LeXue QiZhong

GaoZhong ShuXue XuanXiu

学在七中　乐在其中

乐学七中

高中数学 选修1-1（二） 选修1-2

策划　许　勇　曹杨可　魏　华

主编　张世永　陈中根　何毅章

电子科技大学出版社

乐学七中

高中数学 选修1-1（二） 选修1-2

策划　许　勇　曹杨可　魏　华

主编　张世永　陈中根　何毅章

编委　陈中根　周莉莉　刘在廷　杜家忠
夏　雪　罗毕壬　税　洪　何毅章
林克富　宋　英　陈　杰　曹杨可
周建波　巢中俊　方廷刚　杜应超
滕召波　张世永　吴　雪

UESTCP 电子科技大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

乐学七中.高中数学选修 1-1（二）、1-2 / 张世永，陈中根，何毅章主编. —成都：电子科技大学出版社，2015. 3

ISBN 978-7-5647-2886-1

Ⅰ. ①乐… Ⅱ. ①张…②陈…③何… Ⅲ. ①中学数学课－高中－教学参考资料 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 056374 号

乐学七中.高中数学选修 1-1（二）、1-2

策划 许 勇 曹杨可 魏 华

主编 张世永 陈中根 何毅章

出　　版： 电子科技大学出版社（成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦　邮编：610051）
策划编辑： 罗　雅
责任编辑： 罗　雅
主　　页： www.uestcp.com.cn
电子邮箱： uestcp@uestcp.com.cn
发　　行： 新华书店经销
印　　刷： 四川煤田地质制图印刷厂
成品尺寸： 205mm×282　印张 15　字数 672 千字
版　　次： 2015 年 3 月第一版
印　　次： 2015 年 3 月第一次印刷
书　　号： ISBN 978-7-5647-2886-1
定　　价： 56.00 元

前言

成都七中，作为一所百年名校，在校本教材的开发和利用上从未停止探索的步伐.2013年四川省迎来首次新课程高考，内容要求和题型结构已初步成型.经过三年一轮的教学实践，成都七中数学组对新课程高中数学教学进行了系统的反思和研究，形成了独特而完备的指导思想.为了将这一集体智慧渗透到学校的常规教学中，七中数学组群策群力、全员参与，编写了教学辅导系列同步用书《乐学七中》.该书既可以满足七中教育集团广大师生的日常教学需要，也可以作为兄弟学校师生了解成都七中课堂教学的一个窗口.

成都七中的数学教学一直坚持发挥学生的主体作用.孔子有云：知之者不如好之者，好之者不如乐之者."乐学"是七中教师对学生主体更加积极的期许状态，学生的这一状态并非一蹴而就，而是需要耐心引导的.发现问题并解决问题所带来的成就感往往是学生"乐学"的内在动因，而数学教育中"怎样解题"则成为教师引导的关键所在.为了构建和完善"怎样解题"的引导平台，教辅用书的选择和使用贯穿了整个高中数学教学过程.

为了提高教学工作的有效性，由成都七中名优教师牵头，依托学校丰富的教育教学资源，七中数学组教师共同编写了教辅同步用书《乐学七中》，以供学校师生使用.该书有以下特点：

1.章节排布与成都七中实际教学进度一致，为教师的课堂教学与作业布置带来了便利，增加了该书的可操作性.

2.衔接内容和延拓专题一并刊出，弥补了教材内容与高考要求的脱节，为师生的教与学提供了必要的蓝本.

3."课标要求"与"知识要点"言简意赅、点到为止，为教师讲解，学生冥思留下空间.

4."典型例题"重视课本例题的使用和挖掘，源于教材，但不拘泥于教材.为了保证课堂训练的针对性和有效性，强调一讲一练，所选题目既能体现知识的内涵和外延，也能兼顾方法的呈现.

5."备选例题"一方面可作为教师授课的后备题库，另一方面也为学有余力者的拓展训练抛砖引玉.

6."小结与反思"为培养学生的归纳辩证思维而留白.

