



高职高专“十三五”规划教材

Gao Deng Shu Xue Lian Xi Ce

# 高等数学练习册

(上册)

高华 主编

吴力荣 曹文方 王秀芳 副主编

龚和林 主审



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

# 高等数学练习册(上册)

主 编 高 华

副主编 吴力荣 曹文方 王秀芳

主 审 龚和林



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

**图书在版编目 (CIP) 数据**

高等数学练习册. 上册 / 高华主编. —杭州：  
浙江大学出版社, 2016.9 (2017.7 重印)  
ISBN 978-7-308-16191-6

I. ①高… II. ①高… III. ①高等数学—高等学校—  
习题集 IV. ①013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 211269 号

**高等数学练习册(上册)**

主 编 高 华

---

责任编辑 王 波  
责任校对 徐 霞  
封面设计 春天书装  
出版发行 浙江大学出版社  
(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)  
(网址: <http://www.zjupress.com>)  
排 版 杭州好友排版工作室  
印 刷 杭州钱江彩色印务有限公司  
开 本 787mm×1092mm 1/16  
印 张 8.75  
字 数 122 千  
版 印 次 2016 年 9 月第 1 版 2017 年 7 月第 3 次印刷  
书 号 ISBN 978-7-308-16191-6  
定 价 18.00 元

---

**版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换**

浙江大学出版社发行中心联系方式: (0571) 88925591; <http://zjdxcbs.tmall.com>

# 前　　言

本书是依照教育部《高职高专教育专业人才培养目标及规格》及《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》，结合高职高专教学改革的经验及当前高职高专数学课程改革的实际进行编写的。

本书以知识内容“必需、够用”为原则，以培养学生“可持续发展”为目的；选题重基础，注意知识点的覆盖面；强化基本理论、方法和技能的训练，以此夯实基础；力求符合高职学生掌握高等数学的教学要求，便于任课教师日常教学、布置作业以及学生期末复习，同时对提高运用数学知识及思维方法的能力起到一定的促进作用。

本书由浙江工业职业技术学院高华任主编，吴力荣、曹文方、王秀芳任副主编，龚和林任主审。其中第1章至第5章初稿由高华编写并统稿校对，第1章及第5章5.4、5.5由吴力荣修改校对，第2、3章由曹文方修改校对，第4章及第5章5.1、5.2、5.3由王秀芳修改校对。本书在编写过程中，得到浙江大学出版社有关老师的指导和大力支持，在此表示感谢。

本书难免有不妥之处，敬请读者谅解并提出宝贵意见，以便我们不断予以完善。

编　者  
2016年5月

# 目 录

<b>第 1 章 函数·极限·连续 .....</b>	<b>1</b>
知识概要 .....	1
1.1 初等函数 .....	1
1.2 极限的概念 .....	7
1.3 极限的运算 .....	11
1.4 无穷小量与无穷大量 .....	15
1.5 函数的连续性与间断点 <sup>*</sup> .....	17
自测题 1 .....	23
自测题 1 答题页 .....	29
<b>第 2 章 导数与微分 .....</b>	<b>31</b>
知识概要 .....	31
2.1 导数的概念 .....	31
2.2 函数求导法则及基本公式 .....	37
2.3 复合函数的导数 .....	41
2.4 隐函数的导数及参数方程确定的函数的导数 <sup>*</sup> .....	45
2.5 函数的微分 .....	49
自测题 2 .....	53
自测题 2 答题页 .....	59
<b>第 3 章 导数的应用 .....</b>	<b>61</b>
知识概要 .....	61
3.1 洛必达法则 .....	61
3.2 函数的单调性和极值 .....	65
3.3 函数图像的描绘 <sup>*</sup> .....	71
自测题 3 .....	73
自测题 3 答题页 .....	79
<b>第 4 章 不定积分 .....</b>	<b>81</b>
知识概要 .....	81

---

4.1 不定积分的概念、性质及直接积分法	81
4.2 不定积分的换元积分法	87
4.3 不定积分的分部积分法	91
自测题 4	93
自测题 4 答题页	99
<b>第 5 章 定积分及其应用</b>	<b>101</b>
知识概要	101
5.1 定积分的概念和性质	101
5.2 牛顿—莱布尼兹公式	105
5.3 定积分的换元积分法和分部积分法	107
5.4 广义积分 <sup>*</sup>	111
5.5 定积分的应用 <sup>*</sup>	113
自测题 5	115
自测题 5 答题页	121
习题参考答案	123

