

我的能量超乎你想象

课堂 点睛

主编 高明俊 加玉杰

一本点睛·点亮一生

数学 | 八年级
»» 下册

 四川大学出版社



我的能量超乎你想象

课堂 点睛

主编 高明俊 加玉杰

一本点睛·点亮一生

数学 | 八年级
>> 下册



四川大学出版社

项目策划：唐 飞
责任编辑：唐 飞
责任校对：蒋 琦
封面设计：湖北梯田文化传播有限公司
责任印制：王 炜

图书在版编目 (CIP) 数据

课堂点睛·数学八年级·下册 / 高明俊, 加玉杰主编. — 成都: 四川大学出版社, 2019.9
ISBN 978-7-5690-3127-0

I. ①课… II. ①高… ②加… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 232831 号

书名 课堂点睛·数学八年级·下册
KETANGDIANJING · SHUXUEBANIANJI · XIACE

主 编	高明俊 加玉杰
出 版	四川大学出版社
地 址	成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发 行	四川大学出版社
书 号	ISBN 978-7-5690-3127-0
印 刷	沈阳市新天龙印刷有限公司
成品尺寸	210mm×295mm
印 张	11
字 数	374 千字
版 次	2019 年 11 月第 1 版
印 次	2019 年 11 月第 1 次印刷
定 价	43.80 元

版权所有 ◆ 侵权必究

- ◆ 读者邮购本书, 请与本社发行科联系。
电话: (028)85408408/(028)85401670/
(028)86408023 邮政编码: 610065
- ◆ 本社图书如有印装质量问题, 请寄回出版社调换。
- ◆ 网址: <http://press.scu.edu.cn>



四川大学出版社
微信公众号

C 目 录

CONTENTS

| 经 | 典 | 教 | 辅 |
JINGDIANJIAOFU

第 16 章 二次根式

- 16.1 二次根式 (1)
 - 第 1 课时 二次根式的定义 (1)
 - 第 2 课时 二次根式的性质 (3)
- 16.2 二次根式的运算 (5)
 - 16.2.1 二次根式的乘除 (5)
 - 第 1 课时 二次根式的乘法 (5)
 - 第 2 课时 二次根式的除法 (7)
 - 第 3 课时 二次根式的大小比较 (9)
 - 16.2.2 二次根式的加减 (11)
 - 第 1 课时 二次根式的加减运算 (11)
 - 第 2 课时 二次根式的混合运算 (13)

滚动小专题(一) 二次根式重难点分类突破 (15)

第 17 章 一元二次方程

- 17.1 一元二次方程 (17)
- 17.2 一元二次方程的解法 (19)
 - 第 1 课时 直接开平方法 (19)
 - 第 2 课时 配方法 (21)
 - 第 3 课时 公式法 (23)
 - 第 4 课时 因式分解法 (25)
- 滚动小专题(二) 一元二次方程解法专练 (27)
- 17.3 一元二次方程根的判别式 (29)
- * 17.4 一元二次方程的根与系数的关系 (31)
- 滚动小专题(三) 一元二次方程根的判别式及根与系数的关系应用专练 (33)
- 17.5 一元二次方程的应用 (35)
 - 第 1 课时 百分率的应用 (35)
 - 第 2 课时 数字、行程与图形的应用 (37)
 - 第 3 课时 可化为一元二次方程的分式方程及应用 (39)
- 滚动小专题(四) 一元二次方程实际应用专练 (41)
- 滚动小专题(五) 二次根式与一元二次方程中易错问题专攻 (43)

第 18 章 勾股定理

- 18.1 勾股定理 (45)
 - 第 1 课时 勾股定理 (45)
 - 第 2 课时 勾股定理的实际应用 (47)
- 滚动小专题(六) 勾股定理的应用专练 (49)
- 18.2 勾股定理的逆定理 (51)
 - 第 1 课时 勾股定理的逆定理 (51)
 - 第 2 课时 勾股定理的逆定理的应用 (53)
- 滚动小专题(七) 勾股定理逆定理的应用专练 (55)

第 19 章 四边形

- 19.1 多边形内角和 (57)
- 19.2 平行四边形 (59)
 - 19.2.1 平行四边形的性质 (59)



