浙大优学
一题一课

刷百题不如解透一题

低年级同步课后提升 / 毕业班专题自主复习

一题一课
初中数学

YITI YIKE
CHUZHONG SHUXUE

第六册

主　　编　惠红民
本册主编　李升华
　　　　　单行政
　　　　　高永洪

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

一题一课

初中数学(第六册)

主　　编　惠红民
本册主编　李升华　单行政
　　　　　高永洪

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

一题一课. 初中数学. 第六册 / 惠红民主编. —杭州:浙江大学出版社,2016.6
ISBN 978-7-308-15681-3

Ⅰ.①一… Ⅱ.①惠… Ⅲ.①中学数学课—初中—题解 Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 054075 号

一题一课. 初中数学(第六册)
主编 惠红民

策　　划 陈海权(电子信箱:chess332@163.com)
责任编辑 夏晓冬
责任校对 丁佳雯 金佩雯
封面设计 林智广告
出版发行 浙江大学出版社
(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)
(网址:http://www.zjupress.com)
排　　版 杭州星云光电图文制作有限公司
印　　刷 杭州丰源印刷有限公司
开　　本 889mm×1194mm 1/16
印　　张 6.75
字　　数 259 千
版 印 次 2016 年 6 月第 1 版 2016 年 6 月第 1 次印刷
书　　号 ISBN 978-7-308-15681-3
定　　价 16.80 元

目　录

刷百题不如解透一题

“学习解题的最好方法之一就是研究例题”

解题，无疑是学好数学的最佳途径. 于是，刷题风起，题海浪涌，一时间，必刷题、必做题、高频题、母题等，不一而足. 以为刷题是学习数学的魔方，题海则是成就学霸的金丹！固然，学习数学离不开解题，但沉溺题海并不意味着能考好数学，不如通过分析典型例题的解题过程来学会解题更加简短有效。

“题不在多，但求精彩”

“千淘万漉虽辛苦，吹尽狂沙始到金。”直白地表达出我们在“一题一课”系列的“一题”即例题选取上的态度与倾向。每一道例题不仅体现对概念的理解与思考价值，还体现知识与方法的代表性；每一道例题不仅解析精到、解法充满活力，更通过思维拓展，借题发挥，探索其中的内在规律和方法，达成“做一题，通一类，会一片”的目标 。

“多刷题，不如多反思”

“学而不思则罔，思而不学则殆。”做题需要产生效果、追求效益。**种种经验表明：题不是刷的越多越好，如果缺乏解题反思，不但浪费时间，甚至误导学习。**因此，本书在写作体例与排版上都突出了反思的意义与重要性，反思的过程既是对数学知识和解题方法的理解与强化的过程，也是学生内化解题能力的过程。

“解题是一种实践性的技能，就像游泳、滑雪或弹钢琴一样，只能通过模仿、练习和钻研才能占为己有”

例题帮助学生理解并学会运用同步教材所学知识及技能，然后通过变式练习（一课一练）内化落实，既满足低年级同步自主学习，又满足毕业班专题自主复习。

如果您是学生，请加入“一题一课学习交流”QQ群(205743216)，我们一起学习、提高；如果您是老师，请加入“一题一课教师研讨”QQ群(529481589)，我们一起研讨、探索。

“学习的本质，不在于记住哪些知识，而在于它触发了你的思考。”学习数学的道路上，祝愿您学会思考，体会成功！刷百题不如解透一题，“一题一课”系列图书还有哪些分册，请看本书封底。

第一章　反比例函数

第1课　反比例函数的定义

一般地，形如 $y=\frac{k}{x}$（k 是常数，$k\neq0$）的函数叫作反比例函数.

注意：(1)常数 k 称为比例系数，k 是非零常数；

(2)解析式有三种常见的表达形式：

①$y=\frac{k}{x}(k\neq0)$，②$xy=k(k\neq0)$，③$y=kx^{-1}(k\neq0)$；

(3)反比例函数的自变量 x 的取值范围是不等于 0 的一切实数.

第1题　(1)下列的数表中分别给出了变量 y 与 x 之间的对应关系，其中哪个是反比例函数关系？

x	1	2	3	4
y	6	8	9	7

x	1	2	3	4
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

(2)下列关系式中的 y 是 x 的反比例函数吗？如果是，比例系数 k 是多少？

①$y=\frac{x}{15}$；②$y=\frac{2}{x-1}$；③$y=-\frac{\sqrt{3}}{x}$；

④$y=\frac{1}{x}-3$；⑤$y=\frac{x}{3}+2$；⑥$y=-\frac{1}{2x}$.

(3)若 y 与 x 成反比例，且 $x=-3$ 时，$y=7$，则 y 与 x 的函数关系式为________.

(4)已知函数 $y=(m+1)x^{m^2-2}$ 是反比例函数，则 m 的值为________.

【分析】(1)根据反比例函数的定义可知：当 $xy=k$($k\neq0$，k 为定值)时，y 与 x 之间成反比例函数关系，这种形式表明在反比例函数中，自变量 x 与其对应的函数值 y 之积，总等于一个已知常数 k.(2)此类问题严格按照反比例函数的三种解析式的结构特点去判断，要么写作 $y=\frac{k}{x}$，要么写作 $xy=k$，要么写作 $y=kx^{-1}$，在每一种表达式中，关键是确定比例系数 k 的值.(3)因为 y 与 x 成反比例，所以可设 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$，把 $x=-3$，$y=7$ 代入，求得 $k=-21$.(4)显然题目的形式接近反比例函数的解析式 $y=kx^{-1}(k\neq0)$ 这种结构，其中要求比例系数 k 不能为 0，自变量 x 的次数为 -1，这样就能得到 m 的两个条件式：$m+1\neq0$，$m^2-2=-1$，计算后可得 m 的值.在实际教学中发现部分学生会忘记 $m+1\neq0$ 这个隐含条件.

【解析】(1)因为第一个数值表中变量 y 与 x 的乘积不是定值，所以 y 与 x 不是反比例函数关系；

第二个数值表中变量 y 与 x 的乘积是定值 1，所以 y 与 x 是反比例函数关系.

