB=8$ cm,$BC=10$ cm,在边 CD 上取一点 E,将$\triangle ADE$ 折叠使点 D 恰好落在 BC 边上的点 F,求 CE 的长.



【分析】解题之前先弄清楚折叠中的不变量,合理设元是关键.

解:根据题意得 $Rt\triangle ADE\cong Rt\triangle AEF$,

$\therefore\angle AFE=90°$,$AF=10$ cm,$EF=DE$,

设 $CE=x$ cm,

则 $DE=EF=CD-CE=8-x$,

在 $Rt\triangle ABF$ 中由勾股定理得:

$AB^2+BF^2=AF^2$,即 $8^2+BF^2=10^2$,

$\therefore BF=6$ cm,

$\therefore CF=BC-BF=10-6=4$(cm).

在 $Rt\triangle ECF$ 中由勾股定理可得:

$EF^2=CE^2+CF^2$,即$(8-x)^2=x^2+4^2$,

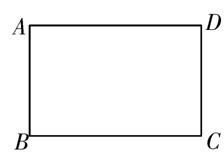
$\therefore 64-16x+x^2=x^2+16$,

$\therefore x=3$(cm),即 $CE=3$ cm.

【说明】本题接下来还可以折痕的长度和求重叠部分的面积.

题型五:利用勾股定理逆定理判断垂直

【例 5】如图,王师傅想要检测桌子的表面 AD 边是否垂直与 AB 边和 CD 边,他测得 $AD=80$ cm,$AB=60$ cm,$BD=100$ cm,AD 边与 AB 边垂直吗?怎样去验证 AD 边与 CD 边是否垂直?



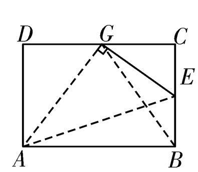
【分析】由于实物一般比较大,长度不容易用直尺来方便测量,我们通常截取部分长度来验证,如图 4,矩形 $ABCD$ 表示桌面形状,在 AB 上截取 $AM=12$ cm,在 AD 上截取 $AN=9$ cm(想想为什么要设为这两个长度?),连接 MN,测量 MN 的长度.

解:如果 $MN=15$,则 $AM^2+AN^2=MN^2$,所以 AD 边与 AB 边垂直;

如果 $MN=a\neq15$,则 $9^2+12^2=81+144=225$,$a^2\neq225$,即 $9^2+12^2\neq a^2$,所以$\angle A$ 不是直角.

题型六:关于翻折问题

【例 6】如图,矩形纸片 $ABCD$ 的边 $AB=10$ cm,$BC=6$ cm,E 为 BC 上一点,将矩形纸片沿 AE 折叠,点 B 恰好落在 CD 边上的点 G 处,求 BE 的长.



解:设 BE 的长为 x,则 $GE=x$,$CE=6-x$.

在 $Rt\triangle ADG$ 中,$DG=\sqrt{AG^2-AD^2}=8$ cm.

$\therefore CG=CD-DG=2$ cm.

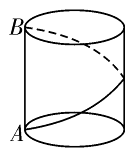
在 $Rt\triangle CGE$ 中,$GE^2=GC^2+CE^2$,

$\therefore x^2=2^2+(6-x)^2$,$x=\dfrac{10}{3}$,

$\therefore BE=\dfrac{10}{3}$ cm.

题型八:关于最短路线问题

【例 7】如图,一只壁虎在一座底面半径为 2 m,高为 4 m 的油罐的下底边沿 A 处,它发现在自己的正上方油罐上边缘的 B 处有一只害虫,便决定捕捉这只害虫,为了不引起害虫的注意,它故意不走直线,而是绕着油罐,沿一条螺旋路线,从背后对害虫进行突然袭击. 结果,壁虎的偷袭得到成功,获得了一顿美餐. 请问壁虎至少要爬行多少路程才能捕到害虫?(π 取 3.14,结果保留 1 位小数,可以用计算器计算)



解:把这个油罐看成一个圆柱体,再画出它的侧面展开图(是一个长方形)如下图所示:

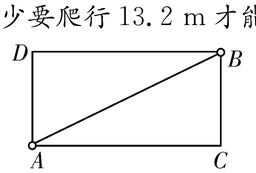
因为 A、B 两点间线段最短,所以壁虎至少要爬行线段 AB 这段路程,才能捕捉到害虫. 由题意,得

$AC=4\pi$,在 $Rt\triangle ABC$ 中,由勾股定理,得

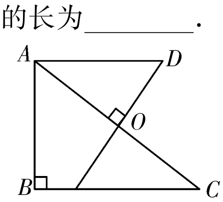
AB2=AC2+BC2=(2π×2)2+42≈173.8,

$\therefore AB=13.2$ m.