	第 1 课时 平行四边形的性质与推论	(59)
	第 2 课时 平行四边形的对边、对角、对角线的性质	(61)
19.2.2	平行四边形的判定	(63)
	第 1 课时 平行四边形的判定	(63)
	第 2 课时 三角形的中位线定理	(65)
滚动小专题(八)	三角形中位线的妙用	(67)
滚动小专题(九)	平行四边形的性质,判定运用专练	(69)
19.3	矩形、菱形、正方形	(71)
19.3.1	矩形	(71)
	第 1 课时 矩形的性质和推论	(71)
	第 2 课时 矩形的判定	(73)
19.3.2	菱形	(75)
	第 1 课时 菱形的性质	(75)
	第 2 课时 菱形的判定	(77)
19.3.3	正方形	(79)
滚动小专题(十)	特殊平行四边形的性质、判定运用专练	(81)
19.4	综合与实践 多边形的镶嵌	(83)
第 20 章 数据的初步分析		
20.1	数据的频数分布	(85)
	第 1 课时 频数、频率和频数分布表	(85)
	第 2 课时 频数分布直方图	(87)
20.2	数据的集中趋势与离散程度	(89)
20.2.1	数据的集中趋势	(89)
	第 1 课时 平均数与加权平均数	(89)
	第 2 课时 中位数、众数与样本平均数	(91)
20.2.2	数据的离散程度	(93)
	第 1 课时 方差	(93)
	第 2 课时 用样本方差估计总体方差	(94)
滚动小专题(十一)	数据的初步分析专练	(95)
20.3	综合与实践 体重指数	(97)
滚动小专题(十二)	四边形与数据分析易错专攻	(98)
双休专练 (可以单独拆下使用)		
	双休作业(一)(16.1~16.2.1)	(100)
	双休作业(二)(16.1~16.2)	(102)
	双休作业(三)(17.1~17.2)	(104)
	双休作业(四)(17.3~17.5)	(106)
	双休作业(五)(18.1~18.2)	(108)
	双休作业(六)(19.1~19.2)	(110)
	双休作业(七)(19.3~19.4)	(112)
	双休作业(八)(20.1~20.3)	(114)
第 16 章	综合测试卷	(116)
第 17 章	综合测试卷	(122)
第 18 章	综合测试卷	(128)
	期中综合测试卷	(134)
第 19 章	综合测试卷	(140)
第 20 章	综合测试卷	(146)
	期末综合测试卷(一)	(152)
	期末综合测试卷(二)	(158)
	参考答案	(164)



第16章 二次根式

16.1 二次根式

第1课时 二次根式的定义



二次根式概念

名师讲解

名题引路

例1 下列各式中,哪些是二次根式,哪些不是?为什么?

- (1) $\sqrt{-3}$; (2) $\sqrt{x^2+5}$;
 (3) $\sqrt[3]{8}$; (4) $\sqrt{16}$;
 (5) $\sqrt{(-a)^2}$;
 (6) $\sqrt{x^2+2x+1}$.

分析:此题考查了二次根式的定义.(3)形式上不符合定义;(5)、(6)的被开方数一定是非负数.

解:(1)中被开方数 $-3 < 0$,
 $\therefore \sqrt{-3}$ 不是二次根式;
 (2) x^2+5 中 x^2 是一个非负数,
 $x^2+5 > 0$, $\therefore \sqrt{x^2+5}$ 是二次根式;
 (3) $\sqrt[3]{8}$ 的根指数是3, $\therefore \sqrt[3]{8}$ 不是二次根式;
 (4) $\sqrt{16}$ 形式上符合定义,且 $16 > 0$, $\therefore \sqrt{16}$ 是二次根式;
 (5) $(-a)^2 \geq 0$,它是一个非负数,
 $\therefore \sqrt{(-a)^2}$ 是二次根式;
 (6) $x^2+2x+1=(x+1)^2 \geq 0$,
 $\therefore \sqrt{x^2+2x+1}$ 是二次根式.

名师点睛

判断一个式子是否为二次根式,一定要紧扣二次根式的定义:(1)根指数为2(通常省略不写);(2)被开方数为非负数.

易错专攻

二次根式的被开方数为分式或所给式子的分母中含有求字母时,易忽略分母不为0导致错误.

例2 如果 $\sqrt{\frac{-6}{2-x}}$ 是二次根式,那么 x 应满足的条件是

- ()
 A. $x \neq 2$ B. $x < 2$
 C. $x > 2$ D. $x \geq 2$

学生解答:



自主预习

——梳理要点

1. 二次根式的有关概念

- (1)形如_____的式子叫做二次根式;
 (2)在形式上,必须含有根号“_____”;
 (3)被开方数 a 可以是数,也可以是代数式,但必须为_____数.

2. $\sqrt{a}(a \geq 0)$ 是一个_____数.



随堂过关

——夯实基础

1. 下列各式中,一定是二次根式的是 ()
 A. $\sqrt[3]{2}$ B. $\sqrt{-10}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{a+1}$
2. (宁波市中考)使二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()
 A. $x \neq 3$ B. $x > 3$ C. $x \leq 3$ D. $x \geq 3$
3. 若 $\sqrt{x+y-1} + (y+3)^2 = 0$, 则 $x-y$ 的值为 ()
 A. 1 B. -1 C. 7 D. -7
4. 式子 $\frac{1}{\sqrt{a}}$ 有意义的条件是_____, 式子 \sqrt{a} 无意义的条件是_____.
5. (咸宁市中考)若 $\sqrt{1-3x}$ 在实数范围内有意义,则 x 的取值范围是_____.
6. 已知 $\sqrt{a+2} + |b-1| = 0$, 那么 $(a+b)^{2018}$ 的值为_____.
7. 当 x 是怎样的实数时,下列各式在实数范围内有意义?

- (1) $\sqrt{3x-6}$; (2) $\sqrt{-x^2}$;

- (3) $\frac{x}{\sqrt{x+2}}$; (4) $\sqrt{x^2+1}$.

**巩固强化** —— 提升能力

8. 下列式子: ① $\sqrt{4}$; ② $\sqrt{a+3}$; ③ $\sqrt{3-\pi}$; ④ $\sqrt{-7}$;

⑤ $\sqrt{\frac{2}{x^2+1}}$, 其中一定是二次根式的有 ()

A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

9. (娄底市中考)使式子 $\frac{\sqrt{2x+1}}{x-2}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq -\frac{1}{2}$ 且 $x \neq 2$ B. $x \neq 2$

C. $x \geq -\frac{1}{2}$ D. $x > -\frac{1}{2}$ 且 $x \neq 2$

10. 若二次根式 $\sqrt{-2x+10}$ 有意义, 化简 $|x-5| - |6-x|$ 为 ()

A. $2x-11$ B. $11-2x$

C. -1 D. $-11-2x$

11. 已知 $y = \sqrt{9-x} + \sqrt{x-9} + 1$, 则 $y^x =$ _____.