(2)①不是，因为原式相当于 $y=\frac{1}{15}\cdot x$，这里 y 是 x 的正比例函数；

②不是，因为分母为 $x-1$，所以 y 是 $(x-1)$ 的反比例函数；

③是，比例系数为 $k=-\sqrt{3}$；

④不是，因为还有常数项 -3；

⑤不是，因为 x 不在分母中，且还有常数项 2；

⑥是，比例系数为 $k=-\frac{1}{2}$.

(3)$y=-\frac{21}{x}$.

(4)据题意可知：

$\begin{cases}m^2-2=-1,\\ m+1\neq0,\end{cases}$ 解得 $m=1$.

【经验分享】　对反比例函数的定义进行考查一般不外乎例题中出现的三种题型，重点掌握两种情况：一种是判断因变量和自变量是否是反比例函数关系，另一种是已知因变量和自变量是反比例函数关系，求解析式中相关参数的值.解决这些问题的关键是抓住反比例函数解析式的三种表达形式即可.

学习心得

一课一练 1(答案及解析见 P74)

1. 下列数表中分别给出了变量 y 与变量 x 之间的对应关系,其中是反比例函数关系的是　(　　)

A.

x	1	2	3	4
y	6	7	8	9

B.

x	1	2	3	4
y	4	3	2	1

C.

x	1	2	3	4
y	9	8	7	6

D.

x	1	2	3	4
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

2. 已知函数 $y=\frac{k}{x}$,当 $x=1$ 时,$y=-3$,那么这个函数的解析式是　(　　)

A. $y=\frac{3}{x}$　　B. $y=-\frac{3}{x}$

C. $y=\frac{1}{3x}$　　D. $y=-\frac{1}{3x}$

3. 已知 y 与 x 成反比例,当 $x=3$ 时,$y=4$,那么 $y=-3$ 时,x 的值等于　(　　)

A. 4　　B. -4　　C. 3　　D. -3

4. 下列各函数:① $y=\frac{k}{x}$,② $y=\frac{k^2+1}{x}$,③ $y=\frac{3}{5x}$,④ $y=\frac{4}{x+1}$,⑤ $y=-\frac{1}{2}x$,⑥ $y=\frac{1}{x}-3$,⑦ $y=\frac{4}{x^2}$,⑧ $y=3x^{-1}$ 中,是 y 关于 x 的反比例函数的有________.(填序号)

5. 若函数 $y=(k-2)x^{k^2-5}$(k 为常数)是反比例函数,则 k 的值是________,解析式为________.

6. 已知 y 与 x 成反比例,当 $x=2$ 时,$y=3$.

(1)求 y 与 x 的函数关系式;(2)当 $y=-\frac{3}{2}$ 时,求 x 的值.

7. 已知函数 $y=(2m-1)x^{3m^2-2}$.

(1)当 m 为何值时,y 是 x 的正比例函数,且 y 随 x 的增大而增大?

(2)当 m 为何值时,y 是 x 的反比例函数,且 y 与 x 的乘积为负数?

8. 数学家 Sylvester 曾经说过"音乐是感性的数学,数学是理性的音乐".请通过图 1-1 中的信息解答下列问题:

(1)在琴弦的张力一定时,写出琴弦的振动频率 f 与琴弦的长度 l 之间的一个函数关系式;(不要求写出自变量的取值范围)

(2)若一根琴弦断了,已知它对应的振动频率为 $\frac{15}{8}$,请利用所求函数关系式求出这根琴弦原来的长度.

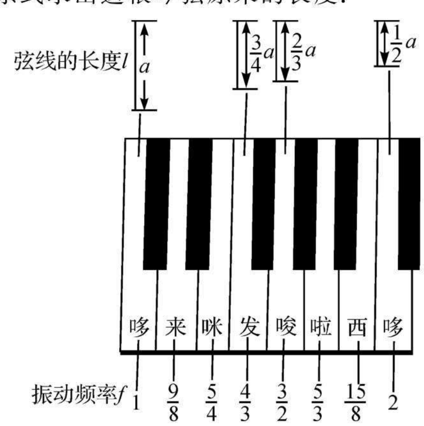
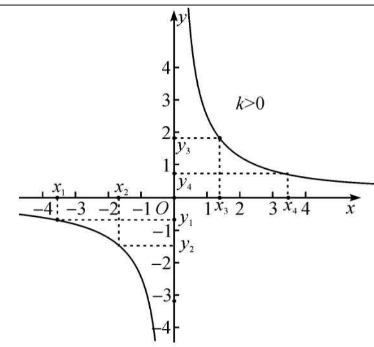
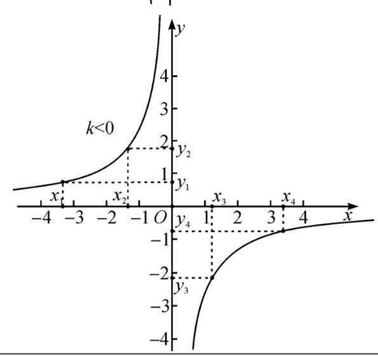


图 1-1

易错追踪

第 2 课　反比例函数的图象与性质

	数	形	图象
反比例函数：$y=\frac{k}{x}(k\neq0)$的图象与性质	$x\neq0,y\neq0$	双曲线，与坐标轴没有交点	
	因为 $xy=k(k\neq0)$， 所以当 $k>0$ 时，x,y 同号	当 $k>0$ 时，图象在第一、三象限	
	因为 $xy=k(k\neq0)$， 所以当 $k<0$ 时，x,y 异号	当 $k<0$ 时，图象在第二、四象限	
	在 $k>0$ 的情况下： 当 $x_1<x_2<0$ 时， $y_2<y_1<0$； 当 $0<x_3<x_4$ 时， $0<y_4<y_3$.	当 $k>0$ 时，在每一个象限内（即当 $x>0$ 或 $x<0$ 时），y 随 x 的增大而减小	
	在 $k<0$ 的情况下： 当 $x_1<x_2<0$ 时， $0<y_1<y_2$； 当 $0<x_3<x_4$ 时， $y_3<y_4<0$.	当 $k<0$ 时，在每一个象限内（即当 $x>0$ 或 $x<0$ 时），y 随 x 的增大而增大	
	点 (a,b) 和点 (b,a) 关于直线 $y=x$ 对称，且都在同一反比例函数图象上		双曲线关于直线 $y=x$ 成轴对称
	点 (a,b) 和点 $(-b,-a)$ 关于直线 $y=-x$ 对称，且都在同一反比例函数图象上		双曲线关于直线 $y=-x$ 成轴对称
	点 (a,b) 和点 $(-a,-b)$ 关于原点对称，且都在同一反比例函数图象上		双曲线关于原点成中心对称