7."练习"遵循"紧扣课堂、难度适中、梯度呈现"的原则.

基于此，《乐学七中》作为高中数学教学同步辅导用书，有其独特的优势和推广价值.热忱欢迎兄弟学校师生参考或使用该书.

本书由陈中根、周莉莉、刘在延、杜家忠、夏雪、罗毕壬、税洪、何毅章、林克富、宋英、陈杰编写导数部分，曹杨可、周建波、巢中俊编写复数部分，方廷刚、腾召波、杜立超、张世永、吴雪编写数学归纳法与推理，由张世永、陈中根、何毅章统稿，由张世永、宋英、陈杰、林克富审阅、改稿。

编写该书难免存在一些不足，恳请广大师生批评指正，以便今后修订时更加完善.

编　者

2015年2月

目 录

第一章

导数及其应用

1.1　变化率与导数

§1.1.1～§1.1.2　导数的概念

一、课标要求

1. 了解平均变化率的概念；

2. 会求函数在某点附近的平均变化率；

3. 理解导数的概念.

二、知识要点

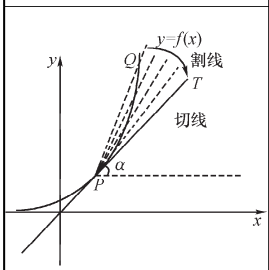
1. 曲线的割线与切线

(1)割线的斜率

设 $P(x_0,y_0)$，$Q(x_0+\Delta x,y_0+\Delta y)$为曲线 C 上邻近的两点，过 P，Q 两点作割线，则割线 PQ 的斜率为$\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

(2)切线及切线的斜率

①曲线的切线

图示	文字叙述
	割线 PQ 绕着点 $P(x_0,y_0)$ 转动，当点 $Q(x_0+\Delta x,y_0+\Delta y)$ 沿着曲线无限接近于 P 点，即________时，如果割线 PQ 无限趋近于一个极限位置 PT，则直线 PT 叫做曲线在点 P 处的切线

②切线的斜率

当________时，割线 PQ 的斜率的极限是曲线在点 P 处的切线斜率.

2. 瞬时速度

(1)平均速度

如果一物体在时刻 t_0 时位于 $s(t_0)$，在 $t_0+\Delta t$ 时位于 $s(t_0+\Delta t)$，则在这段时间内物体运动的平均速度________.

(2)瞬时速度

如果物体的运动规律是 $s=s(t)$，物体在时刻 t 的瞬时速度 v 是物体在 t 到 $t+\Delta t$ 这段时间内，平均速度的极限，即________.

三、典型例题

例1　已知曲线 $y=\frac{1}{3}x^3$ 上一点 $P\left(2,\frac{8}{3}\right)$，求在点 P 的切线的斜率，并写出切线方程.

变式 1　已知曲线 $y=3x^2-x$，求曲线上一点 $A(1,2)$处的切线斜率.

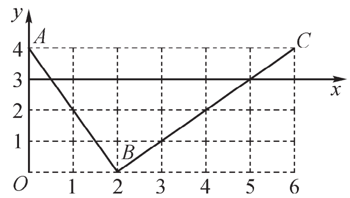
例2 设物体在 t s 内所经过的路程为 s，并且 $s=4t^3+2t^2-3t$，试求物体分别在运动开始及第 5 s 末时的瞬时速度.

变式 2 物体自由落体的运动方程 $s=s(t)=\frac{1}{2}gt^2$，其中位移单位 m，时间单位 s，$g=9.8$ m/s. 求 $t=3$ 这一时段的速度.

例3 过点 $P(1,2)$ 作抛物线 $y=-3x^2+2$ 的切线，求此切线的方程.

四、备用例题

例1 如图所示，函数 $f(x)$ 的图象是折线段 ABC，其中 A,B,C 的坐标为 $(0,4)$，$(2,0)$，$(6,4)$，则 $f[f(0)]=$________；$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=$________（用数字作答）.



例2 曲线 $y=-2x^2+x$ 在点 $(1,-1)$ 处的切线方程为________.