12. 当 $x =$ _____时, $\sqrt{25+x} + 9$ 有最小值, 最小值为_____.

13. x 为何值时, 下列各式在实数范围内有意义?

(1) $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$; (2) $\frac{\sqrt{x+1}}{x-1} + (x-2)^0$.

14. 若 $\sqrt{x-2y+9}$ 与 $|x-y-3|$ 互为相反数, 求 $x+y$ 的值.

15. 已知实数 x, y 满足 $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{6-2x} + 2$, 求 x 和 y 的值.

班级: _____ 姓名: _____



16. (合肥三十八中单元卷)已知 $y = \sqrt{2x-5} + \sqrt{5-2x} - 3$, 求代数式 $5xy$ 的值.

17. 当 x 取什么值时, $\sqrt{9x+1} + 1$ 取值最小, 并求出这个最小值.

拓展创新 —— 尖子生挑战

18. 在自习课上, 小明看见同桌李彬在练习本上写的题目是求二次根式 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-3}}$ 中 a 的取值范围, 他告

诉李彬: “你把题目抄错了, 不是 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-3}}$, 而是

$\sqrt{\frac{a}{a-3}}$.”李彬说: “反正 a 和 $a-3$ 都在根号内, 不

影响结果.”试问: 李彬说的对吗? 也就是说, 按照

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-3}}$ 解题和按照 $\sqrt{\frac{a}{a-3}}$ 解题结果一样吗? 请说

明理由.

第2课时 二次根式的性质



二次根式变形规律总结

名师讲解

名题引路

例1 求下列各式的值.

(1) $(\sqrt{\frac{3}{2}})^2$;

(2) $(-2\sqrt{5})^2$;

(3) $\sqrt{(-\frac{1}{3})^2}$;

(4) $\sqrt{(3.14-\pi)^2}$.

分析:(1)直接利用 $(\sqrt{a})^2=a(a \geq 0)$; (2)先利用积的乘方性质变形,再利用上述性质; (3)、(4)形如 $\sqrt{a^2}$ 的式子,应先根据性质写出 $|a|$ 的形式,然后根据 a 的正负性去掉绝对值符号.

解:(1)原式 $=\frac{3}{2}$;

(2)原式 $=(2\sqrt{5})^2=20$;

(3)原式 $=|-\frac{1}{3}|=\frac{1}{3}$;

(4)原式 $=|3.14-\pi|$
 $=\pi-3.14$.

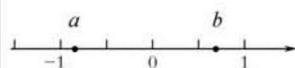
名师点睛

运用性质 $(\sqrt{a})^2=a$ 时,一定要有 $a \geq 0$ 的条件,若遇二次根式 $\sqrt{a^2}$,化简时先写成 $|a|$ 的形式,再根据 a 的正负性去掉绝对值符号.

易错专攻

用性质 $\sqrt{a^2}=|a|$ 化简时,忽略字母 a 的取值范围而出错.

例2 实数 a, b 在数轴上的位置如图:



化简: $\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}-\sqrt{(a-b)^2}$.

学生解答:

自主预习 —— 梳理要点

二次根式的性质 1、2:

(1) $(\sqrt{a})^2=a$ (), 反过来可得到 $a=(\sqrt{a})^2 (a \geq 0)$.

(2) $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} \text{ } (a \geq 0), \\ \text{ } (a < 0). \end{cases}$

随堂过关 —— 夯实基础

1. 下列计算一定成立的是 ()

- A. $(\sqrt{-3})^2=-3$
- B. $(2\sqrt{3})^2=12$
- C. $(\sqrt{5})^2=25$
- D. $(\sqrt{\frac{1}{2}})^2=1$

2. 把 $4\frac{1}{4}$ 写成一个正数的平方的形式是 ()

- A. $(2\frac{1}{2})^2$
- B. $(\sqrt{\frac{17}{4}})^2$
- C. $(\pm 2\frac{1}{2})^2$
- D. $(\pm\sqrt{\frac{17}{4}})^2$

3. 计算 $\sqrt{(-5)^2}$ 的结果是 ()

- A. 5
- B. -5
- C. ± 5
- D. 25

4. 下列各式中,一定能成立的是 ()

- A. $\sqrt{(-2.5)^2}=(\sqrt{2.5})^2$
- B. $\sqrt{x^2-2x+1}=x-1$
- C. $\sqrt{a^2}=(\sqrt{a})^2$
- D. $\sqrt{x^2+6x+9}=x+3$

5. 计算: $-(\sqrt{3})^2=$; $\sqrt{(-3)^2}=$.

6. 当 x _____ 时, $(\sqrt{x-4})^2=x-4$. 若 $a < 2$, 则 $\sqrt{(a-2)^2}=$ _____ .

7. 计算: $(\sqrt{5}-1)^0=$; $(\sqrt{a+b})^2=$;

$\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}=$; $-\sqrt{(-\frac{1}{5})^2}=$.

8. 化简:

(1) $\sqrt{(-2)^2}$; (2) $(-2\sqrt{\frac{1}{6}})^2$;

(3) $-2(\sqrt{0.7})^2$; (4) $-\sqrt{(-\frac{5}{4})^2}$.