第 2 题　(1)对于函数 $y=\frac{4}{x}$，下列说法中错误的是　（　　）

A. 这个函数的图象位于第一、三象限

B. 这个函数的图象既是轴对称图形又是中心对称图形

C. 当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大

D. 当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小

(2)若点 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，(x_3,y_3) 都是反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$ 图象上的点，并且 $y_1<0<y_2<y_3$，则下列各式中正确的是　（　　）

A. $x_1<x_2<x_3$　　B. $x_1<x_3<x_2$

C. $x_2<x_1<x_3$　　D. $x_2<x_3<x_1$

【分析】(1)根据反比例函数的性质，因为 $k=4$，所以只需找到对应 $k>0$ 时的性质即可.(2)先根据反比例函数的解析式判断出 $k=-1<0$，双曲线在第二、四象限（如图①），再根据已知 $y_1<0<y_2<y_3$，在 y 轴上依次作出 y_1,y_2,y_3，并分别向 y 轴作垂线，在双曲线上找到对应的点（如图②），最后再由双曲线上的这三个点分别向 x 轴作垂线，依次确定 x_1,x_2,x_3 在 x 轴上对应的位置并判断大小（如图③）.

【解析】(1)说法错误的是选项 C.

(2)由图③可得，$x_2<x_3<0<x_1$，所以答案为选项 D.

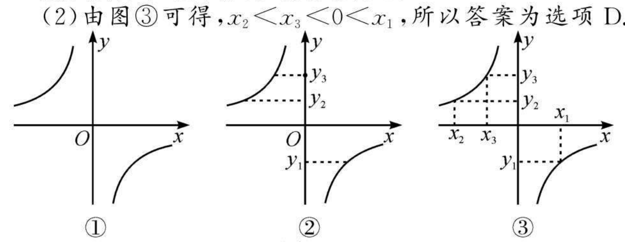


图 2-1

【经验分享】　通过上面的内容可以看出要理解和应用反比例函数的性质，必须要数形结合才能理解透彻. 当然在解决具体问题时要对方法进行选择——看是从数的角度出发解决问题较简单还是从形的角度出发解决问题较简单.

学习心得

一课一练 2(答案及解析见 P74)

1.已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$(k 是常数,$k\neq0$),在其图象所在的每一个象限内,y 的值随着 x 的值的增大而减小,那么这个反比例函数的解析式是________.(只需写一个)

2.若反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象位于第二、四象限,则 k 的取值可以是　(　　)

A. 0　　B. 1

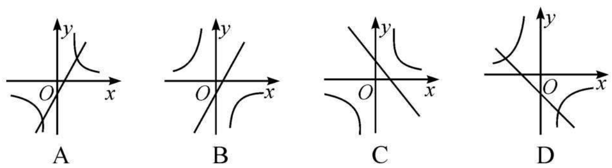
C. 2　　D. 以上都不是

3.已知点 $A(1,y_1)$,$B(2,y_2)$,$C(-3,y_3)$都在反比例函数 $y=\frac{k^2+1}{x}$ 的图象上,则 y_1,y_2,y_3 的大小关系是　(　　)

A. $y_3<y_1<y_2$　　B. $y_1<y_2<y_3$

C. $y_2<y_1<y_3$　　D. $y_3<y_2<y_1$

4.已知函数 $y=mx+n$ 与 $y=\frac{n}{mx}$,其中 $m\neq0$,$n\neq0$,那么它们在同一坐标系中的图象可能是　(　　)



5.一次函数 $y=-x+a-3$(a 为常数)与反比例函数 $y=-\frac{4}{x}$ 的图象交于 A,B 两点,当 A,B 两点关于原点对称时,a 的值是　(　　)

A. 0　　B. -3

C. 3　　D. 1

6.如图 2-2,正比例函数和反比例函数的图象相交于 A,B 两点,分别以 A,B 两点为圆心,画与 y 轴相切的两个圆,若点 A 的坐标为(1,2),则图中两个阴影部分面积的和是________.

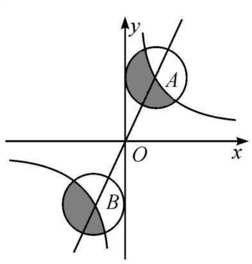


图 2-2

7.已知反比例函数 $y=\frac{m-5}{x}$(m 为常数,$m\neq5$).

(1)若在其图象的每个分支上,y 随 x 的增大而增大,求 m 的取值范围;

(2)若其图象与一次函数 $y=-x+1$ 图象的一个交点的纵坐标是 3,求 m 的值.

8.已知反比例函数 $y=\frac{m-7}{x}$ 的图象的一支位于第一象限.

(1)判断该函数图象的另一支所在的象限,并求 m 的取值范围;

(2)如图 2-3,O 为坐标原点,点 A 在该反比例函数位于第一象限的图象上,点 B 与点 A 关于 x 轴对称,若△OAB 的面积为 6,求 m 的值.

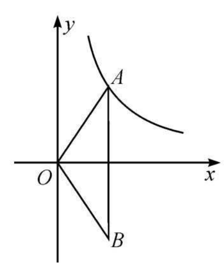


图 2-3

易错追踪

第3课 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 比例系数 k 的几何意义

1. 如图3-1，过双曲线上任一点 $P(x,y)$ 作 x 轴、y 轴的垂线段 PM，PN，所得矩形 $PMON$ 的面积 $S=PM\cdot PN=|y|\cdot|x|=|xy|$. 因为在反比例函数中 $xy=k$，所以 $S=|k|$，即反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 中的比例系数 k 的几何意义为：k 的绝对值表示过双曲线上任意一点作 x 轴、y 轴的垂线与坐标轴所围成矩形的面积.