五、小结与反思

§1.1.3 导数的几何意义

一、课标要求

1. 了解平均变化率和割线斜率之间的关系；

2. 理解曲线的切线的概念，会用导数的几何意义解题.

二、知识要点

1. 导数及相关概念

(1)平均变化率

对函数 $y=f(x)$，若自变量 x 在 x_0 处有增量 Δx，那么函数 y 相应的有增量________. 比值________就叫函数 $y=f(x)$ 在 x_0 到 $x_0+\Delta x$ 之间的平均变化率，即________.

(2)函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数

如果当 $\Delta x\to 0$ 时，$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 有________，则函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导，并把这个________叫做函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数(或瞬时变化率)，记作________或________，即________.

(3)函数 $y=f(x)$ 的导数概念

如果函数 $y=f(x)$ 在开区间 (a,b) 内的________，对于开区间 (a,b) 内________的值 x_0，都对应着一个________ $f'(x_0)$，这样就在开区间 (a,b) 内构成一个新的函数，那么我们把这一新函数叫做 $f(x)$ 在 (a,b) 内的导数，简称导数，

记作 $f'(x)$ 或 y'，即________________. 函数 $y=f(x)$ 在点________处的导数 $f'(x_0)$ 等于函数 $f(x)$ 的导数 $f'(x)$ 在点 x_0 处的函数值.

2. 导数的几何意义

函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的导数 $f'(x_0)$ 的几何意义. 就是曲线 $y=f(x)$ 在点 $P(x_0,f(x_0))$ 处的________，其切线方程为 y________________.

三、典型例题

例1　已知：$y=f(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x}}$，求 y' 及 $y'|_{x=1}$.

变式1　已知曲线 $y=\sqrt{2x^2+2}$ 上一点 $P(1,2)$，用导数的定义求过点 P 的切线的倾斜角.

例2　在曲线 $y=x^2$ 上切线倾斜角为 $\dfrac{\pi}{4}$ 的点是　（　　）

A. $(0,0)$　　B. $(2,4)$

C. $\left(\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{16}\right)$　　D. $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{4}\right)$

变式2　已知直线 $y=kx+1$ 与曲线 $y=x^3+ax+b$ 相切于点 $(1,3)$，则 b 的值为　（　　）

A. 3　B. -3　C. 5　D. -5

例3　倒圆锥形容器高 8 m，底面半径为 4 m，今以每分钟 4 m^3 的速度把水注入容器，试问当水深为 5 m 时，水面上升的速度是多少？

四、备用例题

例1　若 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0)-f(x_0+\Delta x)}{\Delta x}=M$，则 $f'(x_0)=$　（　　）

A. M　B. $-M$　C. $\dfrac{1}{M}$　D. $-\dfrac{1}{M}$

例2　若曲线 $y=2x^3$ 上某点切线的斜率为 6，求此点的坐标.

五、小结与反思

1.2 导数的计算

§1.2.1 几个常用函数的导数

一、课标要求

1. 利用导数的定义推导五种常见函数 $y=c,y=x,y=x^2,y=\frac{1}{x},y=\sqrt{x}$的导数公式;

2. 运用五个公式求解其他函数的导数.

二、知识要点

1. 函数 $y=c$ 的导数________.

2. 函数 $y=x$ 的导数________.

3. 函数 $y=x^2$ 的导数________.

4. 函数 $y=\frac{1}{x}$的导数________.

5. 函数 $y=\sqrt{x}$的导数________.

三、典型例题

例1 请用定义法计算函数$f(x)=x^3$ 的导数.

变式1 计算下列函数的导数:①$(x)'=$________;②$(x^2)'=$________;③$(x^3)'=$________;④$(x^{-1})'=$________.

根据上述结论可以得出:幂函数 $y=x^\alpha,\alpha\in\mathbf{Q}$ 的导数$(x^\alpha)'=$________.

例2 在同一平面直角坐标系中画出函数 $y=x,y=2x,y=3x$ 的图象,求它们的导数,并回答下列问题:

(1)从图象上看,它们的导数分别表示什么?