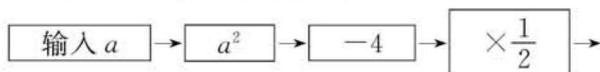


巩固强化 —— 提升能力

9. (潍坊市中考) 实数 a, b 在数轴上对应点的位置如图所示, 化简 $|a| + \sqrt{(a-b)^2}$ 的结果是 ()



- A. $-2a+b$ B. $2a-b$
 C. $-b$ D. b
10. 若 $2 < a < 3$, 则 $\sqrt{(2-a)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$ 等于 ()
 A. 1 B. -1
 C. $2a-1$ D. $1-2a$
11. (毕节市中考) 如图是一个数值转换机, 若输入 a 的值是 $\sqrt{2}$, 则输出的结果应是 ()



输出

- A. 2 B. -2 C. 1 D. -1
12. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边, 则 $\sqrt{(a-b-c)^2} - \sqrt{(a+b-c)^2}$ 的值为 ()
 A. $2b$ B. $-2b$
 C. $a+2c$ D. $2c-2a$
13. 若 $\sqrt{(x-3)^2} = 3-x$, 则 x 的取值范围是 _____.
14. 比较大小: $-2\sqrt{3}$ _____ $-3\sqrt{2}$.
15. 计算:

(1) $\sqrt{4^2} - \sqrt{(-3)^2} + 3\sqrt{(-\frac{1}{3})^2}$;

(2) $\frac{6}{5}\sqrt{(-5)^2} - \frac{2}{3}\sqrt{(-\frac{3}{2})^2} - 2$;

(3) $\sqrt{(4-\sqrt{17})^2} + \sqrt{(\sqrt{17}-5)^2}$.

16. 在实数范围内, 分解因式:

(1) $x^2 - 2$;

(2) $x^4 - 9$;

(3) $3x^2 - 5$.

17. 化简求值: $a+1 + \frac{\sqrt{a^2+2a+1}}{a^2+a} + \frac{1}{a}$, 其中 $a = -1 - \sqrt{3}$.



拓展创新 —— 尖子生挑战

18. 某同学作业本上做了这么一道题: “当 $a = \blacksquare$ 时, 试求 $(\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2 - 2a + 1}$ 的值”, 其中 \blacksquare 是被墨水弄污的, 该同学所求得的答案为 $\frac{1}{2}$, 请你判断该同学答案是否正确, 说出你的道理.

16.2 二次根式的运算

16.2.1 二次根式的乘除

第1课时 二次根式的乘法



名师讲解

名题引路

例1 计算:(1) $\sqrt{6} \times \sqrt{2}$;

(2) $6\sqrt{27} \times (-2\sqrt{3})$;

(3) $\sqrt{3x} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}xy} (x>0, y>0)$.

分析:(1)、(3)直接利用二次根式乘法公式;(2)类似于单项式与单项式相乘.

解:(1)原式 $=\sqrt{6 \times 2}$

$=\sqrt{2^2 \times 3}=2\sqrt{3}$;

(2)原式 $=-12\sqrt{27 \times 3}$

$=-12 \times 9=-108$;

(3)原式 $=\sqrt{3x \cdot \frac{1}{3}xy}$

$=\sqrt{x^2y}=x\sqrt{y}$.

名师点睛

几个二次根式相乘,被开方数相乘时,可将被开方数分解质因数,然后根据 $\sqrt{ab}=\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$,将能开得尽方的因数移到根号外.

易错专攻

忽视 $\sqrt{ab}=\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0)$ 成立的条件是 $a \geq 0, b \geq 0$.

例2 下列等式成立的是

()

A. $\sqrt{(a-b)^2} = \sqrt{a-b} \cdot \sqrt{a-b}$

B. $\sqrt{(-3) \times (-4)} = \sqrt{(-3)} \times \sqrt{(-4)}$

C. $\sqrt{(-9) \times (-4)} = \sqrt{9} \times \sqrt{4}$

D. $\sqrt{x^2-16} = \sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x+4}$

学生解答:



自主预习

——梳理要点

- 二次根式的性质3: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a \geq 0, b \geq 0$).
- 二次根式的性质3的逆用: $\sqrt{ab} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a \geq 0, b \geq 0$).



随堂过关

——夯实基础

- (安徽省中考)计算 $\sqrt{8} \times \sqrt{2}$ 的结果是 ()
A. $\sqrt{10}$ B. 4 C. $\sqrt{6}$ D. 2
- 下列计算正确的是 ()
A. $5\sqrt{3} \times 4\sqrt{2} = 20\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} = 7\sqrt{6}$
C. $4\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$ D. $5\sqrt{3} \times 4\sqrt{2} = 20\sqrt{6}$
- 等式 $\sqrt{2+x} \cdot \sqrt{2-x} = \sqrt{4-x^2}$ 成立的条件是 ()
A. $x \geq 2$ B. $x \geq -2$
C. $-2 \leq x \leq 2$ D. $x \geq 2$ 或 $x \leq -2$
- 化简 $\sqrt{12}$ 的结果是 ()
A. $4\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{6}$
- (上海市中考)化简二次根式 $\sqrt{(-5)^2 \times 3}$ 的结果是 ()
A. $-5\sqrt{3}$ B. $5\sqrt{3}$ C. $\pm 5\sqrt{3}$ D. 30
- 计算: $\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$; $\sqrt{6} \times \sqrt{\frac{1}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若 $\sqrt{20n}$ 是整数,则正整数 n 的最小值为_____.
- 计算: $\sqrt{(-7)^2 \times 16 \times 2}$ 的结果是_____.
- 计算下列各题:
(1) $8\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}$; (2) $\sqrt{2xy} \cdot \sqrt{8y}$;
(3) $\frac{2}{3}\sqrt{18} \times \frac{2}{3}\sqrt{24}$; (4) $\sqrt{27} \times 3\sqrt{8} \times \frac{5}{9}\sqrt{6}$.