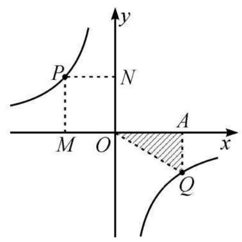


图3-1

2. 一般地，如图3-1，过双曲线上任一点 Q 向 x 轴或 y 轴引垂线，则 $S_{\triangle AOQ}=\frac{1}{2}|k|$.

第3题 (1)如图3-2，正比例函数 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象相交于 A，B 两点，$BC\perp x$ 轴于点 C，则 $\triangle ABC$ 的面积为 ( )

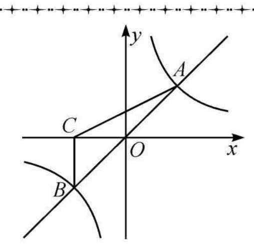


图3-2

A. 1

B. 2

C. 1.5

D. 3

(2)如图3-3，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 的图象与矩形 $ABCO$ 的两边相交于 E，F 两点，若 E 是 AB 的中点，$S_{\triangle BEF}=2$，则 k 的值为________.

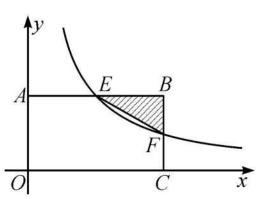


图3-3

【分析】(1)由于正比例函数 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象相交于 A，B 两点，则点 A 与点 B 关于原点对称，所以 $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle BOC}$. 根据反比例函数的比例系数 k 的几何意义得到 $S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}$，所以 $\triangle ABC$ 的面积为1. (2)显然中点 E 是问题的关键点，根据题意，设 $E\left(a,\frac{k}{a}\right)$，则 B 点坐标为 $\left(2a,\frac{k}{a}\right)$，从而 F 点的横坐标为 $2a$，代入反比例函数解析式 $y=\frac{k}{x}$，即可求得 F 点的纵坐标为 $\frac{k}{2a}$，最后根据三角形的面积公式即可求得 k 的值. 在这里同学们应该体会两点：一是函数问题要通过点的坐标来沟通，二是如何设点 E 的坐标对整个问题的解决起到了至关重要的作用.

【解析】(1)因为正比例函数 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象相交于 A，B 两点，所以点 A 与点 B 关于原点对称，所以 $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle BOC}$. 因为 $BC\perp x$ 轴，所以 $S_{\triangle ABC}=2S_{\triangle BOC}=2\times\frac{1}{2}\times|1|=1$. 故选A.

(2)如图3-4，连结 OF，根据题意，设 $E\left(a,\frac{k}{a}\right)$，则 B 点坐标为 $\left(2a,\frac{k}{a}\right)$. 因为矩形 $ABCO$，所以 F 点的横坐标为 $2a$，代入解析式得纵坐标为 $\frac{k}{2a}$，所以 F 点坐标为 $\left(2a,\frac{k}{2a}\right)$，即点 F 为 BC 中点，所以 $S_{\triangle COF}=2S_{\triangle BEF}=2\times 2=4$. 由 $S_{\triangle COF}=\frac{1}{2}|k|=4$，$k>0$，解得 $k=8$.

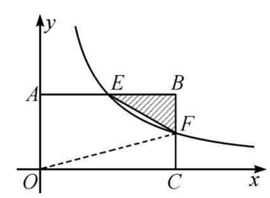


图3-4

【经验分享】 处理以反比例函数图象为背景的面积问题时，经常通过观察、转化找到面积和 k 的关系，从而解决问题.

学习心得

一课一练 3（答案及解析见 P75）

1. 如图 3-5，A 是反比例函数图象上一点，过点 A 作 $AB \perp y$ 轴于点 B，点 P 在 x 轴上，$\triangle ABP$ 的面积为 2，则这个反比例函数的解析式为________.

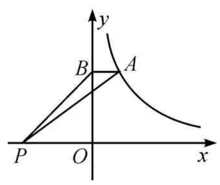


图 3-5

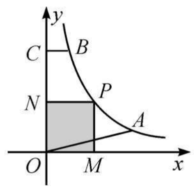
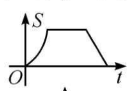
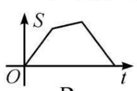


图 3-6

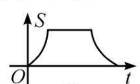
2. 如图 3-6，已知 A，B 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0, x>0)$ 上的两点，$BC \parallel x$ 轴，交 y 轴于点 C，动点 P 从坐标原点 O 出发，沿 $O \to A \to B \to C$ 匀速运动，终点为 C. 过运动路线上任意一点 P 作 $PM \perp x$ 轴于点 M，$PN \perp y$ 轴于点 N，设四边形 $OMPN$ 的面积为 S，P 点的运动时间为 t，则 S 关于 t 的函数图象大致是（　　）



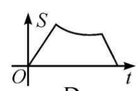
A



B



C



D

3. 如图 3-7，函数 $y=-x$ 与函数 $y=-\frac{4}{x}$ 的图象相交于 A，B 两点，过 A，B 两点分别作 y 轴的垂线，垂足分别为点 C，D，则四边形 $ACBD$ 的面积为（　　）

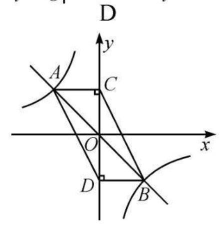


图 3-7

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

4. 如图 3-8，点 A 在双曲线 $y=\frac{1}{x}$ 上，点 B 在双曲线 $y=\frac{3}{x}$ 上，且 $AB \parallel x$ 轴，点 C，D 在 x 轴上，若四边形 $ABCD$ 为矩形，则它的面积为________.