(2)这三个函数中,哪一个增加得最快?哪一个增加得最慢?

(3)函数 $y=kx(k\neq0)$增(减)的快慢与什么有关?

变式2 给出下列命题,其中正确的命题是________.(填序号)

①任何常数的导数都为零;②直线 $y=2x$ 上任一点处的切线方程是这条直线本身;③双曲线 $y=\frac{1}{x}$上任意一点处的切线斜率都是负值;④函数 $y=2x$ 和函数 $y=x^2$ 在$(0,+\infty)$上函数值增长的速度一样快.

例3 已知曲线 $y=\frac{1}{x^2}$上一点 $P\left(2,\frac{1}{4}\right)$,求过点 P 与此曲线相切的直线方程.

变式 3　已知关于 t 的函数 $s=\sqrt[3]{t^2}$，求函数在 $t=8$ 时的导数.

四、备选例题

例1　下列结论中不正确的是　　　　（　　）

A. 若 $y=x^4$，$y'|_{x=2}=32$

B. 若 $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$，$y'|_{x=2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 若 $y=\frac{1}{x^2\sqrt{x}}$，$y'|_{x=1}=-\frac{5}{2}$

D. 若 $y=4$，$y'|_{x=2}=0$

例2　画出函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象，描述它的变化情况，并求出曲线在点 $\left(2,\frac{1}{2}\right)$ 处的切线方程.

五、小结与反思

____

____

____

____

____

____

§1.2.2　基本初等函数的导数公式

一、课标要求

1. 熟练运用基本初等函数的导数公式；

2. 熟练运用导数的运算法则求函数的导数.

二、知识要点

1. 基本初等函数的导数公式：

函数	导数
$f(x)=c$（c 为常数）	
$f(x)=x^{\alpha}$（$\alpha\in\mathbf{Q}^*$）	
$f(x)=\sin x$	
$f(x)=\cos x$	
$f(x)=a^x$（$a>0,a\neq1$）	
$f(x)=e^x$	
$f(x)=\log_a x$	
$f(x)=\ln x$	

2. 导数的运算法则：

(1) $[f(x)\pm g(x)]'=$________；

(2) $[f(x)\cdot g(x)]'=$________；

(3) $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]'=$________；

(4) $[cf(x)]'=$________.

三、典型例题

例1　计算下列函数的导数：

(1) $(x^{\frac{1}{3}})'=$________；

(2) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x\right)'=$________；

(3) $(\log_4 x)'=$________；

(4) $(5\cos x)'=$________.

变式 1　求下列函数的导数：

(1) $y=x\left(x^2+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}\right)$；

(2) $y=(\sqrt{x}+1)\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-1\right)$;

(3) $y=\sin^4\frac{x}{4}+\cos^4\frac{x}{4}$;

(4) $y=\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}+\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$.

例2 曲线 $y=x^3-x+3$ 在点(1,3)处的切线方程为________.

变式2 若曲线 $y=kx+x^2$ 在 $x=1$ 处的切线平行于 x 轴,则 $k=$________.

例3 已知函数 $f(x)=ax^3-bx^2-2x+c$(a,b 均为正数),若 $f(x)$ 的图象过坐标原点,且在 $x=-1$ 处的导数值为0,求 $y=8^a+4^b+c$ 的最小值.

变式3 (2012·江西改编)设函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内有导数,且 $f(e^x)=x+e^x$,则 $f'(2)=$________.

四、备选例题

例1 设 $a>0$, $f(x)=ax^2+bx+c$,曲线 $y=f(x)$ 在点 $P(x_0,f(x_0))$ 处切线的倾斜角的取值范围为 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$,则 P 到曲线 $y=f(x)$ 对称轴距离的取值范围为 ( )

A. $\left[0,\frac{1}{a}\right]$ B. $\left[0,\frac{1}{2a}\right]$

C. $\left[0,\left|\frac{b}{2a}\right|\right]$ D. $\left[0,\left|\frac{b-1}{2a}\right|\right]$

例2 已知函数 $f(x)=\frac{e^x}{1+ax^2}$,其中 a 为正实数,若 $f'\left(\frac{1}{2}\right)=0$,求实数 a 的值,并计算使 $f'(x)=0$ 成立的其它 x 的值.