# 第1章 函数·极限·连续

## 知识概要

**基本概念:**函数、定义域、单调性、奇偶性、有界性、周期性、分段函数、反函数、复合函数、基本初等函数、函数的极限、左极限、右极限、数列的极限、无穷小量、无穷大量、等价无穷小、连续性、间断点、第一类间断点、第二类间断点.

**基本公式:**两个重要极限公式.

**基本方法:**利用函数的连续性求极限,利用四则运算法则求极限,利用两个重要极限求极限,利用无穷小替换定理求极限,利用分子、分母消去共同的非零公因子求极限,利用分子、分母同除以自变量的最高次幂求极限,利用连续函数的函数符号与极限符号可交换次序的特性求极限,利用“无穷小与有界变量的乘积仍为无穷小量”求极限.

**基本定理:**左、右极限与极限的关系、极限的四则运算法则、极限与无穷小的关系、无穷小的运算性质、无穷小的替换定理、无穷小与无穷大的关系、初等函数的连续性、闭区间上连续函数的性质.

## 1.1 初等函数

### 一、判断题

- ( ) 1.  $y = 2\cos x$  是基本初等函数.
- ( ) 2.  $y = e^x + 2x$  是基本初等函数.
- ( ) 3.  $y = \arcsin u, u = 1 + 2x$  的复合函数是  $y = \arcsin(1 + 2x)$ .
- ( ) 4.  $y = 2e - x^2 + \sin 3x$  是初等函数.
- ( ) 5.  $y = \begin{cases} 5, & x \geq 0 \\ -3, & x < 0 \end{cases}$  是初等函数.

### 二、单选题

- ( ) 1. 函数  $y = \cos^2(3x + 1)$  可以分解为
  - A.  $y = \cos^2 u, u = 3x + 1$
  - B.  $y = u^2, u = \cos(3x + 1)$
  - C.  $y = u^2, u = \cos v, v = 3x + 1$
  - D.  $y = (\cos u)^2, u = 3x + 1$

学院:\_\_\_\_\_ 班级:\_\_\_\_\_ 学号:\_\_\_\_\_ 姓名:\_\_\_\_\_



( ) 2. 函数  $y = \sqrt{\sin(x^2 + 1)}$  的复合过程为

- A.  $y = u$ ,  $u = \sqrt{v}$ ,  $v = \sin(x^2 + 1)$   
 B.  $y = u$ ,  $u = \sqrt{\sin v}$ ,  $v = x^2 + 1$   
 C.  $y = \sqrt{u}$ ,  $u = \sin(x^2 + 1)$   
 D.  $y = \sqrt{u}$ ,  $u = \sin v$ ,  $v = x^2 + 1$

( ) 3. 函数  $y = (\arctan \frac{x+1}{3})^2$  的复合过程为

- A.  $y = u^2$ ,  $u = \arctan \frac{x+1}{3}$   
 B.  $y = u^2$ ,  $u = \arctan v$ ,  $v = \frac{x+1}{3}$   
 C.  $y = \arctan u$ ,  $u = v^2$ ,  $v = \frac{x+1}{3}$   
 D.  $y = u^2$ ,  $u = \arctan v$ ,  $v = \frac{w}{3}$ ,  $w = x + 1$

( ) 4. 若  $\phi(t) = t^3 + 1$ , 则  $\phi(t^3 + 1) =$ 

- A.  $t^3 + 1$     B.  $t^6 + 2$   
 C.  $t^9 + 2$     D.  $t^9 + 3t^6 + 3t^3 + 2$

( ) \* 5. 函数  $f(x) = \ln(3x + 1) + \sqrt{5 - 2x} + \arcsin x$  的定义域是

- A.  $(-\frac{1}{3}, \frac{5}{2})$       B.  $(-1, \frac{5}{2})$       C.  $(-\frac{1}{3}, 1]$       D.  $(-1, 1]$