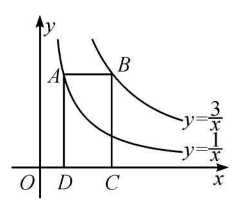


图 3-8

5. 如图 3-9，在平面直角坐标系中，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象交矩形 $OABC$ 的边 AB 于点 D，交边 BC 于点 E，且 $BE=2EC$. 若四边形 $ODBE$ 的面积为 6，则 $k=$________.

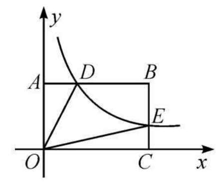


图 3-9

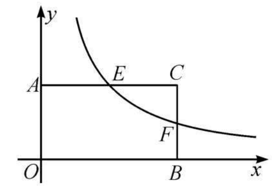


图 3-10

6. 在矩形 $AOBC$ 中，$OB=6$，$OA=4$，分别以 OB，OA 所在直线为 x 轴和 y 轴，建立如图 3-10 所示的平面直角坐标系，F 是边 BC 上一点，过点 F 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 图象与 AC 边交于点 E.
(1) 请用 k 表示点 E，F 的坐标；
(2) 若 $\triangle OEF$ 的面积为 9，求反比例函数的解析式.

7. 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 与一次函数 $y=mx+b(m\neq 0)$ 交于点 $A(1, 2k-1)$.
(1) 求反比例函数的解析式；
(2) 若一次函数与 x 轴交于点 B，且 $\triangle AOB$ 的面积为 3，求一次函数的解析式.

8. 如图 3-11，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y_1=ax+b$（a，b 为常数，且 $a\neq 0$）与反比例函数 $y_2=\frac{m}{x}$（m 为常数，且 $m\neq 0$）的图象交于点 $A(-2,1)$，$B(1,n)$.
(1) 求反比例函数和一次函数的解析式；
(2) 连结 OA，OB，求 $\triangle AOB$ 的面积；
(3) 直接写出当 $y_1<y_2<0$ 时，自变量 x 的取值范围.

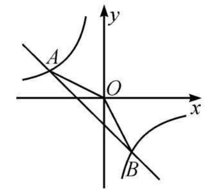


图 3-11

易错追踪

第 4 课　反比例函数图象的变换

1. 把反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象沿着 x 轴翻折或沿着 y 轴翻折所得图象的解析式为 $y=-\frac{k}{x}$.

2. 把反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象绕着原点按顺时针方向或按逆时针方向旋转 90°所得图象的解析式为 $y=-\frac{k}{x}$.

3. 把反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象沿着 y 轴向上平移 $b(b>0)$ 个单位长度所得图象的解析式为 $y=\frac{k}{x}+b$;沿着 y 轴向下平移 $b(b>0)$ 个单位长度所得图象的解析式为 $y=\frac{k}{x}-b$.

4. 把反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象沿着 x 轴向左平移 $h(h>0)$ 个单位长度所得图象的解析式为 $y=\frac{k}{x+h}$;沿着 x 轴向右平移 $h(h>0)$ 个单位长度所得图象的解析式为 $y=\frac{k}{x-h}$.

第 4 题　如图 4-1,在平面直角坐标系 xOy 中,定义直线 $x=m$ 与双曲线 $y_n=\frac{n}{x}$ 的交点 $A_{m,n}$(m,n 为正整数)为"双曲格点",双曲线 $y_n=\frac{n}{x}$ 在第一象限内的部分沿着竖直方向平移或以平行于 x 轴的直线为对称轴进行翻折之后得到的函数图象为其"派生曲线".

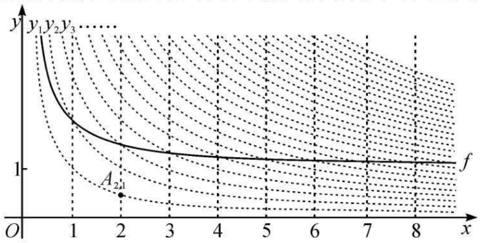


图 4-1

(1)"双曲格点"$A_{2,1}$ 的坐标为________;

(2)若线段 $A_{4,3}A_{4,n}$ 的长为 1 个单位长度,则 $n=$________;

(3)图中的曲线 f 是双曲线 $y_1=\frac{1}{x}$ 的一条"派生曲线",且经过点 $A_{2,3}$,则 f 的解析式为 $y=$________;

(4)画出双曲线 $y_3=\frac{3}{x}$ 的"派生曲线" g $\left(g\text{ 与双曲线 } y_3=\frac{3}{x}\text{ 不重合}\right)$,使其经过"双曲格点" $A_{2,a}$,$A_{3,3}$,$A_{4,b}$.

【分析】作为新定义型阅读理解问题,题目的关键是理解所谓"双曲格点"$A_{m,n}$ 的意义以及坐标的求法.根据题意可知点 $A_{m,n}$ 的横坐标显然为 m,把 $x=m$ 代入 $y_n=\frac{n}{x}$ 即为点 $A_{m,n}$ 的纵坐标 $\frac{n}{m}$,所以点 $A_{m,n}$ 的坐标为 $\left(m,\frac{n}{m}\right)$.

【解析】(1)因为 $m=2$,$n=1$,所以点 $A_{2,1}$ 的坐标为 $\left(2,\frac{1}{2}\right)$.

(2)因为点 $A_{4,3}$ 的坐标为 $\left(4,\frac{3}{4}\right)$,$A_{4,n}$ 的坐标为 $\left(4,\frac{n}{4}\right)$,且 $n>0$,又因为 $A_{4,3}A_{4,n}=1$,所以 $\frac{n}{4}-\frac{3}{4}=1$,解得 $n=7$.

(3)因为点 $A_{2,3}$ 的坐标为 $\left(2,\frac{3}{2}\right)$,由题意得,曲线 f 是由双曲线 $y_1=\frac{1}{x}$ 沿着竖直方向平移得到的,所以平移前点 $A_{2,3}\left(2,\frac{3}{2}\right)$ 在双曲线 $y_1=\frac{1}{x}$ 上的对应点必为长度 $A_{2,1}\left(2,\frac{1}{2}\right)$,所以点 $A_{2,3}$ 是由点 $A_{2,1}$ 向上平移一个单位长度得到的,所以曲线 f 的解析式为 $y=\frac{1}{x}+1$.