**巩固强化** —— 提升能力

10. 计算 $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{39}$ 的结果估计在 ()
 A. 14 至 15 之间 B. 15 至 16 之间
 C. 16 至 17 之间 D. 17 至 18 之间

11. (怀化市中考) 计算 $\sqrt{32} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{2} \times \sqrt{5}$ 的结果估计在 ()
 A. 6 至 7 之间 B. 7 至 8 之间
 C. 8 至 9 之间 D. 9 至 10 之间

12. 设 $\sqrt{2}=a, \sqrt{3}=b$, 用含 a, b 的式子表示 $\sqrt{0.54}$, 则下列表示正确的是 ()
 A. $0.3ab$ B. $3ab$
 C. $0.1ab^2$ D. $0.1a^2b$

13. 把 $m\sqrt{-\frac{1}{m}}$ 根号外的因式移到根号内, 则得 _____.

14. (合肥四十五中单元卷) 观察分析下列数据: $0, -\sqrt{3}, \sqrt{6}, -3, 2\sqrt{3}, -\sqrt{15}, 3\sqrt{2}, \dots$, 根据数据排列的规律得到第 16 个数据应是 _____.

15. 化简:

(1) $\sqrt{3^4 \times 5^2}$; (2) $\sqrt{(-2^4) \times (-3^2)}$;

(3) $\sqrt{(-9) \times (-25)}$; (4) $\sqrt{4x^2y^2} (x < 0, y > 0)$.

16. 化简:

(1) $\frac{3}{2} \sqrt{20} \times (-\sqrt{15}) \times (-\frac{1}{3} \sqrt{48})$;

(2) $-5 \sqrt{\frac{8}{27}} \times \sqrt{1\frac{1}{4}} \times 3 \sqrt{54}$;

班级: _____ 姓名: _____



(3) $\sqrt{20} \times (-15) \times \frac{1}{3} \sqrt{48}$.

17. 生物老师想设计一个长方形的实验基地, 便于同学们进行实地观察, 为了考查一下同学们的计算能力, 他把长方形的实验基地设计成长为 $80\sqrt{20}$ 米, 宽为 $3\sqrt{45}$ 米, 并让学生算出这块实验基地的面积.

**拓展创新** —— 尖子生挑战

18. 观察下列各式及验证过程:

式①: $2 \times \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}}$.

验证: $2 \times \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2^3}{3}} = \sqrt{\frac{(2^3-2)+2}{2^2-1}}$
 $= \sqrt{\frac{2(2^2-1)+2}{2^2-1}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}}$;

式②: $3 \times \sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}$.

验证: $3 \times \sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{3^3}{8}} = \sqrt{\frac{(3^3-3)+3}{3^2-1}}$
 $= \sqrt{\frac{3(3^2-1)+3}{3^2-1}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}$.

- (1) 针对上述式①、式②的规律, 请再写出一条按以上规律变化的式子;
 (2) 请写出满足上述规律的用 n (n 为任意自然数, 且 $n \geq 2$)表示的等式, 并加以验证.

第2课时 二次根式的除法



名师讲解

名题引路

例1 把下列二次根式化成最简二次根式:

(1) $\sqrt{27}$; (2) $\sqrt{40}$;

(3) $\sqrt{2.5}$; (4) $\sqrt{\frac{1}{5}}$.

分析:根据性质 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$), $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$)

0), 将被开方数中开得尽方的因数或因式移到根号外, 并去掉根号内的分母.

解:(1)原式 = $\sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$;

(2)原式 = $\sqrt{4 \times 10} = 2\sqrt{10}$;

(3)原式 = $\sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} =$

$\frac{1}{2} \sqrt{10}$ 或 $\sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{5 \times 2}{2 \times 2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$;

(4)原式 = $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

名师点睛

最简二次根式具备以下两个特点:(1)被开方数不含分母;(2)被开方数中不含开得尽方的因数或因式.

易错专攻

没有认真观察题型特点, 没能选择合适的方法进行二次根式的化简, 没有借用因式分解产生公因式, 进行约分.

例2 若 $x^2 - x - 2 = 0$, 则

$\frac{x^2 - x + 2\sqrt{3}}{(x^2 - x)^2 - 1 + \sqrt{3}}$ 的值等于

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

学生解答:



自主预习

——梳理要点

1. 二次根式的性质 4:

如果 $a \geq 0, b > 0$, 则有 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$. 也可以写成 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$).

2. 满足条件:(1) _____ ; (2) _____ 的二次根式叫做最简二次根式.