五、小结与反思

§1.2.3 函数的导数公式综合应用

一、典型例题

例1 已知函数 $f(x)=\ln x-ax+\frac{1-a}{x}-1(a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a=-1$ 时,求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线方程.

(2)当 $a=1$ 时,求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线方程.

变式 1　设 $f(x)=x(x+1)(x+2)\cdots(x+n)$，求 $f'(0)$.

例2　(2012·福建改编)已知函数 $f(x)=e^x+ax^2-ex(a\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线平行于 x 轴，求函数 $f'(x)$ 的单调区间；

(Ⅱ)在(Ⅰ)条件下试确定 b 的取值范围，使得对任意 $x\in(-1,3)$ 有 $f'(x)>-x+b$ 都成立.

变式 2　(2012·陕西理改编)设函数 $f(x)=xe^x$，则使得 $f'(x)<0$ 的 x 的取值范围是________.

例3　(2012·广东理改编)设 $a<1$，$A=\{x\in\mathbf{R}\mid x>0\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}\mid 2x^2-3(1+a)x+6a>0\}$，$D=A\cap B$.

(1)求集合 D(用区间表示)；

(2)若函数 $f(x)=2x^3-3(1+a)x^2+6ax$，求 $f'(x)=0$ 在 D 内的解.

变式 3　设 $f(x)=x\ln x$，若 $f'(t)<2$，则 t 的取值范围　　(　　)

A. $t<1$　　B. $0<t<e$

C. $-1<t<e^2-1$　　D. $t<e$

二、备选例题

例1　已知函数 $f(x)=\ln x-ax+\dfrac{1-a}{x}-1(a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a=-1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 的点 $(2,f(2))$ 处的切线方程；

(2)当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 的点 $(2,f(2))$ 处的切线方程.

例2　一质点在 x 轴上运动，其运动规律为 $x=e^t\sin(t+\varphi)$(ω，φ 为常数)，试求 $t=\dfrac{1}{2}$ 时，质点运动的速度 v.

三、小结与反思

1.3 导数在研究函数中的应用

§1.3.1 函数的单调性与导数

一、课标要求

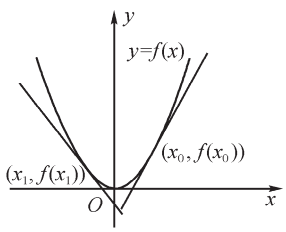
1. 了解可导函数的单调性与其导数的关系；

2. 能利用导数研究函数的单调性，会求函数的单调区间.

二、知识要点

1. 函数的单调性与其导数的正负的关系

观察图象，探讨函数的单调性与其导数正负的关系.



导数 $f'(x_0)$ 表示函数 $f(x)$ 在点 (x_0,y_0) 处的切线的斜率.

在 $x=x_0$ 处，$f'(x_0)>0$，切线是"左下右上"式的，这时，函数 $f(x)$ 在 x_0 附近单调递增；

在 $x=x_1$ 处，$f'(x_0)<0$，切线是"左上右下"式的，这时，函数 $f(x)$ 在 x_1 附近单调递减.

【结论】

一般地，函数的单调性与其导函数的正负有如下关系：

在某个区间 (a,b) 内，如果________，那么函数 $y=f(x)$ 在这个区间内单调递增；如果 $f'(x)<0$，那么函数 $y=f(x)$ 在这个区间内________.

特别的，如果在某个区间内恒有 $f'(x)=0$，那么函数 $y=f(x)$ 在这个区间内是常函数.

2. 求函数 $f(x)$ 单调区间的步骤

(1)确定函数 $y=f(x)$ 的定义域.

(2)求导数 $y'=f'(x)$.

(3)解不等式________，解集在定义域内的部分为增区间；解不等式________，解集在定义域内的部分为减区间.