(4)因为点 $A_{3,3}$ 的坐标为(3,1),所以点 $A_{3,3}$ 既在双曲线 $y_3=\frac{3}{x}$ 上,又在"派生曲线"g 上.根据题意,"派生曲线"g 只能是由双曲线 $y_3=\frac{3}{x}$ 翻折得到的,且对称轴为直线 $y=1$.因为点 $\left(2,\frac{3}{2}\right)$,$\left(4,\frac{3}{4}\right)$ 在双曲线 $y_3=\frac{3}{x}$ 上,所以点 $\left(2,\frac{3}{2}\right)$,$\left(4,\frac{3}{4}\right)$ 沿着直线 $y=1$ 翻折后得到点 $\left(2,\frac{1}{2}\right)$,$\left(4,\frac{5}{4}\right)$,即点 $A_{2,1}$,$A_{4,5}$,所以"派生曲线"g 如图 4-2 所示.

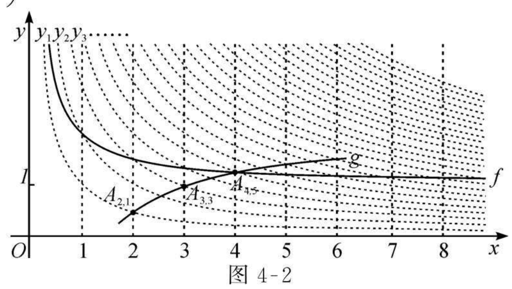


图 4-2

【经验分享】　函数图象的变换其实就是点的变换,所以要弄清楚函数图象之间的变换关系,只需要找到关键的对应点,并弄清楚它们之间的变换关系即可.

学习心得

一课一练 4(答案及解析见 P76)

1. 把反比例函数 $y=-\frac{4}{x}$ 的图象沿 x 轴翻折所得函数图象的解析式为________.

2. 把反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象沿 y 轴翻折所得函数图象的解析式为________.

3. 把反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象沿 x 轴向左平移 3 个单位长度所得函数图象的解析式为________.

4. 把反比例函数 $y=-\frac{3}{x}$ 的图象沿 x 轴向右平移 1 个单位长度所得函数图象的解析式为________.

5. 把反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象沿 y 轴向上平移 4 个单位长度所得函数图象的解析式为________.

6. 把反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象沿 y 轴向下平移 3 个单位长度，再向左平移 2 个单位长度所得函数图象的解析式为________.

7. 如图 4-3，点 $A(m,2)$，$B(5,n)$ 在函数 $y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$ 的图象上，将该函数图象向上平移 2 个单位长度得到一条新的曲线，点 A，B 的对应点分别为 A'，B'，图中阴影部分的面积为 8，则 $k=$________.

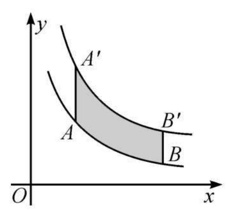


图 4-3

8. 如图 4-4，点 $A(8,1)$，$B(n,8)$ 都在反比例函数 $y=\frac{m}{x}(x>0)$ 的图象上，过点 A 作 $AC\perp x$ 轴于点 C，过点 B 作 $BD\perp y$ 轴于点 D.

(1)求 m 的值和直线 AB 的函数关系式；

(2)动点 P 从 O 点出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿折线 OD—DB 向 B 点运动，同时动点 Q 从 O 点出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿 OC 向 C 点运动，当动点 P 运动到点 B 时，点 Q 也停止运动，设运动的时间为 t 秒.

①设$\triangle OPQ$ 的面积为 S，写出 S 与 t 的函数关系式；

②如图 4-5，当点 P 在线段 OD 上运动时，如果作$\triangle OPQ$ 关于直线 PQ 的对称图形$\triangle O'PQ$，是否存在某时刻 t，使得点 O' 恰好落在反比例函数的图象上？若存在，求点 O' 的坐标和 t 的值；若不存在，请说明理由.

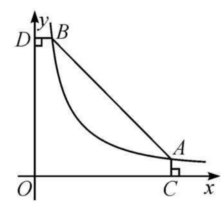


图 4-4

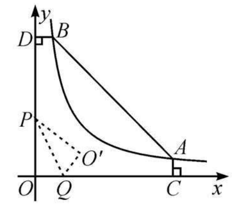


图 4-5

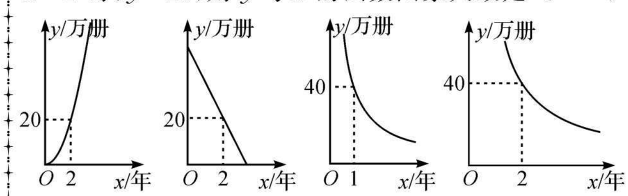
易错追踪

第 5 课　反比例函数的实际应用

实际生活中常用到的反比例函数关系有以下几种：

1. 当面积一定时，矩形的长与宽成反比例.
2. 当面积一定时，三角形的一边长与这边上的高成反比例.
3. 当体积一定时，柱（锥）体的底面面积与其上的高成反比例.
4. 当工作总量一定时，工作效率与工作时间成反比例.
5. 当总价一定时，商品单价与商品的数量成反比例.
6. 当路程一定时，物体的运动速度与时间成反比例.
7. 当压力一定时，压强与受力面积成反比例.
8. 当功率一定时，力与速度成反比例.
9. 当电压一定时，用电器的输出功率与电阻成反比例.
10. 当电压一定时，电流强度与电阻成反比例.

第 5 题　（1）一台印刷机每年可印刷的书本数量 y（万册）与它的使用时间 x（年）成反比例关系，当 $x=2$ 时，$y=20$，则 y 与 x 的函数图象大致是（　　）



A　　B　　C　　D

（2）某药品研究所开发一种抗菌新药，经多年动物实验，首次用于临床人体实验. 测得成人服药后血液中药物浓度 y（微克/毫升）与服药时间 x（小时）之间的函数关系如图 5-1 所示（当 $4\leqslant x\leqslant 10$ 时，y 与 x 成反比例）.