随堂过关

——夯实基础

1. 计算 $\sqrt{12} \div \sqrt{2}$ 的结果为 ()

A. $\sqrt{6}$ B. 6 C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{12}}{2}$

2. 化简 $\sqrt{\frac{3}{64}}$ 的结果是 ()

A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{16}$

3. 能使等式 $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{3-x}} = \sqrt{\frac{x}{3-x}}$ 成立的条件是 ()

A. $x \neq 3$ B. $x \geq 3$ C. $0 \leq x < 3$ D. $0 \leq x \leq 3$

4. (扬州市中考)下列二次根式中属于最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{30}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{8}$ D. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

5. 下列二次根式化简后的被开方数与 $\sqrt{3}$ 的被开方数相同的是 ()

A. $\sqrt{32}$ B. $\sqrt{50}$ C. $\sqrt{24}$ D. $\sqrt{27}$

6. (南京市中考)计算 $\frac{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ 的结果是 _____.

7. 在 $\sqrt{3a^2}, \sqrt{143}, \sqrt{0.3}, \sqrt{\frac{1}{8}}, \sqrt{x^2 + y^2}$ 中, 最简二次根式有 _____ 个.

8. 把下列二次根式化为最简二次根式:

(1) $\sqrt{98}$; (2) $\sqrt{36a^2b}$ ($a > 0$); (3) $\sqrt{3\frac{3}{5}}$.

9. 计算:

(1) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{12}}$; (2) $-\sqrt{\frac{5}{3}} \div \sqrt{\frac{5}{54}}$; (3) $5\sqrt{0.2} \div \frac{1}{2}\sqrt{10}$.



巩固强化 —— 提升能力

10. (泉州市中考)下列式子中,属于最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{12}$

B. $\sqrt{a^2b}$

C. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

D. $\sqrt{5x}$

11. 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{\frac{-2}{-3}} = \frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{-3}}$

B. $\sqrt{\frac{a}{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3a}$

C. $3\sqrt{\frac{a}{3}} = \sqrt{a}$

D. $\sqrt{\frac{a}{3}} = 3\sqrt{3a}$

12. 已知 $\sqrt{\frac{1-a}{a^2}} = \frac{\sqrt{1-a}}{a}$ 成立,则 a 的取值范围是 ()

A. $a \leq 0$

B. $a < 0$

C. $0 < a \leq 1$

D. $a > 0$

13. 计算: $\sqrt{\frac{7}{121}} =$ _____; $\sqrt{\frac{144}{100}} =$ _____;

$$\sqrt{\frac{0.09}{0.36}} = \text{_____}.$$

14. 若 $\sqrt{7ab^m}$ 为最简二次根式,则 $m =$ _____.

15. 计算:

(1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{15}}$;

(2) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}}$;

(3) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$;

(4) $\sqrt{\frac{32 \times 9}{25}}$.

16. 计算:

(1) $\sqrt{45} \div 3\sqrt{\frac{1}{5}} \times \frac{3}{2}\sqrt{5}$;

(2) $-\frac{4}{3}\sqrt{18} \div 2\sqrt{8} \times \frac{1}{3}\sqrt{54}$;

(3) $2\sqrt{xy} \div (-\frac{3}{2}\sqrt{x^2y} \cdot 3\sqrt{x})$;

(4) $\frac{1}{3}\sqrt{x^2y} \cdot (-4\sqrt{\frac{y^2}{x}}) \div \frac{1}{6}\sqrt{x^2y}$.

17. 先将 $\frac{\sqrt{x-2}}{x-2} \div \sqrt{\frac{x}{x^3-2x^2}}$ 化简,然后再选一个合适的 x 值代入化简后的式子求值.



拓展创新 —— 尖子生挑战

18. 铁球离地面越高,落到地面用的时间就越长. 已知铁球所处的高度 h (m) 与落地所用的时间 t (s) 之间满足 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (其中 g 是一个常数), 现有两个质量相等的铁球分别从 $h_1 = 1000\text{m}$, $h_2 = 2000\text{m}$ 的高度落地, 求它们落地所用的时间之比等于多少?

第3课时 二次根式的大小比较

名师讲解

名题引路

例1 比较下列各组数大小:

- (1) $2\sqrt{6}$ 与5;
- (2) $2\sqrt{3}$ 与 $3\sqrt{2}$;
- (3) $-3\sqrt{5}$ 与 $-4\sqrt{3}$.

分析:利用二次根式的性质,把根号外的因数平方后移入根号内,通过比较被开方数的大小或利用二次根式的除法运算来比较大.

解:(1) $\because 2\sqrt{6} = \sqrt{2^2 \times 6} = \sqrt{24}, 5 = \sqrt{5^2} = \sqrt{25},$
 $\text{又} \because \sqrt{24} < \sqrt{25}, \therefore 2\sqrt{6} < 5;$
 (2) $\because 2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}, 3\sqrt{2}$
 $= \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18},$
 $\text{又} \because \sqrt{12} < \sqrt{18}, \therefore 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2};$
 (3) $\because 3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \times 5} = \sqrt{45}, 4\sqrt{3}$
 $= \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48},$
 $\text{又} \because \sqrt{45} < \sqrt{48}, \therefore -\sqrt{45} >$
 $-\sqrt{48}, \therefore -3\sqrt{5} > -4\sqrt{3}.$

名师点睛

两个正数相比较,被开方数较大,其算术平方根也较大;两个正数相除,如果商大于1,被除数大于除数,反之,被除数小于除数.

易错专攻

没有把已知条件和欲求值的式子都化简,就直接代入计算,计算量较大而出现错误.

例2 已知 $x = \sqrt{2} - 1, y = \sqrt{2} + 1,$ 求 $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ 的值.