三、典型例题

例1 解答下列各题：

(1)求证：函数 $y=x+\dfrac{1}{x^2+1}+4$ 在其定义域内是增函数；

(2)讨论函数 $f(x)=3x-x^3+1$ 的单调性；

(3)求函数 $y=x^3+x^2-5$ 的单调区间.

变式1 求下列函数的单调区间：

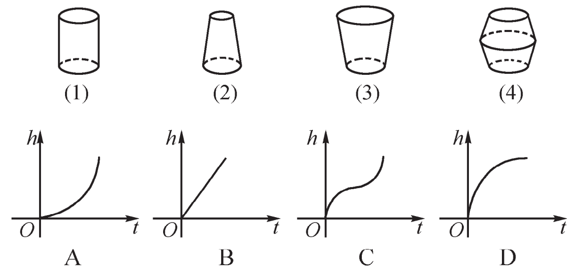
(1) $f(x)=x^2-2x+4$；

(2) $f(x)=3x-x^3$；

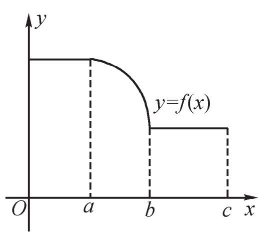
(3) $f(x)=e^x-x$；

(4) $f(x)=x+\cos x, x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$.

例2　水以恒速(即单位时间内注入水的体积相同)注入下面四种底面积相同的容器中,请分别找出与各容器对应的水的高度 h 与时间 t 的函数关系图象.



变式2　函数 $y=f(x)$ 的图象如图,试画出导函数 $f'(x)$ 图象的大致形状.



例3　已知 $a>0$,函数 $f(x)=x^3-ax$ 在 $[1,+\infty)$ 上是增函数,则 a 的最大值是　(　　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

变式3　函数 $f(x)=x^2-2ax$ 在 $(-\infty,3]$ 单调递减,则 a 的取值范围是________.

四、备选例题

例1　(1)已知函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为闭区间 $[a,b]$ 上的可导函数,且 $f'(x)>g'(x)$,$f(a)=g(a)$. 证明:当 $x\in(a,b)$ 时,$f(x)>g(x)$;

(2)设 $x>0$,不等式:$x>\ln(1+x)$.

例2 (1)设$f(x)$、$g(x)$在$[a,b]$上可导,且$f'(x)>g'(x)$,则当$a<x<b$时 ( )

A. $f(x)>g(x)$

B. $f(x)<g(x)$

C. $f(x)+g(a)>g(x)+f(a)$

D. $f(x)+g(b)>g(x)+f(b)$

(2)求函数$f(x)=x+\frac{a}{x}(a>0)$的单调区间.

五、小结与反思

1.3.2 函数的极值与导数

一、课标要求

1. 理解极大值、极小值的概念;

2. 能够运用判别极大值、极小值的方法来求函数的极值;

3. 掌握求可导函数的极值的步骤.

二、知识要点

1. 函数极值的概念

函数$y=f(x)$在点$x=a$的函数值$f(a)$比它在点$x=a$附近的其他点的函数值都小,$f'(a)=0$;且在点$x=a$附近的左侧$f'(x)<0$,右侧$f'(x)>0$. 我们把点a叫做函数$y=f(x)$的________,$f(a)$叫做函数$y'=f(x)$的________.

类似地,函数$y=f(x)$在点$x=b$的函数值$f(b)$比它在点$x=b$附近的其他点的函数值都大,$f'(b)=0$;且在点$x=b$附近的左侧$f'(x)>0$,右侧$f'(x)<0$. 我们把点b叫做函数$y=f(x)$的________,$f(b)$叫做函数$y=f(x)$的________.

极大值点、极小值点统称为极值点,极大值和极小值统称为________.

【说明】对函数的极值的理解

(1)"附近":说明极值反映的是在某点附近的大小情况,是函数的一个局部性质,是仅对某一点的左右两侧邻域而言的.

(2)"左侧""右侧":说明函数在极值点x_0左、右两侧函数均有意义,所以极值点不可能是定义域的端点.