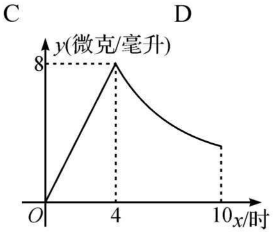


图 5-1

①根据图象分别求出血液中药物浓度上升阶段和下降阶段 y 与 x 之间的函数关系式；

②问血液中药物浓度不低于 4 微克/毫升的持续时间为多少小时？

【分析】（1）由反比例关系排除选项 A、B，然后根据当 $x=2$ 时，$y=20$ 的数量关系求出比例系数 k，即可得出 y 与 x 的函数图象.（2）从所给图象可以看出，血液中药物浓度 y（微克/毫升）与服药时间 x（小时）之间的函数关系是由前后两种不同的函数组成的，且临界值也就是两个函数图象交点的坐标是已知的，据此我们可以用待定系数法分别求出正比例函数与反比例函数的关系式. 根据血液中药物浓度不低于 4 微克/毫升，从函数图象的角度理解就是直线 $y=4$ 上方（包括 $y=4$）的函数图象部分，最后再确定这一部分图象所对应的自变量的取值即可.

【解析】（1）设 $y=\dfrac{k}{x}(k>0,x>0)$，因为当 $x=2$ 时，$y=20$，所以 $k=40$，所以 $y=\dfrac{40}{x}$，则 y 与 x 的函数图象大致是选项 C.

（2）①由图象可知，当 $0\leqslant x\leqslant 4$ 时，y 与 x 成正比例关系，设 $y=kx$.

由图象可知，当 $x=4$ 时，$y=8$，

所以 $4k=8$，解得 $k=2$.

所以 $y=2x(0\leqslant x\leqslant 4)$.

又由题意可知，当 $4\leqslant x\leqslant 10$ 时，y 与 x 成反比例关系，设 $y=\dfrac{m}{x}(m\neq 0)$.

由图象可知，当 $x=4$ 时，$y=8$，

所以 $m=4\times 8=32$.

所以 $y=\dfrac{32}{x}(4\leqslant x\leqslant 10)$.

即血液中药物浓度上升时的函数关系式为 $y=2x(0\leqslant x\leqslant 4)$；血液中药物浓度下降时的函数关系式为 $y=\dfrac{32}{x}(4\leqslant x\leqslant 10)$.

②血液中药物浓度不低于 4 微克/毫升即 $y\geqslant 4$，

所以 $2x\geqslant 4$ 且 $\dfrac{32}{x}\geqslant 4$，解得 $x\geqslant 2$ 且 $x\leqslant 8$；

所以 $2\leqslant x\leqslant 8$，即持续时间为 6 小时.

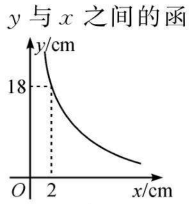
【经验分享】　在解决实际问题时遇到反比例函数关系，关键是要弄清两变量乘积的定值，和两变量的取值范围，即可解决问题.

学习心得

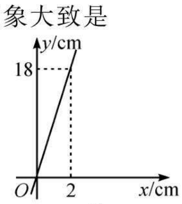
一课一练 5(答案及解析见 P76)

1. 把一个长、宽、高分别为 3cm、2cm、1cm 的长方体铜块铸成一个圆柱体铜块，则该圆柱体铜块的底面积 $S(\text{cm}^2)$ 与高 $h(\text{cm})$ 之间的函数关系式为________.

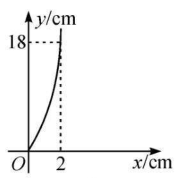
2. 已知矩形的面积为 36cm^2，相邻的两条边长为 $x$cm 和 $y$cm，则 y 与 x 之间的函数图象大致是　(　　)



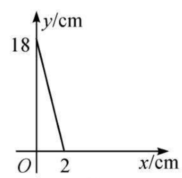
A



B

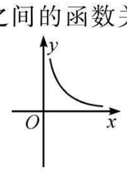


C

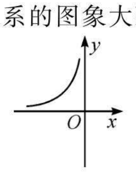


D

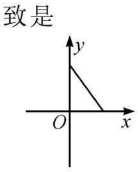
3. 某数学课外兴趣小组的同学每人制作一个面积为 200cm^2 的矩形学具进行展示. 设矩形的宽为 $x$cm、长为 $y$cm，那么这些同学所制作的矩形长 $y(\text{cm})$ 与宽 $x(\text{cm})$ 之间的函数关系的图象大致是　(　　)



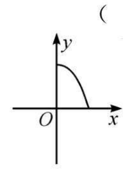
A



B

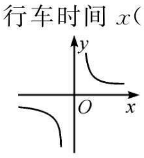


C

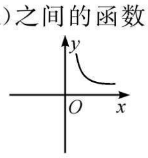


D

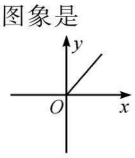
4. 小明乘车从南充到成都，行车的平均速度 $y(\text{km/h})$ 和行车时间 $x(\text{h})$ 之间的函数图象是　(　　)



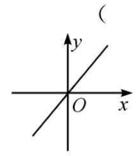
A



B



C



D

5. 在一个可以改变体积的密闭容器内装有一定质量的二氧化碳，当改变容器的体积时，气体的密度也会随之改变，密度 ρ(单位：kg/m^3)是体积 V(单位：m^3)的反比例函数，它的图象如图 5-2 所示，当 $V=10\text{m}^3$ 时，气体的密度是　(　　)

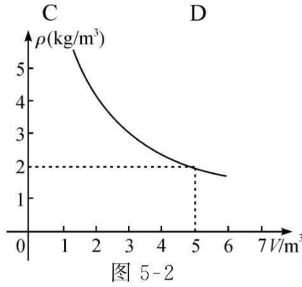


图 5-2

A. 5kg/m^3　　B. 2kg/m^3
C. 100kg/m^3　　D. 1kg/m^3

6. 某闭合电路中，电源的电压为定值，电流 $I(\text{A})$ 与电阻 $R(\Omega)$ 成反比例. 如图 5-3 所示的是该电路中电流 I 与电阻 R 之间函数关系的图象，则用电阻 R 表示电流 I 的函数解析式为　(　　)