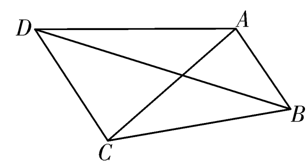
$\therefore$ 壁虎至少要爬行 13.2 m 才能捕到害虫.



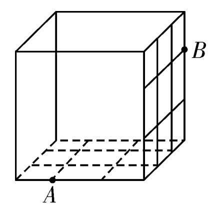
【练习】1. 如图,$Rt\triangle ABC$ 中,$\angle ABC=90^{o}$,DE 垂直平分 AC,垂足为 O,$AD\parallel BC$,且 $AB=3$,$BC=4$,则 AD 的长为________.



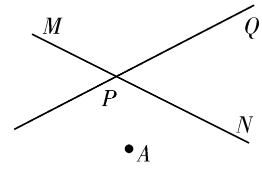
2. 如图,在四边形 $ABCD$ 中,$AD=4$,$CD=3$,$\angle ABC=\angle ACB=\angle ADC=45°$,则 BD 的长为________.



3. 如图为一棱长为 3cm 的正方体,把所有面都分为 9 个小正方形,其边长都是 1cm,假设一只蚂蚁每秒爬行 2cm,则它从下地面 A 点沿表面爬行至右侧面的 B 点,最少要花几秒钟?

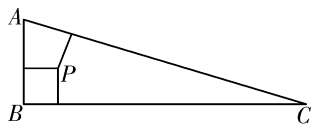


4. 如图,公路 MN 和公路 PQ 在 P 点处交汇,点 A 处有一所中学. $AP=160$ m,点 A 到公路 MN 的距离为 80 m. 假使拖拉机行驶时,周围 100 m 以内会受到噪音影响,那么拖拉机在公路 MN 上沿 PN 方向行驶时,学校是否会受到影响,请说明理由;如果受到影响,已知拖拉机的速度是 18 km/h,那么学校受到影响的时间为多久?



课后作业

1. 如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90^\circ$，两直角边 $AB=7$，$BC=24$，三角形内有一点 P 到各边的距离相等，则这个距离是　（　　）



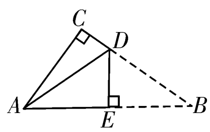
A. 1　　B. 3　　C. 4　　D. 5

2. 直角三角形一直角边的长为 11，另两边为自然数，则 Rt△的周长为　（　　）

A. 121　　B. 120

C. 132　　D. 不能确定

3. 如图是一张直角三角形的纸片，两直角边 $AC=6$ cm、$BC=8$ cm，现将 $\triangle ABC$ 折叠，使点 B 与点 A 重合，折痕为 DE，则 BE 的长为　（　　）



A. 4 cm　　B. 5 cm　　C. 6 cm　　D. 10 cm

4. 满足下列条件的三角形不是直角三角形的是　（　　）

A. $\angle A:\angle B:\angle C=1:2:3$

B. $AB=12$，$BC=13$，$AC=5$

C. $AB=5$，$BC=6$，$AC=7$

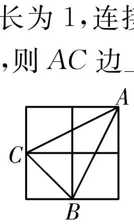
D. $\angle C=\angle A+\angle B$

5. 三条边分别是下列长度的三角形中，不是直角三角形的是　（　　）

A. 45，60，75　　B. 11，60，61

C. 6，13，14　　D. $\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$，2

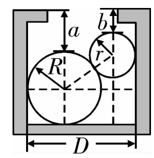
6. 如图，小正方形边长为 1，连接小正方形的三个顶点，可得 $\triangle ABC$，则 AC 边上的高是　（　　）