(3)函数$f(x)$在其定义域上的极值点可能不止一个,也可能没有. 函数的极大值与极小值没有必然的大小关系,函数的一个极小值也不一定比极大值小(见教材P_{27}图1.3−11中c和f点).

(4)极值点是数(即方程$f'(x)=0$的根),不是点. 极值是相应的函数值.

2. 求函数极值的方法

(1)确定函数的定义区间,求导数$f'(x)$.

(2)求方程$f'(x)=0$的根.

(3)用函数的导数为0的点,顺次将函数的定义区间分成若干小开区间,并列成表格. 检查$f'(x)$在方程根左右的值的符号,如果"左正右负",那么$f(x)$在这个根处取得极大值;如果"左负右正",那么$f(x)$在这个根处取得极小值;如果"左右同号",那么$f(x)$在这个根处无极值.

3. "$f'(x_0)=0$"与"x_0是函数$y=f(x)$的极值点"的关系

$f'(x_0)=0$时,若在x_0两侧$f'(x)$符号相同,则x_0不是函数的极值点(如:函数$y=x^3$,$f'(0)=0$,由图象知0不是函数$y=x^3$的极值点). 反过来,所有的极值点都是$f'(x)=0$的根.

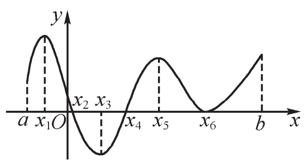
因此,若$f(x)$为可导函数,则"$f'(x_0)=0$"是"x_0是函数$y=f(x)$的极值点"的__________.

三、典型例题

例1 求下列函数的极值:

(1) $f(x)=-x(x-1)^2$；(2) $f(x)=x\ln x$.

变式 1　如图，根据图象回答问题：



(1)若图是函数 $y=f(x)$ 的图象，指出哪些是函数 $y=f(x)$ 的极大值点，哪些是极小值点.

(2)若图是函数 $y=f'(x)$ 的图象，指出哪些是函数 $y=f(x)$ 的极大值点，哪些是极小值点.

例2　设函数 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ 的图象与 y 轴的交点为 P，且其图象在点 P 处的切线方程为 $12x-y-4=0$. 若函数在 $x=2$ 处取得极值 0，求该函数的解式.

变式 2　(1)已知函数 $f(x)=x^3-3ax^2+2bx$ 在点 $x=1$ 处有极小值 -1，则实数 $a=$________，$b=$________.

(2)已知函数 $f(x)=ax^3+bx^2-3x$ 在 $x=\pm1$ 处取得极值，则求 $f(x)=$________，$f(1)$ 是函数 $f(x)$ 的________.(填极大值或极小值)

例3　设函数 $f(x)=x^3-3ax^2-24a^2x+b$ 有极大值 S 和极小值 T，且 $S>0$，$T<0$，$S=T+4$.

(1)求实数 a 的值；(2)求实数 b 的取值范围.

变式3 设函数$f(x)=x(x-1)(x-a)$,$(a>1)$.

(1)求导数$f'(x)$;(2)证明$f(x)$有两个不同的极值点x_1,x_2;(3)若(2)中$x_1<x_2$,判断x_1,x_2分别是极大值点还是极小值点.

四、备选例题

例1 若函数$f(x)=\frac{x^2+a}{x+1}$在$x=1$处取极值,则$a=$________.

例2 已知函数$f(x)=x^3+ax^2+bx+a^2$在$x=1$处有极值10,求a,b的值.

五、小结与反思

§1.3.3 函数的最大(小)值与导数(一)

一、课标要求

1. 理解函数的最大值和最小值的概念;

2. 掌握可导函数在闭区间上所有点(包括端点)处的函数中的最大(或最小)值必有的充分条件;

3. 掌握用导数求函数的极值及最值的方法和步骤.

二、知识要点

1. 在闭区间$[a,b]$上连续的函数必有最大值和最小值.这里有两层意思:

(1)给定函数的区间必须是闭区间,$f(x)$在开区间上