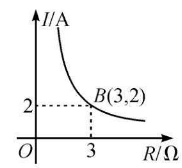


图 5-3

A. $I=\dfrac{2}{R}$　　B. $I=\dfrac{3}{R}$
C. $I=\dfrac{6}{R}$　　D. $I=-\dfrac{6}{R}$

7. 某蔬菜生产基地在气温较低时，用装有恒温系统的大棚栽培一种在自然光照且温度为 18℃ 的条件下生长最快的新品种. 如图 5-4 所示是某天恒温系统从开启到关闭及关闭后，大棚内温度 y(℃)随时间 $x(\text{h})$变化的函数图象，其中 BC 段是双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 的一部分. 请根据图中信息解答下列问题：
(1)恒温系统在这天将大棚内的温度保持在 18℃ 的时间有多少小时?
(2)求 k 的值；
(3)当 $x=16$ 小时时，大棚内的温度约为多少度?

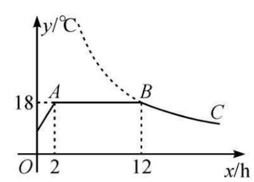


图 5-4

8. 为预防“手足口病”，某校对教室进行“药熏消毒”. 已知药物燃烧阶段，室内每立方米空气中的含药量 $y(\text{mg})$ 与燃烧时间 $x(\text{min})$ 成正比例；燃烧后，y 与 x 成反比例(如图 5-5 所示). 现测得药物 10 分钟燃完，此时教室内每立方米空气含药量为 8mg. 据以上信息解答下列问题：

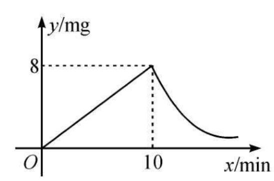


图 5-5

(1)求药物燃烧时 y 与 x 的函数关系式；
(2)求药物燃烧后 y 与 x 的函数关系式；
(3)当每立方米空气中含药量低于 1.6mg 时，对人体方能无毒害作用，那么从消毒开始，经多长时间学生才可以回教室?

易错追踪

第6课 反比例函数和一次函数、方程、不等式综合

1. 若一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象有交点，则交点的横坐标即为方程 $kx+b=\frac{k}{x}$ 的解.

2. 如图 6-1，当直线 $y_1=k_1x+b(k_1<0)$ 与双曲线 $y_2=\frac{k_2}{x}(k_2>0)$ 有两个交点，且在反比例函数图象同一支上：当 $x=x_a$ 或 $x=x_b$ 时，$y_1=y_2$；当 $x<0$ 时，$y_1>y_2$；当 $0<x<x_a$ 时，$y_1<y_2$；当 $x_a<x<x_b$ 时，$y_1>y_2$；当 $x>x_b$ 时，$y_1<y_2$. 当图形在其他位置时，类比可得.

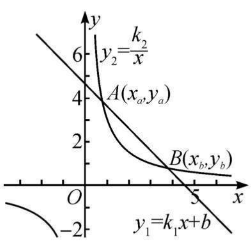


图 6-1

3. 如图 6-2，当直线 $y_1=k_1x+b(k_1>0)$ 与双曲线 $y_2=\frac{k_2}{x}(k_2>0)$ 有两个交点，且在反比例函数图象的两支上：当 $x=x_a$ 或 $x=x_b$ 时，$y_1=y_2$；当 $x<x_b$ 时，$y_1<y_2$；当 $x_b<x<0$ 时，$y_1>y_2$；当 $0<x<x_a$ 时，$y_1<y_2$；当 $x>x_a$ 时，$y_1>y_2$. 当图形在其他位置时，类比可得.

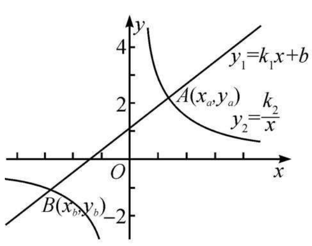


图 6-2

第 6 题 如图 6-3，函数 $y_1=-x+4$ 的图象与函数 $y_2=\frac{k_2}{x}(x>0)$ 的图象交于 $A(a,1)$，$B(1,b)$ 两点.

(1) 求函数 y_2 的表达式；

(2) 观察图象，当 $x>0$ 时，比较 y_1 与 y_2 的大小.

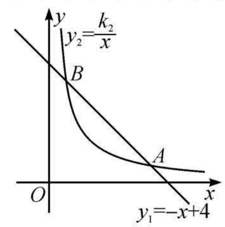


图 6-3

【分析】审题时必须注意到直线的解析式是唯一确定的，这是突破口，先把 $A(a,1)$，$B(1,b)$ 两点坐标代入函数 $y_1=-x+4$，求出 a，b 的值，再把点 A 的坐标代入函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 即可求出解析式，然后根据“主题”总结内容并结合图象可解决第(2)问. 而两个不同函数比大小的问题，关键就是确定图象的交点，因为只有在交点处的函数值是相等的，从而意味着在交点的两侧函数值不相等，即存在大小之分，哪个函数图象的位置在上面，相对的函数值就大.

【解析】(1) 把点 A，B 的坐标代入，得 $a=3$，$b=3$，

所以 $k_2=3$，$y_2=\frac{3}{x}$.

(2) 因为 $A(3,1)$，$B(1,3)$，所以由图象可知：

当 $x=1$ 或 $x=3$ 时，$y_1=y_2$；

当 $0<x<1$ 或 $x>3$ 时，$y_1<y_2$；

当 $1<x<3$ 时，$y_1>y_2$.

【经验分享】 这类问题经常是通过两个函数公共点的坐标求出函数解析式，然后再结合函数图象间的位置关系找到相应的自变量的取值范围或函数值的大小关系. 在确定相应的自变量的取值范围时，需要注意的是因为对反比例函数而言，自变量不能为0，即 y 轴总是比大小的一条分界线.

学习心得