学生解答:



自主预习

——梳理要点

1. 比较二次根式大小时,可将根号外的_____移到根号内.
2. 二次根式的乘除混合运算,有括号时先算_____,没有括号时,按_____顺序运算,运算结果必须化成_____.



随堂过关

——夯实基础

1. 当 $a > 0, b > 0$ 时,如果 $a > b$,那么下列结论正确的是 ()
 A. $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ B. $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ C. $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ D. 无法确定
2. (漳州市中考)如果 $a = 3\sqrt{2}, b = 2\sqrt{3}, c = 4,$ 那么 a, b, c 的大小关系是 ()
 A. $a > b > c$ B. $a > c > b$
 C. $c > b > a$ D. $b > c > a$
3. 已知 x 为整数,且满足 $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{3},$ 则 $x =$ _____.
4. 比较大小: $-4\sqrt{3}$ _____ $-3\sqrt{6}.$
5. 计算: $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} =$ _____, $(-\sqrt{1\frac{2}{3}}) \div \sqrt{\frac{5}{54}} =$ _____.
6. 将分母中的根号去掉:(1) $\frac{9}{4\sqrt{3}} =$ _____; (2) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{10}} =$ _____.
7. 比较大小: $2\sqrt{3}$ _____ $\sqrt{13}$ (选填“>”“<”或“=”).
8. 计算:
 (1) $\frac{-\sqrt{27} \times \sqrt{33}}{\sqrt{44}};$ (2) $\sqrt{30} \div \sqrt{\frac{3}{7}} \times \sqrt{\frac{10}{7}};$
 (3) $2\frac{\sqrt{27a^2b}}{\sqrt{3ab}};$ (4) $\sqrt{1\frac{2}{3}} \div \sqrt{2\frac{1}{3}} \times \sqrt{1\frac{2}{5}}.$
9. 已知 $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732,$ 求 $\frac{3}{2\sqrt{3}} - 2\sqrt{\frac{1}{8}}$ 的近似值.



巩固强化 —— 提升能力

10. (云南省中考)估算 $\sqrt{24}+3$ 的值 ()
- A. 在 5 和 6 之间 B. 在 6 和 7 之间
C. 在 7 和 8 之间 D. 在 8 和 9 之间

11. 若 $a = \frac{1}{\sqrt{3}+2}$, $b = \sqrt{3}-2$, 则 a 与 b 的关系是 ()
- A. $a=b$ B. $ab=1$
C. $a+b=0$ D. $ab=-1$

12. 比较 $3\sqrt{5}$ 与 $5\sqrt{3}$ 的大小, 其中较小的数是 _____.

13. 介于 $\sqrt{7}+3$ 与 $\sqrt{87}-3$ 之间的整数是 _____.

14. 计算:

(1) $\sqrt{50} \div \sqrt{10} \times \sqrt{18}$;

(2) $\sqrt{72} \div (3\sqrt{2} \times \sqrt{3})$;

15. 比较下列各组数的大小:

(1) $7\sqrt{2}$ 与 $3\sqrt{11}$;

(2) $-2\sqrt{13}$ 与 $-3\sqrt{6}$.

16. 已知 $a = \sqrt{3}-\sqrt{2}$, $b = 2-\sqrt{3}$, $c = \sqrt{5}-2$, 比较 a, b, c 的大小.

17. (合肥五十中单元卷)长方形的长为 $3\sqrt{10}$, 面积为 $30\sqrt{6}$, 要在这个长方形中分割出一个面积最大的正方形, 求该正方形的面积.



拓展创新 —— 尖子生挑战

18. 观察下列算式: $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1$, $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$, $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$ 等于什么? 你能得到什么规律? 进而计算下题:

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$$

(n 为正整数).

16.2.2 二次根式的加减



同类二次根式的概念

第1课时 二次根式的加减运算

名师讲解

名题引路

例1 计算：(1) $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18}$ ；(2) $\frac{2}{3}\sqrt{9x} + 6\sqrt{\frac{x}{4}} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}}$ ；(3) $(a\sqrt{\frac{1}{a}} + 4\sqrt{b}) - (\sqrt{\frac{a}{4}} - b\sqrt{\frac{1}{b}})$.

分析：先将二次根式化简成最简二次根式，再将同类二次根式合并。

解：(1) $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ ；

(2) $\frac{2}{3}\sqrt{9x} + 6\sqrt{\frac{x}{4}} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{x} + 6 \times \frac{1}{2}\sqrt{x} - 2\sqrt{x} = 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} = 3\sqrt{x}$ ；

(3) $(a\sqrt{\frac{1}{a}} + 4\sqrt{b}) - (\sqrt{\frac{a}{4}} - b\sqrt{\frac{1}{b}}) = \sqrt{a} + 4\sqrt{b} - \frac{\sqrt{a}}{2} + \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{2} + 5\sqrt{b}$.