( ) \* 6. 设函数  $g(x) = 1 - 2x$ ,  $f[g(x)] = \frac{1-x^2}{x^2}$ , 则  $f(\frac{1}{2})$  为

- A. 30    B. 15    C. 3    D. 1

( ) 7. 在下列函数中,  $f(x)$  与  $g(x)$  表示同一函数的是

- A.  $f(x) = 1$ ,  $g(x) = (1-x)^0$       B.  $f(x) = x$ ,  $g(x) = \frac{x^2}{x}$   
 C.  $f(x) = \sqrt{x^2}$ ,  $g(x) = x$                               D.  $f(x) = \sqrt[3]{x^3}$ ,  $g(x) = x$

( ) \* 8. 与函数  $f(x) = 2x$  的图像完全相同的函数是

- A.  $\ln e^{2x}$     B.  $\sin(\arcsin 2x)$   
 C.  $e^{\ln 2x}$     D.  $\arcsin(\sin 2x)$

① \* 表示选做题,以下同.



## 三、填空题

1. 函数  $y = \sqrt{x^3 - 8}$  的定义域为 \_\_\_\_\_.2. 设函数  $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ , 则  $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $f(-x+1) = \underline{\hspace{2cm}}$ .3. 若函数  $f(x) = x^2 - x + 1$ , 则  $f\left(\frac{1}{x}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ .4. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 3x, & |x| > 1 \\ x^2, & |x| < 1, \\ 24, & |x| = 1 \end{cases}$ , 则  $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$ ; $f(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$ .5. 函数  $y = \log_a u$ ,  $u = \sqrt{v}$ ,  $v = 2 + t$  的复合函数是 \_\_\_\_\_.6. 函数  $y = (3^x + 2)^{\frac{2}{5}}$  是由 \_\_\_\_\_ 与 \_\_\_\_\_ 复合而成的.四、设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$ , 作出  $f(x)$  的图形.五、函数  $y = \cos^2 \ln(x^2 - 2x + 1)$  可以看成是哪些简单函数的复合?六、某饮料厂要生产容积为  $V$  的圆柱形饮料盒, 试建立饮料盒表面积  $S$  与底面半径  $r$  之间的函数关系式.

学院: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_



## 1.2 极限的概念

### 一、判断题

- ( ) 1. 当  $x \rightarrow 0^+$  时,  $\ln x$  的极限不存在.
- ( ) 2. 若  $f(x)$  在  $x_0$  点无定义, 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  一定不存在.
- ( ) 3. 若  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$  和  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$  都存在, 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  必存在.
- ( ) 4. 当  $x \rightarrow x_0$  时, 函数  $y = f(x)$  的极限值不一定是  $f(x_0)$ .
- ( ) \* 5. 函数  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  在  $x = 0$  处的极限不存在.

### 二、单选题

- ( ) 1.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$  是  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在的一个  
 A. 充分非必要条件  
 B. 必要非充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 以上都不是
- ( ) 2. 函数  $f(x)$  在点  $x_0$  有定义是  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在的一个  
 A. 充分非必要条件  
 B. 必要非充分条件  
 C. 充要条件  
 D. 以上都不是
- ( ) 3. 数列  $0, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \dots$   
 A. 以 0 为极限                              B. 以 1 为极限  
 C. 以  $\frac{n-2}{n}$  为极限                              D. 不存在极限
- ( ) 4. 若  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ , 则下列说法一定正确的是  
 A. 当  $g(x)$  为任意函数时, 有  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$  成立  
 B. 仅当  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$  时, 才有  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$  成立  
 C. 当  $g(x)$  为有界时, 有  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$  成立  
 D. 仅当  $g(x)$  为常数时, 才有  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$  成立

学院: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_



三、考察下列极限

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n+2}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \frac{1}{n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}$$

\* 四、设  $f(x) = \frac{|x| - x}{2x}$ , 求  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  及  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ , 并说明  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  是否存在.

学院: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_



### 1.3 极限的运算

一、计算下列极限

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} (6x + 5)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2}{3x^3 + x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{5x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 7x}$$

学院:\_\_\_\_\_ 班级:\_\_\_\_\_ 学号:\_\_\_\_\_ 姓名:\_\_\_\_\_