A. $\frac{3}{2}\sqrt{2}$　　B. $\frac{3}{10}\sqrt{5}$

C. $\frac{3}{5}\sqrt{5}$　　D. $\frac{4}{5}\sqrt{5}$

7. 如图，用半径 $R=3$ cm，$r=2$ cm 的钢球测量口小内大的内孔的直径 D. 测得钢球顶点与孔口平面的距离分别为 $a=4$ cm、$b=2$ cm，则内孔直径 D 的长度为　（　　）



A. 9 cm　　B. 8 cm　　C. 7 cm　　D. 6 cm

8. Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，已知 $AB=25$，$AC=15$，则 $BC=$________.

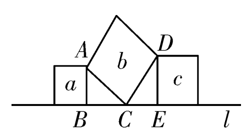
9. 已知直角三角形的两直角边之比为 3∶4，斜边为 10，则直角三角形的两直角边的长分别为________.

10. 等腰三角形的腰长为 13 cm，底边长为 10 cm，则底边上任意一点到两腰的距离和为________.

11. 已知，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=45^\circ$，$AC=\sqrt{2}$，$AB=\sqrt{3}+1$，则边 BC 的长为________.

12. 已知有两线段长为 5、12，则第三条线段应为________时，能围成直角三角形.

13. 如图，直线 l 上有三个正方形 a、b、c，若 a、c 的面积分别为 5 和 11，则 b 的面积为________.

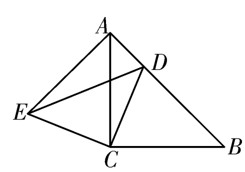


14. 长方形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=6$，点 E 为 BC 的中点，$DF\perp AE$ 于 F. 则 $DF=$________.

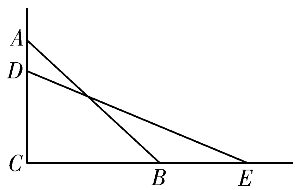
15. 已知：如图，都是等腰直角三角形，$\triangle ACB$ 和 $\triangle ECD$，$\angle ACB=\angle ECD=90^\circ$，$D$ 为 AB 边上一点.

求证：(1) $AE=BD$；

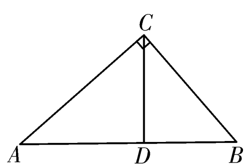
(2) $DB^2+AD^2=DE^2$.



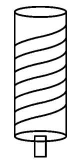
16. 如图,一架长 5 m 的梯子 AB,斜立在竖直的墙上,这时梯子底端距墙底 3 m. 如果梯子的顶端沿墙下滑 1 m,梯子的底端在水平方向沿一条直线也将滑动 1 m 吗? 用所学知识,论证你的结论.



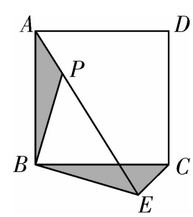
17. 某校把一块形状为直角三角形的废地开辟为生物园,如图所示,$\angle ACB=90°$,$AC=80$ m,$BC=60$ m. 若线段 CD 是一条小渠,且 D 点在边 AB 上,已知水渠的造价为 10 元/米,问 D 点在距 A 点多远处时,水渠的造价最低? 最低造价是多少?



18. 为筹备迎新生晚会,同学们设计了一个圆筒形灯罩,底色漆成白色,然后缠绕红色油纸,如图,已知圆筒高 108cm,其截面周长为 36cm,如果在表面缠绕油纸 4 圈,应裁剪多长油纸?



19. P 为正方形 $ABCD$ 内一点,将 $\triangle ABP$ 绕 B 顺时针旋转 $90°$ 到 $\triangle CBE$ 的位置,若 $BP=a$. 求:以 PE 为边长的正方形的面积.



四边形

知识回顾

1. 四边形的内角和等于 360°，

n 边形的内角和等于________，

任意多边形的外角和等于 360°，n 边形的对角线条数为________.

2. 平行四边形

性质：(1)________________________________；

(2)________________________________.

判定：(1)定义判定；

(2)________________________________；

(3)________________________________；

(4)________________________________；

(5)________________________________.

3. 矩形

性质：(1)具有平行四边形的所有性质；

(2)角：________________________________；

(3)对角线：________.