名师点睛

二次根式的加减：①将每个二次根式化简；②找出同类二次根式；③合并同类二次根式。若有括号，一般先去括号，再合并同类二次根式。

易错专攻

识别同类二次根式时，因没有化成最简二次根式而造成错误。

例2 下列二次根式中，与 $-5\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{18}$ B. $\sqrt{0.3}$
C. $\sqrt{30}$ D. $\sqrt{300}$

学生解答：

自主预习 —— 梳理要点

- 几个二次根式化成最简二次根式后，如果_____相同，那么这几个二次根式叫做同类二次根式。
- 合并同类二次根式类似于合并同类项，就是将同类二次根式的“系数”_____，根指数与被开方数保持_____。
- 二次根式加减法的一般步骤：
 - 先把各根式化成_____二次根式；
 - 找出其中的_____二次根式；
 - _____同类二次根式。

随堂过关 —— 夯实基础

- 下列各组二次根式中，属于同类二次根式的一组是 ()

A. $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{45}$ B. $\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{27}$
C. $\sqrt{12}$ 与 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ D. $\sqrt{50}$ 与 $\sqrt{45}$
- 若最简二次根式 $m^{+n}\sqrt{n}$ 与 $\sqrt{3m+n}$ 是同类二次根式，则 m, n 的值为 ()

A. $m=1, n=1$ B. $m=0, n=2$
C. $m=2, n=0$ D. $m=-1, n=3$
- (重庆市中考) 计算 $3\sqrt{2} - \sqrt{2}$ 的值是 ()

A. 2 B. 3 C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$
- 下列计算中正确的是 ()

A. $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$ B. $\sqrt{3} - \sqrt{2} = 1$
C. $3 + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ D. $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$
- 一个三角形的三边长分别为 $\sqrt{8}$ cm, $\sqrt{12}$ cm, $\sqrt{18}$ cm, 则这个三角形的周长是 _____ cm.
- 计算： $\sqrt{8} - \sqrt{\frac{1}{2}} =$ _____； $6\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{27} + 4\sqrt{\frac{1}{8}} =$ _____.
- 若最简二次根式 $\sqrt{2a+5}$ 与 $\sqrt{7a-10}$ 是同类二次根式，则 $a =$ _____.
- 计算：

(1) $\sqrt{27} - \sqrt{48}$ ； (2) $2\sqrt{5} + 3\sqrt{3} + \sqrt{5} - 2\sqrt{3}$ ；

(3) $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{18}}{2}$ ； (4) $\sqrt{27} - \frac{1}{3}\sqrt{18} - \sqrt{12}$.

**巩固强化** —— 提升能力

9. 下列各式中,合并同类二次根式正确的是 ()

A. $5\sqrt{6}-3\sqrt{6}=2$

B. $7\sqrt{x}+2\sqrt{x}=9\sqrt{2x}$

C. $x\sqrt{a}+y\sqrt{a}=x+y\sqrt{a}$

D. $\frac{1}{2}\sqrt{3x}-\frac{1}{3}\sqrt{3x}=\frac{1}{6}\sqrt{3x}$

10. 如果最简二次根式 $\sqrt{3a-8}$ 与 $\sqrt{17-2a}$ 是同类二次根式,那么使 $\sqrt{4a-2x}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()

A. $x \leq 10$

B. $x \geq 10$

C. $x < 10$

D. $x > 10$

11. (楚雄市中考)计算 $\sqrt{32} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}$ 的结果估计在 ()

A. 6 至 7 之间

B. 7 至 8 之间

C. 8 至 9 之间

D. 9 至 10 之间

12. 等腰三角形的两条边长为 $2\sqrt{3}$ 和 $5\sqrt{2}$,则这个三角形的周长为 ()

A. $4\sqrt{3}+5\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{3}+10\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{3}+5\sqrt{2}$

D. $4\sqrt{3}+5\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{3}+10\sqrt{2}$

13. (1)计算 $\sqrt{27}-\sqrt{75}+\sqrt{147}$ 的结果是_____;

(2)计算: $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-\sqrt{24}$ =_____.

14. 两个最简二次根式 $2x\sqrt{a}$ 与 $3\sqrt{b}$ 相加等于 $7\sqrt{3}$,那么 a =_____, b =_____, x =_____.15. 若 $3\sqrt{2x}-\sqrt{18}=\sqrt{8}$,则 x 的值等于_____.

16. 计算:

(1) $\sqrt{32}-2\sqrt{0.5}+\frac{1}{3}\sqrt{27}$;

(2) $\sqrt{8}-\frac{1}{8}\sqrt{48}-\left(\frac{2}{3}\sqrt{4\frac{1}{2}}-2\sqrt{\frac{3}{4}}\right)$;

班级: _____ 姓名: _____



(3)(泰州市中考) $\frac{1}{2}\sqrt{12}-(3\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{2})$;

(4) $\sqrt{\frac{2}{3}}-(\frac{1}{6}\sqrt{24}-\frac{3}{2}\sqrt{12})$ (结果精确到 0.01).

17. (合肥四十六中月考卷)已知 a, b, c 满足

$|a-\sqrt{48}|+\sqrt{b-10}+(c-\sqrt{75})^2=0.$

(1)求 a, b, c 的值.(2)以 a, b, c 为边能否组成三角形?如果能,请求出这个三角形的周长;如果不能,请说明理由.**拓展创新** —— 尖子生挑战

18. 阅读下列解答过程,回答问题:

若二次根式 $\sqrt{a+8b}$ 和 $a^{a+b}\sqrt{9a}$ 是同类二次根式,求 $a+b$ 的值.解: $\because a^{a+b}\sqrt{9a}$ 是二次根式, $\therefore a+b=2$.又 $\because \sqrt{a+8b}$ 与 $\sqrt{9a}$ 是同类二次根式.

$\therefore a+8b=9a$, 即 $\begin{cases} a+b=2, \\ a+8b=9a. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=1, \\ b=1. \end{cases}$

$\therefore a+b=1+1=2$.

以上过程有错误吗?若有错误,请指出错误的原由,并写出正确的解法.