(推论：________________________________)

(4)对称：________________________________；

(5)面积：________________________________.

判定：(1)定义判定；

(2)________________________________；

(3)________________________________.

4. 菱形

性质：(1)具有平行四边形的所有性质；

(2)边：________________________________；

(3)对角线：________________________________；

(4)对称：________________________________；

(5)面积：________________________________.

判定：(1)定义判定；

(2)________________________________；

(3)________________________________.

5. 正方形

性质：具有矩形、菱形的一切性质.

判定：(1)定义判定；

(2)先判定四边形为________，再判定它也是菱形；

(3)先判定四边形为________，再判定它也是矩形.

6. 等腰梯形(选学内容)

性质：(1)两腰相等；

(2)两条对角线相等；

(3)同一底上的两个底角相等；

(4)是轴对称图形.

判定：(1)在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形；

(2)对角线相等的梯形是等腰梯形.

7. 三角形中位线定理

三角形的中位线定理：________________.

典例剖析

题型一：平行四边形的性质及判定

【例 1】下列命题中，真命题是　　(　　)

A. 有两边相等的平行四边形是菱形

B. 有一个角是直角的四边形是矩形

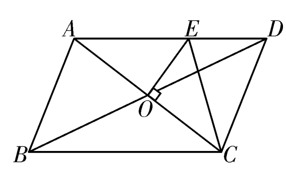
C. 四个角相等的菱形是正方形

D. 两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

【分析】由各类平行四边形的判定方法可知，A、B、D 都不对，它们分别缺少了“两邻边”、“平行四边形”、“对角线互相平分”等条件；C 中四边形的四个角相等，均为 90°，必是矩形，既是矩形又是菱形的四边形当然是正方形. 故选 C.

【答案】C

【例 2】如图，▱$ABCD$ 的周长为 16 cm，AC、BD 相交于点 O，$OE\perp AC$ 交 AD 于 E，则△DCE 的周长为　　(　　)

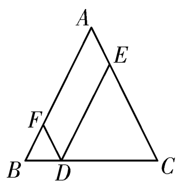


A. 4 cm　　B. 6 cm　　C. 8 cm　　D. 10 cm

【分析】由题意知，$AD+CD=8$ cm. ▱$ABCD$ 中，AC、BD 互相平分，则 OE 为 AC 的垂直平分线，所以 $EC=EA$. 因此，△DCE 的周长$=DE+EC+CD=DE+EA+CD=AD+CD=8$ cm. 故选 C.

【答案】C

【例 3】如图，在△ABC 中，$AB=AC=5$，D 是 BC 上一点，$DE/\!/AB$ 交 AC 于点 E，$DF/\!/AC$ 交 AB 于点 F. 求四边形 $AFDE$ 的周长.



【分析】由 $DE/\!/AB$，$DF/\!/AC$，易得四边形 $AFDE$ 是平行四边形，于是此题易得.

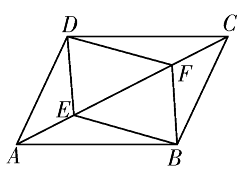
解：∵$AB=AC$，

∴$DF=BF$，$DE=CE$，

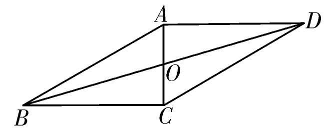
∴$AFDE$ 的周长$=AB+AC=10$.

【练 习】1. 如图，E、F 是▱$ABCD$ 的对角线 AC 上的点，且 $AE=CF$.

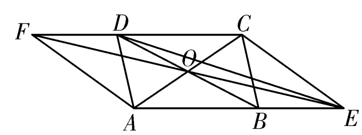
求证：$BE/\!/DF$，$BE=DF$.



2. 如图，▱$ABCD$ 中，$AB=10$，$AD=8$，$AC=6$. 求 BD 的长.



3. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O，直线 EF 经过点 O，分别与 AB、CD 的延长线交于点 E、F. 求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形.



4. 如图，在▱$ABCD$ 中，E、F 分别是 BC、DA 上的点，且 $BE=DF$. AE 交 BF 于 G，CF 交 DE 于 H. 求证：EF、GH 互相平分.